CHOIX
DE PRINCIPES
D'ARITHMÉTIQUE,

SUIVI de la comparaison des nouveaux Poids et Mesures avec les anciens, et d'un Traité des Changes étrangers, destinés aux jeunes Négocians.

PAR P. P. P.tte,

Bach. ès Sciences ès Lettres, et Chef d'Institution.

A ROUEN,

De l'Imprimerie de Veuve BEHOURT, Impr.-Libr., rue du Petit-Puits, n°. 23.

M. DCCC. X.

ÉPITRE

DÉDICATOIRE,

A Monsieur le Général DE STABENRATH, Baron de l'Empire.

MONSIEUR,

Dans tous les temps les plus grands Héros se sont autant distingués par leur amour pour les sciences que par leurs exploits militaires ; Scipion, *dit* Velleius Paterculus, *s'appliquoit continuellement aux fonctions de la guerre ou de la paix, et tantôt parmi les armes, tantôt parmi les livres ; il exerçoit son corps par les travaux militaires, ou son esprit par l'étude.*

Sans remonter si haut, NAPOLÉON, notre Souverain, n'a-t-il pas étonné l'Univers par ses victoires multipliées ; par sa sagesse profonde, en affermissant l'Empire, en relevant les Autels et en ranimant les Sciences.

Vous-même, MONSIEUR, à l'école d'un Monarque aussi vaillant qu'éclairé, qui l'avez

servi avec autant de zèle que de succès au milieu des plus grands dangers, et qui mettez toute votre Gloire à marcher sous ses Aigles, vous trouvez encore des moments pour la culture des Sciences en encourageant ceux mêmes qui sont au-dessous de vous. La confiance dont vous m'avez honoré, en me réclamant pour l'éducation de M. votre Fils, n'en est-elle pas une preuve certaine? Mais, je l'ose dire, c'est elle aussi qui m'a inspiré le désir de vous dédier mon choix de Principes d'Arithmétique.

Je souhaite que cet Ouvrage mérite de paroître sous vos Auspices, et que l'hommage que je vous en fais et que vous avez bien voulu agréer, puisse être un témoignage des sentiments respectueux et reconnoissants, avec lesquels je suis,

Monsieur le Baron,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

PITTE, Chef d'Institution.

PRÉFACE.

En offrant cet Ouvrage au Public, je ne prétends point m'attribuer la gloire de tant d'Auteurs célèbres qui ont poussé l'Arithmétique au plus haut dégré de perfection, et auxquels je rends hommage de ce que j'ai puisé dans leurs Ouvrages ; mais mon but est simplement de donner, à ceux de mes Elèves, qui se destinent au Commerce, une méthode courte et suffisante pour apprendre les calculs qui doivent précéder la connoissance des Livres de comptes ; c'est pourquoi je leur ai fait un *choix de principes d'Arithmétique*, *suivi des nouveaux calculs et des changes étrangers*, pour servir de préliminaires à ma *tenue de Livres de comptes* à *parties doubles*.

La première Partie contient la numération, les quatre parties de l'Arithmétique,

incomplexe et complexe, avec le calcul décimal et les fractions ; la deuxième contient les principes des proportions pour toutes les opérations de commerce, et les règles de trois conjointes ; la troisième enfin contient un Traité des Changes étrangers.

SIGNES dont on fait usage dans l'Arithmétique.

Ex	signifie	Exemple
$<$	. . . . . »	Plus petit que
$>$	. . . . . »	Plus grand que
$=$	. . . . . »	Egal à
$+$	. . . . . »	Plus
$-$	. . . . . »	Moins
$\times$	. . . . . »	Multiplié par
$\div$	. . . . . »	Divisé par
$:$	. . . . . »	Est à
$::$	. . . . . »	Comme
$\sqrt[2]{}$	. . . . . »	Racine quarrée de
$\sqrt[3]{}$	. . . . . »	Racine cubique
₶	. . . . . »	Livre tournois
℔	. . . . . »	Livre de poids
(15)	. . . . »	que l'on peut

référer au nº. 15 ou tout autre nº. entre deux parenthèses.

1. L'ARITHMÉTIQUE est cette partie des Mathématiques qui a pour objet les quantités, en tant qu'elles sont exprimées par des nombres, ou simplement c'est la science des nombres ;

2. Le *nombre* exprime de combien d'unités ou de parties d'unités, une quantité est composée.

3. Une *quantité* est susceptible de diminution ou d'augmentation, comme l'étendue, la durée, les poids, etc.

4. L'*unité* est une quantité prise, le plus souvent arbitrairement, pour servir de terme de comparaison à toutes les quantités de même espèce qu'elle.

5. Un nombre composé d'unités entières, s'appelle *nombre entier*.

6. Un nombre composé de parties d'unités, s'appelle nombre *fractionnaire* ou *fraction*.

7. Un *nombre* qui exprime l'espèce de ses unités, s'appelle nombre *Concret*.

8. Un *nombre* que l'on énonce sans exprimer l'espèce de ses unités, s'appelle nombre *Abstrait*.

9. La science des nombres sert à trois choses,

savoir : à les exprimer. à les composer, et à les décomposer.

SECTION PREMIERE.

DE LA NUMÉRATION.

10. La numération est l'art d'exprimer tous les nombres, par une quantité limitée de noms et de caractères ou chiffres.

L'art d'exprimer les nombres par des noms, s'appelle *la Numération parlée*.

L'art d'exprimer les nombres par des chiffres, s'appelle *la Numération écrite.*

11. Ces chiffres nous viennent des Arabes, et sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

12. On est convenu, pour exprimer des nombres au-dessus de neuf, de réunir 10 unités simples pour en faire *une* d'une nouvelle espèce qu'on appelle *dizaine*, que l'on place au côté gauche de l'unité simple, ou d'une figure de nulle valeur appellée zéro (o). Ainsi, pour exprimer douze ou dix, on écrira, en mettant une *dizaine* à la gauche de 2 unités ou du zéro, 12 et 10. On est également convenu que de dix *dizaines* l'on feroit une seule unité que l'on nommeroit *centaine;* ainsi cent vingt-trois s'écrit 123, où le premier chiffre, à gauche, exprime une *centaine*; le second, deux *dixaines*, et le troisième trois *unités*; pareillement 10 *centaines* font 1 *mille*, ainsi de suite.

13. Les chiffres ont donc deux valeurs, la valeur absolue ou intrinsèque et la valeur relative ou locale.

Un chiffre seul, comme 4, a une valeur absolue.

Un chiffre a une valeur relative quand elle dépend de la place qu'il occupe, comme 1, placé à côté d'un autre chiffre à gauche ou d'un zéro, vaut *dix*, de manière qu'à mesure que l'on avance vers la gauche, chaque unité de chiffre augmente de dix, et qu'au contraire, à mesure qu'un chiffre recule vers la droite, chaque unité de ce chiffre vaut 10 fois moins que chaque unité du chiffre qui le précede à gauche.

14. Il s'ensuit que si l'on regarde le rang des *unités* comme le premier, tout chiffre qui suivra à droite vaudra 10 fois moins que celui des *unités*, c'est-à-dire, vaudra des dixièmes, celui d'après des centièmes, le suivant des milliémes d'unités, ensuite des dix milliémes, cent milliémes, millionniémes, etc., etc., etc., et ces parties s'appellent

parties décimales, et les chiffres qui les représentent se nomment chiffres décimaux.

15. Il suit qu'un nombre peut diminuer ou augmenter de 10, ou que l'on peut le diviser ou le multiplier par 10, en lui ôtant ou lui ajoutant une figure à droite, ou simplement en avançant ou reculant la *virgule* qui sert à séparer les unités des chiffres décimaux. Ainsi,

1 Dixième	s'écrira.	0,1
1 Centième	qui est 10 fois plus petit .	0,01
1 Millième. . . .	100	0,001
1 Dix millième. . .	1000	0,0001

ou

10,002,0001

qui représente dix mille deux *unités*, et un dix millième d'*unités*.

16. Pour placer commodément les chiffres, il suffit d'écrire d'abord le nombre d'unités décimales que contiendra le nombre proposé, et ensuite de placer la virgule convenablement ; par exemple, pour écrire soixante-cinq mille huit cent trente-deux millièmes, on peut écrire d'abord 65,832 ; puis sachant que le chiffre des millièmes doit être le troisième à la droite des milles, on placera la virgule entre le 5 et le 8.

17. Il suit que les décimales, quelqu'éloignées qu'elles soient des unités, n'en changent point la valeur, et qu'on peut ajouter autant de zéros que l'on voudra ; par exemple, les décimales
0,50 centièmes.
0,500 millièmes.
0,5000 dix millièmes.
quoique différentes entr'elles ; n'expriment chacune que la moitié de l'unité.

En effet, ces fractions 0,50, 0,500, 0,5000, ne sont autre chose que $\frac{50}{100}$, $\frac{500}{1000}$, $\frac{5000}{10000}$; mais ces fractions sont égales à $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$, car *c'est un principe incontestable que si*

l'on divise ou *que l'on multiplie 2 quantités par un même nombre*, ces *quantités restent les mêmes.*

Or, les fractions 0,50, 0,500, 0,5000 ne sont autre chose que $\frac{5}{10}$ multiplié par 10, ou 100, ou 1000, etc.; donc les fractions ne changent point de valeur, en ajoutant des zéros, quelqu'éloignées qu'elles soient des unités.

18. J'ai dit ci-dessus que ces décimales étoient différentes entr'elles. En effet, on peut concevoir encore, d'une autre manière, la subdivision de l'unité dans le système décimal; d'abord on divise cette unité en dix parties égales, qui s'appellent chacune 1 dixième; ensuite on subdivise chaque dixième en dix nouvelles parties, qui s'appellent centièmes, ensuite on divise encore chaque centième en dix parties égales, qui s'appellent des milliêmes; ensuite on subdivise encore, chaque millième, en dix parties, qu'on appelle des dix millièmes, et, en continuant de subdiviser ainsi, on obtient des cent milliêmes, puis des millionnièmes, puis des dix millionnièmes, puis des cent millionnièmes, puis des billionnièmes, etc., etc.; en conséquence on voit qu'une unité vaut 10 dixièmes, ou 100 centièmes, ou 1000 millièmes, ou 10,000 millièmes, ou 100,000 millièmes; 1 million de millionnièmes, ou des 10 millions de millionnièmes, ou 100 millions de cent millionnièmes, ou 1 billion de billionnièmes.

On voit encore que

1 dixième vaut $\frac{10}{100}$ ou $\frac{100}{1000}$ ou $\frac{1000}{10000}$ ou $\frac{10000}{100000}$

ou $\dfrac{\overset{\text{mille}}{100,000}}{\underset{\text{millionnièmes}}{1000,000}}$ de ou $\dfrac{1,000,000}{10,000,000}$ ou $\dfrac{10,000,000}{100,000,000}$ ou $\dfrac{\overset{\text{millions}}{100,000,000}}{\underset{\text{de billionnièmes}}{1,000,000,000}}$

On voit encore que

1 centième vaut $\frac{10}{1000}$ ou $\frac{100}{10000}$ ou $\frac{1000}{100000}$ ou $\frac{10000}{1000000}$

ou $\dfrac{100,000}{10,000,000}$ ou $\dfrac{1,000,000}{100,000,000}$ ou $\dfrac{10,000,000^{\text{dix millions}}}{1,000,000,000^{\text{de billionniémes}}}$

On voit que

1 millième vaut $\frac{10}{10000}$ ou $\frac{100}{100000}$ ou $\frac{1000}{1000000}$ ou $\frac{10000}{10000000}$

ou $\frac{100,000}{100,000,000}$ ou $\frac{1,000.000 \text{ million.}}{1,000,000,000 \text{ de billionnièmes.}}$

On voit que

1 dix millième vaut $\frac{10}{100000}$ ou $\frac{100}{1000000}$ ou $\frac{1000}{10000000}$

ou $\frac{10,000}{100,000,000}$ ou $\frac{100,000 \text{ milles.}}{1,000,000,000 \text{ billionnièmes, etc.}}$

On voit que

1 cent millième vaut $\frac{10}{1000000}$ ou $\frac{100}{10000000}$ ou $\frac{1000}{100000000}$

ou $\frac{10,000 \text{ milles}}{1,000,000,000 \text{ billionnièmes.}}$

On voit que

1 millionnième vaut $\frac{10}{10000000}$ ou $\frac{100}{100000000}$ ou $\frac{1000}{1000000000}$

que 1 dix millionnième vaut $\frac{10}{100000000}$ ou $\frac{100}{1000000000}$

que 1 cent millionnième vaut $\frac{10}{1000000000}$ billionnièmes.

19. Pour énoncer une suite de chiffres facilement, il faut les partager par tranches de trois chiffres chacune, en commençant à droite, et chaque tranche porte le nom du premier chiffre à sa droite, de manière que la première s'appelle tranche des unités.

la deuxième, . » . . » . » milles.
la troisième. . » . . » . » millions.
la quatrième. . » . . » . » billions, etc.

comme on le voit par la Table suivante.

TABLE DE LA NUMÉRATION.

Unités.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dizaines.		1	2	3	4	5	6	7	8
Centaines.			1	2	3	4	5	6	7
Milles.				1	2	3	4	5	6
Dizaines de mille.					1	2	3	4	5
Centaines de mille.						1	2	3	4
Millions.							1	2	3
Dizaines de million.								1	2
Centaines de million.									1
etc.									

N. ENTIERS. N. DECIMAUX.

Centaines de million.									9
Dizaines de million.								8	0
Million.							7	0	0
Centaine de mille.						6	0	0	0
Dizaines de mille.					5	0	0	0	0
Milles.				4	0	0	0	0	0
Centaines.			3	0	0	0	0	0	0
Dizaines.		2	0	0	0	0	0	0	0
Unités.	1,	0	0	0	0	0	0	0	0
Dixièmes.		2	0	0	0	0	0	0	0
Centièmes.			3	0	0	0	0	0	0
Millièmes.				4	0	0	0	0	0
Dix millièmes.					5	0	0	0	0
Cent millièmes.						6	0	0	0
Millionièmes.							7	0	0
Dix millionièmes.								8	0
Cent millionièmes.									9

SECTION II.

De la composition des Nombres.

20. On peut composer les nombres de deux manières ; par l'*addition* et la *multiplication* ; par l'addition, en les ajoutant les uns après les autres ;

Par la multiplication, en répétant une figure autant de fois qu'il y a d'unités dans une autre, qui est la même chose qu'ajouter une quantité à elle même plusieurs fois.

EXEMPLE.

Addition.	Multiplication.
7 ajouté	
7 3. fois	× 7 répété
7 à lui-même.	3 3 fois
21.	21.

SECTION III.

De la décomposition des Nombres.

21. On peut décomposer aussi les nombres de deux manières, par la soustraction et par la division.

EXEMPLE.

Soustraction.						Division.
De	9	de	6	de	9	9 ÷ 3 = 3 quotient.
ôter	3	ôter	3	ôter	6	
reste	6		3		3	

l'on voit que 3 ôté de 9, 3 fois = 3. et aussi que 9 divisé par 3 = 3.

Mais comme la composition et la décomposition des nombres ont pour objet les quantités, soit incomplexes ou complexes. Je vais en parler séparément.

PREMIÈRE PARTIE

DES QUANTITÉS INCOMPLEXES.

22. On entend par quantités incomplexes, des quantités de même espèce, comme des livres ou francs, aunes ou mètres, livres ou kilogrammes, etc.

23. Ces quantités étant sujettes aux quatre opérations susdites (20 et 21). Je parlerai d'abord de l'addition ;

2°. De la Soustraction ;

3°. De la Multiplication ;

4°. De la Division, laquelle sera suivie des fractions en général, et de l'abrégé du systême métrique.

CHAPITRE PREMIER.

De l'Addition.

DÉFINITION.

24. L'ADDITION est une opération par laquelle on ajoute plusieurs quantités ensemble pour avoir un résultat, qu'on appelle SOMME.

EXEMPLE.

Additionnez 4731 et 1794.

Il faut écrire ces nombres les uns sous les autres, de manière que les unités de chaque figure, soient dans

la même ligne verticale, ainsi que les dizaines, les centaines, etc., tirant une ligne dessous comme il suit :

	4731
	1794
Total. l.	6525 somme.

Autre Exemple.

6,321	20	20,372
4,678	13	112
9,139	17	
1,354	22	
21,492	21,492	21,492

Ajoutez d'abord, dans la colonne des unités, les nombres que vous trouverez ; si la somme ne surpasse pas 9, écrivez-là immédiatement sous les unités ; si elle surpasse 9, elle renferme des dizaines ; alors il faut garder ces dizaines et écrire les unités qui les surpassent ; ensuite porter ces dizaines comme des unités à la colonne des dizaines ; puis additionner les dizaines, comme on a fait les unités, toujours en retenant les dizaines de cette colonne pour les porter à la colonne des centaines, et ainsi de suite pour chaque colonne.

ADDITION

Des Entiers et des Décimales.

25. S'il y a des entiers et des décimales à additionner ensemble, il faut les ajouter comme les nombres entiers ;

tiers ; en observant seulement de séparer les unités d'avec les décimales, par une virgule.

EXEMPLE.

F.
45,007 . .
1,107 . .
134,25 . .
4985,01901.
23,10099.
5188,48400.

ce qui donne 5,188 unités ; 48,400 cent millièmes ; comme la preuve naturelle de l'addition, se doit faire par l'opération contraire qui est la soustraction ; il me semble qu'il vaut mieux d'abord la faire connoître.

CHAPITRE II.

De la Soustraction.

DÉFINITION.

26. LA Soustraction est une opération par laquelle on retranche une quantité d'une autre pour avoir un résultat ; qu'on appelle *différence*, *reste* ou *excès*.

EXEMPLE.

de	6
ôtez	4
reste	2

S'il y a plusieurs figures ; il faut suivre la même

méthode, observant toujours de placer les *unités* sous les *unités*, les *dizaines* sous les *dizaines*, etc.

Si le chiffre supérieur est moindre que le chiffre inférieur, l'on ajoute, à ce chiffre supérieur, une *dizaine* que l'on emprunte mentalement de la première figure à gauche, laquelle sera considérée comme diminuée d'une *unité*.

EXEMPLE.

de	2,921
ôtez	1,378
reste	1,543

Si la figure sur laquelle l'on doit emprunter est un zéro, alors il ne faut point emprunter sur le zéro, mais bien sur le premier chiffre positif d'après, à gauche; ainsi la dizaine se trouvant empruntée de 10, ou de 100, ou de 1,000, le reste sera considéré comme 9. ou 99, ou 999, c'est-à-dire, que chaque zéro est changé en 9.

EXEMPLE.

de	200,060,050
ôtez	166,617,746
	33,442,304

Soustraction des entiers et des décimales.

27. Si l'on a des *entiers* et des *décimales* à soustraire des *entiers* et des *décimales*, il faut seulement faire attention à la virgule, et opérer comme avec les entiers.

EXEMPLE.

	unités.
de	209F0016 .
ôtez	179,123,809
reste	29,877,791

28. Si les nombres de la ligne supérieure se trouvent

moindres que ceux de la ligne inférieure, il est plus simple d'ajouter autant de zéros qu'il en faut pour égaler la ligne inférieure; ainsi, dans l'exemple ci-dessus, l'on peut mettre deux zéros à la place des 2 points.

Addition avec sa preuve.

29 L'on peut faire la preuve de l'addition en deux manières;

1°. En recommençant a additionner les nombres par la gauche, retrancher ces nombres par parties mentalement de la somme supérieure, jusqu'à ce que l'on arrive aux unités sous lesquelles il ne doit rester rien; car, comme l'on n'y a rien porté, il ne doit point y avoir de reste.

2°. En soulignant d'abord la première ligne supérieure et additionner le reste, ensuite retrancher cette nouvelle somme de la somme de la première addition, le reste sera égal à la ligne supérieure soulignée.

Premier Exemple.

	1767
	3878
	9104
	5349
	20098
reste	2120

Deuxième Exemple.

	8910	
	1091	
	3778	
	9139	
1ere	22918	addition.
2e	14008	addition.
reste	8910	

Soustraction avec sa preuve.

Ex. de	17008,500
ôtez	9756,909
reste	7251,591
ajoutez	17008,500 pr. la preuve.

30. L'on voit par cet exemple que la preuve se fait

Observez que l'une des trois manières de faire l'addition ci-dessus (24) peut servir de preuve.

simplement en additionnant le reste avec ce qu'on a retranché, et cette somme doit être égale à la ligne supérieure d'où l'on a retranché, soit que les nombres soient des entiers ou des décimales, ou l'un et l'autre ensemble, comme ci-dessus.

TABLE DE L'ADDITION.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	5	6	7	8	9	10	11
3	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6	7	8	9	10	11	12	13
5	7	8	9	10	11	12	13	14
6	8	9	10	11	12	13	14	15
7	9	10	11	12	13	14	15	16
8	10	11	12	13	14	15	16	17
9	11	12	13	14	15	16	17	18

Cette Table peut aussi servir pour la Soustraction.

TABLE DE LA MULTIPLICATION.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3		9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4			16	20	24	28	32	36	40	44	48
5				25	30	35	40	45	50	55	60
6					36	42	48	54	60	66	72
7						49	56	63	70	77	84
8							64	72	80	88	96
9								81	90	99	108
10									100	110	120
11										121	132
12											144

CHAPITRE III.

De la Multiplication.

DÉFINITION.

31. LA Multiplication est une opération par laquelle on répète le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le Multiplicateur, pour avoir un resultat qu'on appelle *Produit.*

De manière que le produit est, par rapport au multiplicande, ce que le multiplicateur est par rapport à l'unité, c'est-à-dire, si le Multiplicateur est égal à l'unité, le produit est égal au multiplicande.

Si le multiplicateur est plus grand que l'unité, le produit est plus grand que le multiplicande.

Si le multiplicateur est plus petit que l'unité, le produit est plus petit que le multiplicande.

EXEMPLE.

Mde			Mteur			
12	×	par	1	=	12	produit.
12	×	»	2	=	24	»
12	×	»	1/2	=	6	»

Observez que l'on appelle MULTIPLICANDE le nombre à multiplier, et MULTIPLICATEUR le nombre qui sert à multiplier, et tous les deux on les appelle *Facteurs.*

32. S'il y a plusieurs chiffres au multiplicande, multipliez-les l'un aprés l'autre, en commençant par les unités; ensuite porter les dizaines à la colonne des dizaines, comme à l'addition, et écrire le reste des unités. Exemple. Combien valent 753 mètres d'étoffe,

à . . 7 fr. le mètre.

f. 5271.

33. S'il y a plusieurs figures au multiplicateur, il faut

multiplier tout le multiplicande par les dizaines et par les centaines, comme l'on a fait avec les unités, observant de placer le produit des dizaines sous les dizaines, celui des centaines sous les centaines, etc.

Exemple.

7457
345
37,285
298,280
2,237,100
2,572,665

34. Si le multiplicateur ou le multiplicande, ou tous les deux sont précédés de zéros, on peut abreger l'opération en multipliant seulement les chiffres significatifs, les uns par les autres, et ajoutant au produit autant de zéros qu'il y en a au multiplicateur et au multiplicande.

Exemple.

48000
3600
288
1440
172,800,000

Preuve de la Multiplication.

35. Quoique la division soit seule la preuve juste de la multiplication, puisque le diviseur est un des facteurs qui ont composé le produit ; cependant je crois que l'on peut donner aux jeunes gens un moyen de faire la

preuve de la multiplication, en attendant qu'ils sachent la division. En voici deux.

Preuve par une autre Multiplication.

1°. On fait ordinairement la preuve en doublant un des facteurs, et en prenant la moitié de l'autre. Ex.

48	Preuve.	24
36		72
288		48
1440		1680
f. 1728		1728

L'on voit que les produits doivent être égaux, puisqu'il y a compensation entre les facteurs des deux produits; en effet, ces facteurs sont entr'eux comme 4 × 3 et 2 × 6, et l'un et l'autre *produit* donne également 12.

2°. Preuve par 9.

Cette preuve se fait en ajoutant tous les chiffres significatifs du multiplicande, et en ôter tous les 9 qui s'y trouvent, et garder le reste; ensuite ajouter également les chiffres du multiplicateur, en ôter les 9 et garder le reste; ensuite multiplier ces deux restes et en ôter les 9, et alors il reste cette troisième fois quelqu'unité, ou un zéro, ensuite additionner également le produit de la multiplication, et en retrancher tous les 9 qui s'y trouvent, alors le reste, s'il y en a, soit des unités ou un zéro, doit être le même que le troisième reste ci-dessus

EXEMPLE.

	65498	mult^{de}.
par	454	m^{teur}
	261992	reste 5 du m^{de}.
	3274900	reste 2×2 des produits.
	26,199,200	reste 4 du m^{teur}.
	29,736,092 produit.	

L'on voit que le reste 2 des 2 facteurs, après en avoir ôté tous les 9, doit être égal au reste 2 du produit aussi divisé par 9 ; en effet, nous avons vu (17) que quand on multiplie ou que l'on divise deux quantités par une même quantité, ces quantités conservent le même rapport ; or, ici les deux facteurs 65498 × 454 ont été divisés par un même nombre 9 ainsi que leur produit, 29736092, donc leur reste doit être égal.

Cette preuve est très-utile pour les nombres entiers, et même pour les entiers et les décimales.

MULTIPLICATION des ENTIERS et des DÉCIMALES.

36. Cette multiplication se fait exactement comme avec les entiers, en observant de retrancher au produit, par une *virgule*, autant de chiffres qu'il y a de décimales au multiplicateur et au multiplicande.

EXEMPLE.

405,6	Preuve.	2028	autre preuve
1,25		250	par 9.
20,280		101,400	3
81,120		405,600	3×3
405,600			7
507,000		507,000	

L'on voit que le produit doit être 507 unités ; en

effet, je suppose que le multiplicande soit 405,6, et le multiplicateur 125 unités, alors comme le multiplicande renferme des dixièmes, le produit doit avoir aussi des dixièmes et sera 50700,0, mais le multiplicateur n'est pas des entiers seulement, mais bien des entiers avec des centièmes; il faut donc que le produit 50700,0 devienne cent fois plus petit, alors il sera 507,000 comme ci-dessus; car le produit est toujours par rapport au multiplicande, ce que le multiplicateur est par rapport à l'unité (31).

Autre Exemple.

0,405	**Preuve.**
0,83	0
1215	0×0
32400	2
0,33615	

Autre preuve

202 1/2
166
1212
12120
20200
83
0,33615

La 1/2 étant la moitié plus petite que l'unité (31), il a fallu que le multiplicande 166 fut la moitié plus petit, c'est-à-dire, 83.

MULTIPLICATION pratique sur les nombres simples.

* 1. Combien coûteront 153 aunes d'étoffe,
à 9 fr. l'aune?

rép. 1377 fr.

2. Combien coûteront 75 mètres de Ruban,
à 12 s. le mètre?

900 s. = 45 fr.

3. Combien coût. 78 kilogrammes de Beurre, à 30 s. le kilogr.? 30 s.

2340 s. = 117 fr.

4. Combien coût. 769 # d'Argent,
sur le pied de 102 fr. par liv., poids de marc?

1538
76900

fr. 78438

5. Ayant acheté 56 bariques de Vin,
à 310 # par bar., comb. le tout?

560
16800

17360

---

* Observez que le produit doit être de même espèce que le multiplicande quand les deux facteurs sont de différente espèce, ainsi dans le premier exemple ci-dessus,

153 aunes est le multiplicateur, } et 1377 fr. le produit.
9 fr. le multiplicande. }

et réciproquement le multiplicande doit être de même espèce que le produit.

6. Ayant acheté 100 kilolitres d'Eau-de-vie,
à 659 fr. pr. kilol.

fr. 65900

Autre Exemple avec des décimales.

7. Combien coûteront 356 mètres de Drap,
à 25 fr. 90 le mètre ?

2590	Preuve.
356	
15540	7
129500	8×8
777000	5
fr. 922040	

8. Deux nombres étant tels que le plus grand $= 37 \times 45$ et leur différence $= 19 \times 4$, on demande quelle est leur somme et leur produit ?

Rép. $3254 = S.$
$2645685 = P.$

9. Un père de famille a donné à sa fille, pour sa dot, une armoire qui a 12 tiroirs, dans chaque tiroir il y a 6 boîtes, et dans chaque boîte 50 fr. et 4 pièces de 5 sols et 8 demi pièces de 5 sols, on demande le montant de la dot ?

Rép. 3744 fr.

CHAPITRE IV.

De la Division.

37. LA division est une opération par laquelle on cherche comment et combien de fois le DIVISEUR est

contenu dans le DIVIDENDE pour avoir un résultat ; qu'on appelle QUOTIENT,

ou simplement,

C'est une opération, par laquelle connoissant un produit et un facteur, on cherche l'autre.

De manière que le quotient est, par rapport au dividende, ce que l'unité est par rapport au diviseur, c'est-à-dire, si le diviseur est égal à l'unité, le quotient est égal au dividende.

Si le diviseur est plus grand que l'unité, le quotient est plus petit que le dividende.

Si le diviseur est plus petit que l'unité, le quotient est plus grand que le dividende.

Exemple,

dividende	12 ÷	1	unité.	=	12 quotient.
	12 ÷	2	»	=	6 »
	12 ÷	1/2	»	=	24 »

On appelle *dividende* le nombre à *diviser*, et *diviseur* celui qui sert à *diviser*.

38. La preuve de la division se doit faire par la multiplication ; car en le faisant, l'on prend ou l'on répète le diviseur autant de fois qu'on l'avoit soustrait du dividende, ou simplement c'est recomposer le dividende.

En effet, un dividende peut être considéré comme le produit d'une multiplication dont le diviseur et le quotient sont les facteurs, par conséquent si les deux facteurs, dans la division, recomposent le dividende dans la multiplication, un des facteurs décompose le produit ; donc si la multiplication est la vraie preuve de la division, la division doit être la véritable preuve de la multiplication.

39. » *Dans la division le dividende et le diviseur sont tous* » *les deux d'un seul chiffre, ou le diviseur seulement, ou bien* » *le dividende, ou tous les deux sont composés de plusieurs* » *chiffres* «.

1°. Si le diviseur et le dividende sont composés d'un seul chiffre, la division peut s'exprimer simplement ainsi $\frac{9}{3} = 3$.

2°. On peut encore l'exprimer de même, si le dividende n'est composé que de 2 chiffres, comme $\frac{81}{9} = 9$. $= \frac{24}{8} = 3$.

Mais si le dividende est composé d'un certain nombre de chiffres, alors il peut être considéré comme un résultat de plusieurs produits partiels du diviseur, par conséquent s'il a été composé par parties, il peut être décomposé de même ; ainsi pour diviser un dividende, composé de plusieurs chiffres, il faut prendre à gauche, dans le dividende, autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur ; écrire le combien de fois il y est contenu au quotient, ensuite multiplier le quotient trouvé par le diviseur, en porter le produit sous le dividende partiel, et enfin l'en retrancher.

Ensuite l'on descend du dividende un autre chiffre à côté du reste de la soustraction (s'il y en a), pour faire un autre dividende partiel que l'on divise comme le premier membre, puis on continue de descendre des dividendes partiels jusqu'à la fin que l'on divise aussi de même.

EXEMPLE.

dividende	49,32	9	diviseur.
1er. quot. partiel × le diviseur.	45	548	quotient.
2e dividende partiel.	43		
2e quot. partiel × le diviseur. . . .	36		
3e dividende partiel.	72		
3e quot. partiel × le diviseur. . . .	72		
	00		

* *Pour abréger l'opération, l'on peut retrancher mentalement*

» le produit partiel du quotient par le diviseur, du dividende » partiel, soit l'exemple ci-dessus «.

49,32	9 diviseur.
43	548 quotient.
72	
00	

3. Si le dividende seulement étoit simple, alors la division étant impossible, l'on pourroit l'indiquer ainsi $\frac{3}{18}$ ou $\frac{9}{81}$; etc.

4. Si le dividende et le diviseur sont composés de plusieurs chiffres, alors il faut :

D'abord prendre dans le dividende, à gauche, autant de chiffres qu'il en faut pour contenir le diviseur;

Chercher combien de fois le premier chiffre du diviseur est contenu dans le premier, ou dans les deux premiers de la gauche du dividende partiel pour en connoître le quotient partiel que l'on écrit au quotient sous le diviseur.

On multiplie le diviseur par ce premier quotient partiel, et on soustrait chaque produit d'un chiffre par un chiffre, à mesure qu'on le trouve, des parties correspondantes du premier dividende partiel, considéré comme un nombre d'unités simples;

A côté du reste (s'il y en a un) on abaisse le chiffre suivant du dividende, ce qui donne un second dividende partiel; puis on cherche, comme dans l'opération précédente, combien de fois le diviseur y est contenu; on écrit au quotient le nombre trouvé, par lequel on multiplie successivement tous les chiffres du diviseur dont on retranche les produits, à mesure qu'on les trouve, des parties correspondantes du dividende partiel, et ainsi de suite, jusqu'à ce que tous les chiffres du dividende soient tous abaissés.

5. Si le dividende partiel ne contient pas le diviseur,

alors avant d'abaisser un chiffre, il faut écrire un zéro au quotient ;

En effet, soit le dividende :

$$\text{on aura}\left\{\begin{array}{r}972\\072\\0\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}9\\ \hline 108\end{array}\right.$$ au quotient, car le

dividende 972 peut être considéré comme

$$\left.\begin{array}{r}900\\+\ 70\\+\ 2\end{array}\right\}$$ or 900 doit donner 100 unités,

puisque ce sont 9 centaines, 70, ne pouvant produire
puisqu'il ne contient pas 9 fois des dizaines.
10, *il faut donc écrire un zéro*
au quotient et réunir ces 7 dizai-
nes avec les 2 unités pour avoir 72 pour faire le
troisième membre partiel qui a donné 8 unités.

Il suit de-là que tout dividende partiel donne au quotient un chiffre ou un zéro, et si le deuxième chiffre abaissé ne contenoit pas, avec le reste précédent, le diviseur, il faudroit encore écrire un zéro au quotient, jusqu'à ce que le diviseur soit contenu dans le dividende partiel.

41. Il suit encore que l'on ne peut écrire à la fois plus de 9 au quotient, car si cela étoit, il s'ensuivroit que le chiffre, dernièrement écrit au quotient, ne seroit pas assez fort, c'est-à-dire, seroit encore contenu dans le dividende partiel précédent, et alors on y remédieroit en augmentant le dernier quotient partiel.

Exemple.

$$\begin{array}{r}4932\\000\end{array}\left\{\begin{array}{l}548\\ \hline 9\end{array}\right.$$

L'on voit que le dividende ci-dessus ne contient pas

le diviseur 548 dix fois ; car pour cela il faudroit que 495 continsse 548 une fois ; mais cela ne se peut : donc on ne peut mettre plus de 9 au quotient.

Il suit pareillement que tout dividende dont tous les chiffres sont nécessaires pour que le diviseur y soit contenu, et qui a un chiffre de plus que ce diviseur ne peut contenir celui-ci, tout au plus que 9 fois ; et ne peut par conséquent avoir plus d'un chiffre au quotient.

Exemples.

divid^e.
2572,665 | 345 div^r.
1576 | 7457 quot.
1966
2415
000

div^{de}. 16411,086 | 5454 d^{seur}.
0049086 | 3009 q^{uot}.
0000

divid^e.
172,800 | 36 diviseur.
288 | 4800 quot.
00,00

42. Comme la division est la décomposition de la multiplication, il suffit donc, pour faire la preuve de la division, de multiplier le quotient par le diviseur ; en effet, la preuve la plus naturelle de la multiplication, c'est la division, puisque l'on en décompose le produit en cherchant le facteur qui a servi à le former par un autre facteur connu.

EXEMPLE

EXEMPLE

De la MULTIPLICATION avec la PREUVE, par la DIVISION.

65498 multiplicande.
454 multiplicateur.

261992
3274900
26199200

29736092 produit.
2496
2260
4449
3632
000

454 diviseur facteur.
65498 quot. l'autre facteur.

EXEMPLE

De la DIVISION avec la PREUVE, par la MULTIPLICATION.

Soit le produit ci-dessus pour servir de

dividende 29736092
353689
261992
00000

65498 facteur connu.
454 l'autre facteur.

261992
3274900
26199200

produit 29736092 égal au dividende

Division des entiers avec des décimales.

43. Si l'on a à diviser des entiers avec des décimales, l'on ajoute au dividende ou au diviseur autant de zéros qu'il en faut pour égaler celui des deux qui a le moins de décimales, et comme cela ne change rien aux entiers ni aux unités (17) on divise alors comme avec les entiers.

EXEMPLE.

Quel est le quotient de 0,15, par 0,3

dividende 0,15 { 0,30 diviseur.

ou simplement 15 { 30 puisque les zéros à gauche
150 { 0,5 sont inutiles.
000

Comme 15 ne contient pas le diviseur, je place au quotient un zéro pour tenir la place des unités, et ensuite j'ajoute au dividende 15 un zéro, en le séparant d'une virgule pour avoir des dixièmes au quotient ; de même si l'on veut avoir des centièmes, ou millièmes, etc., il faut ajouter au dividende 2 ou 3 zéros, etc.

Autre Exemple.

Quel est le quotient de 0,000021, par 0,003, ajoutant au diviseur, à droite, les zéros nécessaires pour égaler les décimales du dividende, on aura 0,000021 à diviser par 0,003000, et supprimant la virgule et les zéros à gauche, on aura 21.

dividende 21, { 3,000 diviseur.
21,000 {
0000 { 0,007 quotient.

L'on voit que 21 est considéré comme un reste d'entiers, à qui on a ajouté des zéros pour avoir des décimales.

Autre Exemple.

divid^e. 507,000 { 405,6 diviseur, ajoutant 2 zéros au diviseur, j'aurai

507000 { 405600
101400,0 {
2028000 { 1,25 quotient.
000000

44. *Observez qu'on peut multiplier ou diviser le dividende ou le diviseur par une même quantité sans changer le quotient.* En effet cela est incontestable, si dans ce cas le diviseur est également contenu dans le dividende ; or, le diviseur, dans cette supposition, est également contenu dans le dividende, car le diviseur et le dividende conservent le même rapport (17).

EXEMPLE.

Soit 36 à diviser par 9 ou $\frac{36}{9}$ le quotient $= 4$.
Que l'on multiple $\frac{36}{9} \times 2 = \frac{72}{18}$ et
Que l'on divise $\frac{36}{9} \div 3 = \frac{12}{3}$
Le quotient de $\frac{72}{18}$ et de $\frac{12}{3}$ $=$ également 4.

45. Mais si le quotient augmente à proportion que le dividende augmente (37), il n'en est pas de même si le diviseur augmente seulement ; au contraire, plus le diviseur augmente, le dividende restant le même, plus le quotient est petit, et ce quotient augmente à proportion que le diviseur diminue.

EXEMPLE.

1°. $1000 \div 10 = 100$
$10000 \div 10 = 1000$
$100000 \div 10 = 10000$

2°. $1000 \div 100 = 10$
$1000 \div 1000 = 1$

3°. $1000 \div 100 = 10$
$1000 \div 10 = 100$
$1000 \div 1 = 1000$

46. Il faut encore observer qu'un nombre multiplié et divisé par une même quantité, ne change pas de valeur.
Ex. $\frac{10 \times 4}{4} = 10$, $\frac{3 \times 5}{5} = 3$ $\frac{9 \times 6}{6} = 9$.

cependant 10, 3 *et* 9 *peuvent être considérés comme un résultat de ces doubles opérations, sans qu'il soit nécessaire de les exécuter.*

47. Quoique diviser le dividende et le diviseur par une même quantité, s'appelle faire une réduction ; cependant il y en a une autre sorte que l'on divise en deux parties ; savoir, réduction *descendante* et réduction *ascendante*.

De la *Réduction* ascendante.

Une réduction est ascendante quand on exprime une même valeur avec un plus petit nombre de chiffres d'une espèce différente,

$$\text{comme} \quad \overset{\text{l.}}{6} = \overset{\text{s.}}{120} = \overset{\text{d.}}{1440}$$

$$\text{ou} \quad 10^{\text{F.}} = 10{,}0_{\text{déc.}} = 10{,}00^{\text{centimes.}}$$

Cette réduction se fait en divisant la petite espèce par le nombre, qui exprime combien de fois la petite espèce est contenue dans la plus grande.

$$\text{Ex.} \quad \frac{1440}{72}\text{d.} = \frac{120}{20}\text{s.} = 6 \text{ ₶}.$$

$$\text{ou} \quad \overset{\text{C}}{10{,}00} \div 10 = \overset{\text{D}}{10{,}0} \div 10 = \overset{\text{F}}{10}$$

De la *Réduction* descendante.

Une réduction est descendante quand on exprime une même valeur avec un plus grand nombre de chiffres d'une espèce différente,

$$\text{comme} \quad 2160\text{ d.} = 180\text{ s.} = 9 \text{ ₶} \quad \text{ou}$$

$$\overset{\text{millièmes.}}{20000} = \overset{\text{dixièmes.}}{200{,}00} = \overset{\text{F.}}{20{,}000}$$

Cette réduction se fait en multipliant la plus grande quantité par le nombre qui exprime combien de fois cette grande quantité contient la plus petite.

$$\text{Ex.} \quad 9^{\text{l.}} \times 20_{\text{s.}} = 180_{\text{s.}} \times 12^{\text{d.}} = 2160^{\text{d.}}$$

$$\text{ou} \quad \overset{\text{F.}}{20} \times 10 = \overset{\text{dixièmes.}}{20{,}0} \times 10 = \overset{\text{centièmes.}}{20{,}00} \times 10 = \overset{\text{millièmes.}}{20{,}000}$$

$$\text{ou} \quad \frac{200}{10} \times 10 = \frac{2000}{100} \times 10 = \frac{20000}{1000}$$

DIVISION PRATIQUE.

1°. Ayant payé 96 fr. pour 48 kilogrammes de Beurre, à combien revient le kilogramme ?

$$96 \left\{ \begin{array}{l} 48 \\ \hline 2 \text{ fr. réponse.} \\ \hline \end{array} \right.$$
$$00$$

2°. Ayant acheté 56 bariques de Vin pour 17360₶, à combien revient 1 barique ?

17360	56
560	310₶
00	

Autre Exemple avec des décimales.

3°. On a payé 9220,40 F. pour 356 mètres de Drap, à combien revient 1 mètre ?

F. 9220,40	356,00	5
2100	25,90	8×8
3204		7 (*).
0000		

4°. Un particulier ayant un Jardin de 9625 mètres en quarré, l'on sait que sa largeur est de 35 mètres, quelle en est la longueur. Rép. 275 mètres.

5°. Diviser 1000 Napoléons entre A, B, C, de manière que A reçoive 129 plus que B, et B 178 moins que C.

Réponse. . . . . $\left. \begin{array}{l} A = 360 \\ B = 231 \\ C = 409 \end{array} \right\} = 1000$

6°. Trois jeunes gens rencontrant une Servante qui

(*) Comme l'on voit, la preuve peut se faire aussi par 9. (55).

portoit des pommes au marché ; le premier lui prit la $\frac{1}{2}$ de ce qu'elle avoit, en lui en rendant cependant 10 ; le deuxième lui en prit un tiers et lui en rendit 2 ; et le troisième prit la $\frac{1}{2}$ de ce qui lui restoit, et lui en rendit une. Alors il ne lui en restoit plus que 12, combien en avoit-elle d'abord ?

Rép. 40 pommes.

48. Jusqu'ici l'on a obtenu un quotient exact, parce qu'on a toujours divisé un produit qui contenoit exactement deux facteurs par l'un des deux ; mais quand on prend un dividende au hasard pour être divisé par un nombre, alors il s'y trouve un reste, c'est-à-dire ; qu'il est bien rare que le diviseur soit contenu exactement un certain nombre de fois dans le dividende.

EXEMPLE.

Soit 265 | 13 diviseur.
05 | 20 quotient.

260
5 reste ajouté

Preuve 265

Quand il y a un reste à la division, on ajoute ce reste à la preuve ; car, dans l'exemple ci-dessus., 265 quotient 20 fois 13 plus 5, il a donc fallu, pour avoir le dividende, ajouter 5 à 20 × 13.

49. On peut avoir un quotient approximatif en parties décimales en deux manières, soit en ajoutant, au dividende, après la virgule, autant de zéro que l'on voudra, ou bien en plaçant un zéro à côté de chaque membre de division.

EXEMPLE.

div^de. 265	13 div^seur.	ou	265,000000	13
05,0	20,384615		05,0	20,384615
110			110	
60			60	
80			80	
20			20	
70			70	
5			5	

50. *Si l'on donne un nom au diviseur d'un reste de division, comme des 5^ièmes., des 6^ièmes., des 13^ièmes., des 20^ièmes., etc., alors la division et le quotient s'expriment de la même manière.*

En effet, soit le reste 5 ci-dessus divisé par 13, alors on peut réduire les 5 unités en 13^ièmes. (46).

EXEMPLE.

dividende	5	13 *diviseur.*
×	13	5 *quot. exact* = 5 *treizièmes.*
	65	

Ainsi l'on voit que le quotient $\frac{5}{13}$ *s'exprime exactement par la division* $\frac{5}{13}$*, par conséquent quand il y a un reste, ce reste peut aussi être considéré comme un quotient; lequel quotient est toujours juste, puisque par la réduction du reste en autant de parties que contient le diviseur, il ne peut manquer de donner un quotient exact.* (24).

Comme ce reste est une partie de l'unité, qu'on appelle fraction, je vais donner un abregé des fractions.

DES FRACTIONS.

51. UNE fraction est une partie de l'unité, ou de l'entier, comme d'une livre, d'une aune, d'une toise, d'un mètre, etc.

L'entier ou l'unité peut être rompue, divisée, ou séparée, en deux, trois, quatre ou cinq parties, etc., et ces parties réunies ensemble forment le tout ou l'entier ; et, si l'on en prend ou retire quelque chose, soit une moitié, deux tiers, etc., l'on appelle cela des fractions.

52. L'on se sert de deux chiffres pour les exprimer ainsi :

1/2	exprime	la moitié d'un tout divisé en 2 part.				
1/3	d°.	le tiers d'un tout divisé en 3 parties.				
1/4	»	le quart	d°.	d°.	4	d°.
1/6	»	le sixième	d°.	d°.	6	d°.
8/16	»	8 seizièmes	d°.	d°.	16	d°.
15/20	»	15 vingtièmes		d°.	20	d°. etc.

ou de cette manière,

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{8}{16} \quad \frac{15}{20}$$

53. Ces deux chiffres ont un nom commun, on les appelle *les deux termes* d'une fraction.

54. Ces deux chiffres ont chacun un nom particulier ; le chiffre inférieur se nomme *dénominateur*, et le chiffre supérieur se nomme *numérateur*.

Le chiffre inférieur se nomme *dénominateur* parce qu'il donne une dénomination au nombre des parties que contient l'entier, et parce qu'il fait connoître en combien de parties le tout ou l'entier, dont il s'agit, est divisé ; par exemple, dans la fraction $\frac{3}{4}$, le *dénominateur* 4 fait connoître que le *tout*, dont il s'agit, est divisé en 4 parties, et donne le nom à la petite collection d'unités renfermés dans l'entier, puisqu'on les appelle des *quarts*.

Le chiffre supérieur se nomme *numérateur*, parce qu'il compte et fait connoître combien l'on prend de parties désignées dans le *dénominateur* ; par exemple, quand on demande $\frac{3}{4}$ d'une aune, le *numérateur* 3 fait connoître que l'on demande 3 parties de cette aune supposée contenir 4 parties.

55. Plus une fraction approche de l'unité, plus elle est grande ; par exemple, 3/4 est plus près de contenir l'unité ou l'entier que 1/4.

56. De deux fractions qui ont le même *dénominateur* ; la plus grande est celle dont le *numérateur* est le plus grand. Exemple. $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$

57. De deux fractions qui ont le même *numérateur*, la plus grande est celle dont le *dénomitateur* est le plus petit. Exemple. $\frac{4}{7} < \frac{4}{5}$.

58. L'on peut diminuer ou augmenter une fraction de deux manières.

L'on peut diminuer une fraction

$$\begin{matrix} \text{en} \\ \text{ou} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{diminuant} \\ \text{augmentant} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \textit{son numérateur}, \\ \textit{son dénominateur}. \end{matrix}$$

Exemple, la fraction $\frac{6}{8} > \frac{3}{8}$ ou $\frac{6}{16}$,

L'on peut augmenter une fraction,

$$\begin{matrix} \text{en} \\ \text{ou} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{augmentant} \\ \text{diminuant} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \textit{son numérateur}, \\ \textit{son dénominateur}. \end{matrix}$$

Exemile, la fraction $\frac{3}{8} < \frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$,

59. L'on ne change pas la valeur d'une fraction, en multipliant ou divisant les deux termes par un même nombre. (17).

Les fractions pouvant être transformées, réduites de différentes manières, et soumises aux quatre opérations de l'Arithmétique, je vais parler, 1°. *de leurs transformations* ; 2°. *de leurs réductions* ; 3°. *de leurs opérations*.

SECTION PREMIÈRE.

De la transformation des fractions sans en changer la valeur.

60. L'ON *peut avoir à transformer une fraction en une autre fraction, ou un entier en fraction, ou enfin une fraction en entier.*

1°.

61. Pour transformer ou donner une autre forme à une fraction sans en changer la valeur, il suffit de diviser ou de multiplier les deux termes de la fraction par une même quantité.

EXEMPLE.

$$\left.\frac{2}{4}\quad\frac{8}{12}\quad\frac{10}{20}\right\}\begin{array}{l}\times\ 4 = \frac{8}{16}\quad\frac{32}{48}\quad\frac{40}{80}.\\ \div\ 2 = \frac{1}{2}\quad\frac{4}{6}\quad\frac{5}{10}.\end{array}$$

Or, toutes ces fractions conservent la même valeur; car de ce qu'elles ont été multipliées et divisées par un même nombre, il s'ensuit, comme je l'ai déjà dit, (17), qu'elles ont le même rapport et conséquemment la même valeur.

Il est bon d'observer que l'on peut toujours les multiplier par un même nombre, et que l'on ne peut pas toujours les diviser; par exemple, on ne pourroit pas diviser par un même nombre;

$$\frac{1}{3}\qquad\frac{2}{5}\qquad\frac{3}{7}$$

2°.

62. *On peut avoir une unité seulement ou plusieurs unités, ou un entier, et une fraction à transformer en fraction.*

Pour transformer une unité ou plusieurs unités en fraction, il suffit de donner à l'unité ou à l'entier, 1 unité

pour dénominateur, et ensuite multiplier les 2 termes par une même quantité.

EXEMPLE.

$$1 = \frac{1}{1} \times 2 = \frac{2}{2} \text{ ou } \frac{4}{4} \text{ ou } \frac{16}{16}$$
$$4 = \frac{4}{1} \times 2 = \frac{8}{2} \text{ ou } \frac{16}{4} \text{ ou } \frac{32}{8}$$

Pour transformer un entier et une fraction ou une seule fraction, il faut multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction, ajouter son numérateur, et conserver le même dénominateur.

EXEMPLE.

$$4 \times \frac{3}{5} = \frac{4}{1} \times 5 + \frac{3}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$$

D'où il suit que $4 + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$. *En effet, en multipliant 4 par 5, on en fait* $\frac{20}{5}$*ièmes, puisque chaque entier, dans cette hypothèse, vaut* $\frac{5}{5}$*ièmes; or,* $\frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$.

3°.

63. *Pour transformer une fraction en entier, il faut (quand cela est possible) diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur.*

EXEMPLE.

$$\frac{23}{5} = 23 \div 5 = 4 + \frac{3}{5}$$
$$\frac{36}{4} = 36 \div 4 = 9$$

Je dis quand cela est possible, car on ne peut avoir des entiers qu'autant que le numérateur en contient; par exemple, on ne pourroit pas transformer en entier $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$, etc., parce qu'il est évident qu'elles ne contiennent pas des entiers.

Cette opération, par laquelle on transforme une fraction en entier, s'appelle *évaluer* une fraction ou en tirer la valeur.

SECTION II.

De la réduction des fractions.

64. *On peut réduire la fraction, ou au même dénominateur, ou au plus simples termes, ou à un dénominateur quelconque.*

1°.

De *la réduction des fractions* au *même dénominateur.*

On peut avoir deux fractions seulement à réduire au même dénominateur, ou plus de deux fractions.

65. 1°. Pour réduire deux fractions au même dénominateur, il faut multiplier les deux termes de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

EXEMPLE.

soit $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times 5 + \frac{4}{5} \times 3 = \frac{10}{15} + \frac{12}{15}$

66. 2°. Pour réduire plus de deux fractions au même dénominateur, il faut multiplier les 2 termes de chaque fraction par le produit des dénominateurs des autres fractions.

EXEMPLE.

soit $\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} = \frac{12}{24} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{18}{24}$

ou 1°. $3 \times 4 \times 1 = \frac{12}{24}$

2°. $2 \times 4 \times 2 = \ldots \frac{16}{24}$

3°. $2 \times 3 \times 3 = \ldots\ldots \frac{18}{24}$

Autre Exemple.

$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{6} = \frac{360}{720}, \frac{480}{720}, \frac{540}{720}, \frac{576}{720}, \frac{600}{720}$

Cette méthode peut s'employer dans tous les cas, cependant l'on peut la simplifier comme il suit.

Soient les mêmes fractions $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$
d'abord je réunis $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ qui font . . . . $\frac{5}{4}$
ensuite je réunis $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{6}$ qui font . . . . . . $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$
puis il reste . 4/5 que je réunis avec

$$5/4 = \frac{16 + 25}{20} = \frac{41}{20}$$ cela fait,

il ne reste que les 2 fractions $\frac{41}{20} + \frac{3}{2}$ qui font ensemble

$$\frac{41 + 30}{20} = \frac{71}{20}$$

Autre manière de trouver un dénominateur commun.

---

67. *L'on cherche le plus petit dénominateur commun qui puisse être divisé exactement par chacun des dénominateurs des fractions proposées; et, pour avoir un numérateur pour chaque fraction qui s'accorde avec le nouveau dénominateur, il faut multiplier le numérateur de chaque fraction par le nombre qui exprime combien de fois le présent dénominateur est contenu dans le nouveau dénominateur commun.*

EXEMPLE.

soient $\frac{2\quad 3\quad 5\quad 3\quad 7}{3\quad 4\quad 6\quad 8\quad 12}$ *et le dénominateur, commun*

$$24 \div 3.4.6.8.12. = \left\{ 8\quad 6\quad 4\quad 3\quad 2 \right\} \times chac.\,pr.\,2.3.5.3.7.$$

on aura $= \dfrac{16.\ 18.\ 20.\ 9.\ 14.}{24}$

En effet, l'on voit que les deux termes de chaque fraction proposées sont censés multipliés par un même nombre,

car on a eu $2/3 \times 8 = 16/24$
$3/4 \times 6 = 18/24$
$5/6 \times 4 = 20/24$
$3/8 \times 3 = 9/24$
$7/12 \times 2 = 14/24$

2°.

De la réduction des fractions aux plus simples termes, ou à la plus simple expression.

---

68. *L'on peut réduire les fractions à la plus simple expression de deux manières ;*

1°. *En divisant les 2 termes d'une fraction jusqu'à ce que la division devienne impossible ;*

2°. *En divisant les 2 termes par leur plus grand commun diviseur.*

69. Dans le premier cas, il faut diviser les 2 termes de la fraction par 2, c'est-à-dire, en prenant la moitié des 2 termes jusqu'à ce qu'il y ait un chiffre impair à droite ; ensuite essayer à diviser par 3, par 5, etc., autant que l'on pourra, l'on peut faire la même chose avec les figures 11, 13, 17, etc., si cela est nécessaire.

Mais la difficulté consistant à savoir quand il est possible de diviser par 2, 3, 5, etc. ; pour le connoître, l'on peut se servir des principes suivants.

Tout nombre terminé par un chiffre pair, à droite, est divisible par 2.

Tout nombre qui, ajouté ensemble comme des unités, fait 3 ou multiple de 3 peut se diviser par 3 ; par exemple, $\frac{54231}{162693}$ est divisible par 3, parce que ces figures ajoutées ensemble, font 15 ou 5×3.

C'est la même chose par rapport au nombre 9. Tout nombre terminé par un 5 ou 1 zéro est divisible par 5.

Par rapport aux autres figures, l'expérience seule peut faire voir quand on peut en faire usage.

EXEMPLE.

soit la fraction $\frac{2016}{5796} \div 2$

$= \frac{1008}{2898} \div 2$

$= \frac{504}{1449} \div 9$ à cause du chiffre impair.

$= \frac{56}{161} \div 7$

$= \frac{8}{23}$ qui est le plus simple terme de la fraction $\frac{2016}{5796}$

Deuxième cas. Avant de réduire une fraction à sa plus simple expression par le plus grand commun diviseur, il faut savoir le trouver.

Manière de trouver le plus grand diviseur commun.

---

70. Pour le trouver il faut diviser le plus grand terme de la fraction par le plus petit ; diviser ensuite le plus petit terme par le reste de la première division, puis diviser le premier reste par celui de la seconde division, et continuer ainsi de diviser le reste de chaque opération par celui de la suivante jusqu'à ce qu'on obtienne un quotient exact, et le dernier diviseur sera le plus grand commun diviseur demandé.

EXEMPLE.

soit $\frac{3,760}{9,024}$

OPÉRATION.

le plus gr. terme 9,024	3,760	1,504	752	dern. diviseur exact,
premier reste 1,504	2	2	2	et par conséquent le plus gr. divis. com.
deuxième reste 752.	000.			

47. Quoique diviser le dividende et le diviseur par une même quantité, s'appelle faire une réduction ; cependant il y en a une autre sorte que l'on divise en deux parties ; savoir, réduction *descendante* et réduction *ascendante*.

De la *Réduction* ascendante.

Une réduction est ascendante quand on exprime une même valeur avec un plus petit nombre de chiffres d'une espèce différente,

comme $6^{l.} = 120^{s.} = 1440^{d.}$

ou $10^{F.} = 10{,}0_{\text{déc.}} = 10{,}00^{\text{centimes.}}$

Cette réduction se fait en divisant la petite espèce par le nombre, qui exprime combien de fois la petite espèce est contenue dans la plus grande.

Ex. $\frac{1440\,d.}{72} = \frac{120\,s.}{20} = 6$ ₶.

ou $10{,}00^{C} \div 10 = 10{,}0^{D} \div 10 = 10^{F}$

De la *Réduction* descendante.

Une réduction est descendante quand on exprime une même valeur avec un plus grand nombre de chiffres d'une espèce différente,

comme 2160 d. $= 180$ s. $= 9$ ₶ ou

$20000^{\text{millièmes.}} = 200{,}00^{\text{dixièmes.}} = 20{,}000^{F.}$

Cette réduction se fait en multipliant la plus grande quantité par le nombre qui exprime combien de fois cette grande quantité contient la plus petite.

Ex. $9^{l.} \times 20^{s.} = 180_{s.} \times 12^{d.} = 2160^{d.}$

ou $20^{F.} \times 10 = 20{,}0^{\text{dixièmes.}} \times 10 = 20{,}00^{\text{centièmes.}} \times 10 = 20{,}000^{\text{millièmes.}}$

ou $\frac{200}{10} \times 10 = \frac{2000}{100} \times 10 = \frac{20000}{1000}$

DIVISION PRATIQUE.

1°. Ayant payé 96 fr. pour 48 kilogrammes de Beurre, à combien revient le kilogramme ?

$$\begin{array}{r|l} 96 & 48 \\ \hline 00 & 2 \text{ fr. réponse.} \end{array}$$

2°. Ayant acheté 56 bariques de Vin pour 17360 ₶, à combien revient 1 barique ?

$$\begin{array}{r|l} 17360 & 56 \\ \hline 560 & 310 \text{ ₶} \\ 00 & \end{array}$$

Autre Exemple avec des décimales.

3°. On a payé 9220,40 F. pour 356 mètres de Drap, à combien revient 1 mètre ?

$$\begin{array}{r|l} \overset{\text{F.}}{9220{,}40} & 356{,}00 \\ \hline 2100 & 25{,}90 \\ 3204 & \\ 0000 & \end{array} \qquad \begin{array}{c} 5 \\ 8 \times 8 \\ 7 \end{array} \ (*)$$

4°. Un particulier ayant un Jardin de 9625 mètres en quarré, l'on sait que sa largeur est de 35 mètres, quelle en est la longueur. Rép. 275 mètres.

5°. Diviser 1000 Napoléons entre A, B, C, de manière que A reçoive 129 plus que B, et B 178 moins que C.

Réponse. . . . . . . $\left.\begin{array}{l} A = 360 \\ B = 231 \\ C = 409 \end{array}\right\} = 1000$

6°. Trois jeunes gens rencontrant une Servante qui

(*) Comme l'on voit, la preuve peut se faire aussi par 9. (55).

EXEMPLE.

$\frac{186}{240} = 186{,}000 \;\Big\{\; \frac{240}{0{,}775}$

1800

1,200

000

On peut réduire ainsi toute autre fraction en décimale.

Si l'on veut réduire ladite fraction $\frac{186}{240}$ en une autre qui ait pour dénominateur 120, il faut opérer comme ci-dessus, ou simplement prendre la moitié des 2 termes de ladite fraction.

EXEMPLE.

$\frac{186}{240} = \frac{186 \times 120}{22{,}320} \;\Big\{\; \frac{240}{93}\Big/ 120$ ou $\frac{186}{240} \div 2 = \frac{93}{120}$

720

00

Les fractions ainsi réduites sont plus commodes pour les soumettre aux 4 opérations de l'Arithmétique, comme on le verra dans la Section suivante.

SECTION III.

Des quatre opérations de l'Arithmétique avec les fractions.

1°.

de l'Addition des fractions.

On peut avoir à additionner des fractions d'un même dénominateur, ou des fractions avec des entiers, ou des fractions d'un dénominateur différent.

Premier cas. *Si les fractions ont un même dénominateur, il suffit d'additionner tous les numérateurs ensemble, et ensuite évaluer le produit.* (63).

EXEMPLE.

soient les fractions $\frac{5.\ 13.\ 15.\ 18.\ 19.}{60.}$

5		
13		
15		
18		entier.
19	60	
70	1 10/60	c'est-à-dire 1 + 1/6.
10/60		

Deuxième cas. *S'il y a des entiers avec des fractions*, il faut opérer comme ci-dessus, et porter les entiers qu'on a tiré des fractions à la colonne des entiers.

EXEMPLE.

Comme il me reste différents coupons de Draps; savoir; 2 mètres 1/16, 3 » 10/16, 4 » 13/16, combien y a-t-il de mètres en tout? Rép. 10 m. 1/2.

2 mètres	1/16	
3 »	10/16	
4 »	13/16	
10	8/16	

Troisième cas. *Si les fractions n'ont pas le même dénominateur*, il faut les y réduire; et ensuite opérer comme ci-dessus.

EXEMPLE.

Un Marchand ayant acheté 5 pièces de Drap ; savoir,

la 1^{ere}.	de	15m.	2/3	combien y a-t-il de mètres en tout ?
2^e	»	12	3/4	
3^e	»	14	5/6	
4^e	»	13	3/8	
	»	16	7/12	

OPÉRATION.

$$\left.\begin{array}{l} 15 + 2/3 \times 8 = 16 \\ 12 \;\text{»}\; 3/4 \;\text{»}\; 6 = 18 \\ 14 \;\text{»}\; 5/6 \;\text{»}\; 4 = 20 \\ 13 \;\text{»}\; 3/8 \;\text{»}\; 3 = \;\;9 \\ 16 \;\text{»}\; 7/12 \;\text{»}\; 2 = 14 \end{array}\right\} \text{24 dénominat. commun.}$$

77 | 3 + 5/24 (67)

rép. 73 m. 5/24 — 5/24

L'on peut se servir de la manière indiquée (66) pour faire la même opération.

2°.

De la Soustraction des fractions.

75. Si les fractions ont un même dénominateur, il suffit de retrancher le numérateur de la fraction que l'on soustrait du numérateur de celle de laquelle l'on soustrait ; et si les fractions n'ont pas un même dénominateur, il faut les y réduire, ensuite opérer comme ci-dessus.

EXEMPLE.

de	3 mètres	3/4		de	3 mètres	1/4
ôtez	2	1/4		ôtez	2	3/4
reste	1	2/4		reste		2/4

$$\left.\begin{array}{lll} \text{de} & 3 \text{ mètres} & 1/2 = 4 \\ \text{ôtez} & 2 & 1/8 = 1 \end{array}\right\} 8 \quad \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{8} = \tfrac{8}{16}\ \tfrac{2}{16} = \tfrac{4}{8}\ \tfrac{7}{8}$$

reste 1 3/8

Un particulier ayant donné 3 mètres 2/8 de Drap à un Tailleur pour faire un habit, il s'est trouvé que celui-ci n'en a employé que 2 mètres 1/3, combien en a-t-il resté ?

OPÉRATION.

de	3 met.	2/8 = 6	$\}$ 24	2/8 × 3 = 6 $\}$ 24
ôtez	2	1/3 = 8		1/3 × 8 = 8
reste	0	22/24 ou 11/12 de mètre.		

La *preuve de l'Addition* et de la *Soustraction se fait comme avec celle des entiers.*

Exemple de l'une et l'autre ensemble.

Un Marchand ayant acheté 5 pièces d'étoffes ; savoir, n'en a payé que 100 aunes 7/8, l'on demande de combien il en reste à payer ?

	30 aunes	1/2	
	31 »	2/3	
	32 »	3/4	
	33 »	4/5	
	34 »	5/6	
réd.	some 163 »	11/20	
1 2 3 4 5 prve 13.		0	360. 480. 540. 576. 600.
2 3 4 5 6			720.

360
480
540
576
600

2556 $\left\{ \dfrac{720}{3 + \frac{396}{720}} \right.$ ou 11/20.

396

Le total des aunes d'étoffe est donc

de	163 au.	11/20.	22	mais on en a payé
que	100 »	7/8	35 $\}$ 40	
Il reste à payer	62 »	» 27/40		réduct. $\frac{11}{20}$ $\frac{7}{8}$ = $\frac{88}{160}$ $\frac{140}{160}$
preuve	163 »	» 22/40		ou $\frac{22}{40}$, $\frac{35}{40}$.

3°.

De la Multiplication des fractions.

76. On peut avoir une fraction à multiplier par un entier, ou un entier à multiplier par une fraction, ou une fraction à multiplier par une fraction.

77. 1°. *Pour multiplier une fraction par un entier, il suffit de multiplier le numérateur de la fraction par l'entier;* car le produit, d'aprés les principes de la multiplication (31), doit être d'autant plus grand que le multiplicande, que le multiplicateur est plus grand que l'unité; donc il faut augmenter la fraction autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur, mais augmenter une fraction autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur, c'est multiplier le numérateur de la fraction par l'entier; *donc pour multiplier une fraction par un entier, il faut multiplier le numérateur de la fraction par l'entier.*

EXEMPLE.

$$\tfrac{3}{12} \times 4 = \tfrac{12}{12} \text{ ou } 1.$$
$$\tfrac{1}{2} \times 6 = \tfrac{6}{2} \text{ ou } 3.$$

L'on pourroit encore multiplier une fraction par un entier en divisant le dénominateur par l'entier seulement, quand cela est possible (58), ainsi la fraction $\tfrac{3}{12} \times 4 = \tfrac{3}{12} \div 4 = \tfrac{3}{3} = 1.$

Si l'on a une fraction à multiplier par un entier égal au dénominateur de la fraction; pour avoir le produit, il suffit de supprimer son dénominateur; par exemple, si l'on a $3/4 \times 4$, le produit sera simplement 3; car pour l'obtenir d'aprés les principes ci-dessus, il faudroit rendre la fraction 3/4 4 fois plus grande en divisant le dénominateur 4 par 4, ce qui donneroit 3; donc en sup-

primant de suite le dénominateur, on aura le même produit 3 bien plus promptement.

58. 2°. *Si l'on a un entier à multiplier par une fraction*, la fraction peut avoir pour numérateur 1 ou plus de 1, c'est-à-dire, 2, 3, 4, etc. Dans le premier cas, il suffit de diviser l'entier par le dénominateur de la fraction; car d'après les principes de la multiplication (31), le produit doit diminuer autant de fois que le multiplicateur est plus petit que l'unité; mais en divisant le multiplicande par le dénominateur de la fraction, c'est rendre ce multiplicande autant de fois plus petit que le multiplicateur est plus petit que l'unité; donc pour multiplier un entier par une fraction, dont le numérateur est 1, il suffit de diviser l'entier par le dénominateur de la fraction. Dans le deuxième cas, c'est-à-dire, quand le numérateur de la fraction est 2, 3, 4, etc.; l'on peut diviser d'abord l'entier par le dénominateur de la fraction, et ensuite multiplier ce produit par le numérateur.

EXEMPLE.

1er cas.
$$24\begin{cases}\times 1/2 = 12 & \text{la } 1/2 \text{ plus petit que le multipl}^{de} \\ \times 1/3 = 8 & \text{le } 1/3 \quad d^o. \ldots\ldots \; d^o. \\ \times 1/8 = 3 & \text{le } 1/8 \quad d^o. \ldots\ldots \; d^o.\end{cases}$$

2e cas.
$$24\begin{cases}\times 2/3 = 8 \times 2 = 16 = 2 \text{ fois le } 1/3 \; d^o. \\ \times 3/4 = 6 \times 3 = 18 = 3 \text{ fois le } 1/4 \; d^o. \\ \times 4/6 = 4 \times 4 = 16 = 4 \text{ fois le } 1/6 \; d^o.\end{cases}$$

Quand le numérateur est 2, 3, 4, 5, etc., l'on peut également avoir le produit en multipliant l'entier par le numérateur, et ensuite diviser ce nouveau produit par le dénominateur; par exemple, $24 \times \frac{2}{3} = \frac{48}{3} = 16$ aussi bien que $24 \div 3 = 8 \times 2 = 16$; en effet, il est évident que le $\frac{1}{3}$ de 48 = les 2/3 de 24.

79. 3°. *Si l'on a une fraction à multiplier par une fraction, il faut multiplier le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre pour avoir le numérateur du produit, et ensuite multiplier le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre pour avoir le dénominateur du même produit.*

En effet, soit $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ et d'abord

$\frac{2}{3} \times 4$

(77) D'après les principes ci-dessus $\frac{2}{3} \times 4$ me donneront 8/3, puisqu'il s'agit de répéter 2/3 autant de fois que 4 contient l'unité, c'est-à-dire, 4 fois; mais ce n'est pas par 4 seulement que j'ai à multiplier 2/3; au contraire, c'est par 4/5, alors le produit 8/3 est donc 5 fois trop fort, il faut donc rendre la fraction 8/3, 5 fois plus petite; or, elle le sera en multipliant 3 dénominateur de la fraction 8/3 par 5, ce qui donnera 8/15; mais en agissant ainsi, j'ai multiplié les numérateurs l'un par l'autre, et aussi les dénominateurs l'un par l'autre; *donc pour multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier, etc.* Donc $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

Des fractions de fractions.

80. *Pour avoir le résultat d'une fraction de fraction, il suffit de multiplier le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre, et leurs dénominateurs l'un par l'autre;* pour le prouver, il suffit de faire voir qu'une fraction de fraction n'est autre chose que le produit d'une multiplication de fractions; or, cela est ainsi, car dans la multiplication ci-dessus, on a eu le produit de $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ en prenant les 4/5 de 2/3, mais un produit qui résulte en prenant les 4/5 de 2/3, est une fraction de fraction; donc 8/15 est une fraction de fraction.

81. S'il y a plusieurs fractions de suite, il *suffit* de *multiplier tous les numérateurs les uns par les autres*, et les *dénominateurs* les *uns par* les *autres*; en effet, multiplier

les fractions les unes par les autres, c'est d'abord multiplier 2 fractions l'une par l'autre, ensuite multiplier ce produit par une troisième fraction, puis le produit de ces trois fractions par une quatrième, et ainsi de suite; mais agir ainsi, c'est prendre successivement des fractions de fractions, *donc on aura le produit des fractions de fractions, en multipliant tous les numérateurs l'un par l'autre, ainsi que tous les dénominateurs l'un par l'autre.*

EXEMPLE.

Les $4/5$ des $2/3$ de $9/12 = \frac{8}{15}$ de $\frac{9}{12} = \frac{72}{180}$,
ou $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{12} = \frac{72}{180}$.

L'on voit que plusieurs fractions peuvent se réduire à 2 fractions, c'est-à-dire, que leur produit sera toujours une fraction de fraction.

Autre exemple.

Quel est le $\frac{54}{3}$ *de* $\frac{1}{12}$ *de* $\frac{20}{3}$ *de deniers sterlings?*
on aura $\frac{54}{3} \times \frac{1}{12} \times \frac{20}{3} = \frac{1080}{108} = 10^{d}$. *sterlings.*
En effet, supposons;

1°. *Que* $3^{F.} = 54^{D.}$ *de gros,* $1^{F.} = \frac{54}{3}$ D.

2°. *Que* $12^{D.}$ *de gros* $= 1^{S.}$ *de gr.* $1^{D.}$ *de gr.* $= \frac{1}{12}$ *de s. de gr.*

3°. *Que* $36^{S.}$ *de gr.* $= 240^{D.}$ *sterl.* $1^{s.}$ *de gr.* $= \frac{240}{36}$ *ou* $\frac{20}{3}$.
et que l'on cherche combien on peut avoir de deniers sterlings pour $1^{F.}$*; alors*
puisque $1^{F.} = \frac{54}{3}$ D. *de gros, que*

$1^{D.}$ *de gros* $= \frac{1}{12}$ *de sol de gros, il est évident que* 1 *franc est les* $\frac{54}{3}$ *de* $\frac{1}{12}$ *de sol de gros, et puisque*

$1^{s.}$ *de gros* $= \frac{20}{3}$ *de deniers sterl. il est évident que* 1 *franc est les* $\frac{54}{3}$ *de* $\frac{1}{12}$ *de* $\frac{20}{3}$ *de deniers sterl.* $= \frac{1080}{108} = 10^{D.}$ *sterlings.*

Comme l'on voit, cette règle peut servir aux changes étrangers indirects, dont je parlerai dans la suite (507).

82. *S'il y avoit un entier joint avec les fractions,* il suffiroit

de donner à l'entier l'unité pour dénominateur, et ensuite opérer comme avec les fractions des fractions.

EXEMPLE.

Quels sont les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{4}{10}$ de 1,200 francs.

OPÉRATION.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} \times \frac{4}{10} = \frac{24}{120} \times \frac{1200}{1} = \frac{28800}{120},$$

ou simplement,

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{10} \times \frac{1200}{1} = \frac{28800}{120} = \frac{2880}{12} = 240^{F.}$$

Preuve.

L'on peut voir que

les	4/10	de	1200	sont	480,
les	3/4	de	480	»	360,
les	2/3	de	360	»	240.

donc les 2/3 des 3/4 des 4/10 de 1200$^{F.}$ font 240$^{F.}$

Autre exemple.

Si l'on demande combien l'on peut avoir de livres sterlings par la voie d'Amsterdam, pour 2400$^{F.}$, *l'on pourra avoir le résultat en* 2 *manières;*

1°. *En multipliant les* 10$^{D.}$ *sterlings trouvés ci-dessus, et on aura* $\frac{24000}{240}^{D.}$ = 100 *liv. sterlings;*

2°. *Supposant les mêmes conditions que ci-dessus, on aura les* $\frac{54}{3}$ *de* $\frac{1}{12}$ *de* $\frac{20}{3}$ *de* $\frac{2400}{1}^{F.}$ *de* $\frac{1}{240}$ *liv. sterl.*

$= \frac{54}{3} \times \frac{1}{12} \times \frac{20}{3} \times \frac{2400}{1} \times \frac{1}{240}$ *lst.* = 100 *livres sterlings,*

ou $\frac{54}{3} \times \frac{1}{12} \times \frac{20}{3} \times \frac{2400}{1} \times$ 10$^{D.}$ *st.* $= \frac{10}{240}^{D.} \times \frac{2400}{1} =$ 100 *lst.*

ou plus simplement $\frac{54}{3} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{36} \times \frac{2400}{1}^{F.} = \ldots$ 100 *lst.*

La preuve se peut faire, non-seulement comme ci-dessus, mais encore par la règle de trois conjointe, (*)

$$\left.\begin{array}{llll} \textit{suivante}\ 3^{F.} & : 54^{D.} & :: 2400^{F.} & : x \\ 12^{D.} & : 1^{S.} & » & \\ 36^{S.} & : 1^{lst.} & » & \end{array}\right\} = 100\ \textit{liv. sterl.}$$

(*) Voyez la règle de trois conjointe, (369).

83. *Si l'on avoit un entier et une fraction à multiplier par une fraction ou par un entier et une fraction*, il faudroit transformer d'abord la fraction et l'entier en une seule fraction (62), ce qui réduiroit le tout en 2 fractions, et ensuite opérer comme avec la multiplication des fractions.

EXEMPLE.

soit $4 + \frac{3}{5} \times 5 + \frac{6}{9}$ on aura

$4 \times 5 + 3 = \frac{23}{5}$ et $5 \times 9 + 6 = \frac{51}{9}$

ou $\frac{23}{5} \times \frac{51}{9} = \frac{1173}{45} = 26\ 1/15.$

4°.

De la division des fractions.

84. L'on peut avoir un entier à diviser par une fraction, ou une fraction à diviser par un entier, ou enfin une fraction à diviser par une fraction.

85. 1°. *Si l'on a un entier à diviser par une fraction, il faut multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction pour avoir le numérateur de la fraction quotient, et conserver le numérateur de la fraction diviseur pour être le dénominateur de la fraction.*

En effet, d'après les principes de la division (37), le quotient augmente à proportion que le diviseur est plus petit que l'unité; or, en multipliant l'entier par le dénominateur de la fraction pour avoir le numérateur de la fraction quotient, c'est augmenter le quotient à proportion que le diviseur est plus petit que l'unité, car l'on répete l'entier autant de fois que le dénominateur est plus petit que l'unité. Par exemple, si la fraction est la 1/2, le 1/3 de l'unité, le quotient doit être 2, 3 fois plus grand que l'entier ou le dividende, donc pour diviser un entier par une fraction, il faut multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction pour avoir le numérateur de la fraction quotient, et conserver le numérateur de

la fraction diviseur pour être le dénominateur de la fraction quotient.

Si la fraction diviseur à l'unité pour numérateur, il suffit de multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction.

EXEMPLE.

1°. $12 \div \frac{2}{3} = 12 \times 3 = \frac{36}{2} = 18.$

2°. $12 \div \frac{1}{3} = 36$

86. *L'on peut encore diviser un entier par une fraction en divisant l'entier par le numérateur de la fraction, et ensuite multipliant ce résultat par son dénominateur.*

En effet, soit $12 \div \frac{2}{3}$ et d'abord par 2, comme 2 est deux fois plus grand que l'unité, le quotient doit être 2 fois plus petit, et sera 6; or, ce n'est pas par 2 seulement que l'on a 12 à diviser, mais bien par $\frac{2}{3}$; donc le quotient 6 est trois fois trop petit, puisque le diviseur est devenu 3 fois plus petit; on le rendra donc 3 fois plus grand en multipliant 6 par $3 = 18$, donc pour diviser un entier par une fraction, il faut diviser l'entier par le numérateur de la fraction, et ensuite multiplier ce résultat par son dénominateur; ainsi on aura

$$12 \div \frac{2}{3} = 12 \div 2 = 6 \times 3 = 18.$$
$$12 \div \frac{1}{3} = 12 \times 3 = 36.$$

87. 2°. *Si l'on a une fraction à diviser par un entier, il faut rendre la fraction dividende autant de fois plus petite que le diviseur sera plus grand que l'unité*; car d'après les principes de la division (37), si le diviseur est plus grand que l'unité, le quotient doit être plus petit que le dividende, ou ce qui est la même chose, il faut diminuer autant de fois le dividende, mais comme l'on peut diminuer une fraction de deux manieres,

soit en *divisant* } le numérateur, } de la *fraction*.
(58) ou *multipliant* } le dénominateur }

On pourra donc diviser une fraction par un entier en *divisant* } le numérateur, } de la *fraction* ou en *multipliant* } le dénominateur } dividende par l'entier.

EXEMPLE.

$$\frac{4}{16} \div 2 = \frac{2}{16} \text{ ou } \frac{4}{16 \times 2} = \frac{4}{32}$$

or, $\frac{2}{16}$ ou $\frac{4}{32} < 4/16$.

Si l'on ne peut pas toujours diviser le numérateur, l'on peut toujours multiplier le dénominateur.

EXEMPLE.

$$\frac{5}{6} \div 10 = \frac{5}{6 \times 10} = \frac{5}{60} \text{ ou } \frac{1}{12}$$

88. 3°. *Si l'on a une fraction à diviser par une fraction, il faut multiplier en croix, c'est-à-dire, il faut multiplier le numérateur de la fraction dividende par le dénominateur de la fraction diviseur pour avoir le numérateur de la fraction quotient, et ensuite multiplier le numérateur de la fraction diviseur par le dénominateur de la fraction dividende pour avoir le dénominateur de la fraction quotient.*

En effet, soit $4/5 \div 2/3$ et d'abord $\frac{4}{5} \div 2$; or, comme le diviseur est 2 fois plus grand que l'unité, il faut que je rende le dividende $4/5$ 2 fois plus petit, et il le sera en multipliant le dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$ par $2 = \frac{4}{10}$; or, ce n'est pas seulement par 2 que j'ai à diviser $4/5$, mais par $2/3$; alors comme le diviseur $2/3$ est trois fois plus petit qu'il n'étoit, il faut que je rende la fraction $4/10$ trois fois plus grande; or, elle le sera en multipliant le numérateur 4 par $3 = 12$ pour numérateur de la fraction quotient $= \frac{12}{10}$; mais en agissant ainsi, *j'ai multiplié le numérateur de la fraction dividende par le dénominateur de la fraction diviseur pour avoir le numérateur de la fraction quotient, et ensuite j'ai multiplié le numérateur de la fraction diviseur par le dénominateur de la fraction dividende*

pour avoir le dénominateur de la fraction quotient ; donc pour diviser une fraction par une fraction, il faut *multiplier en croix*, c'est-à-dire, etc.

Ainsi on aura $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{10}$.

89. *Si l'on avoit un entier et une fraction à diviser par une fraction ou par une fraction et un entier*, il faudroit d'abord les réduire à 2 fractions comme (82), et ensuite opérer comme ci-dessus.

EXEMPLE.

$$2 + \frac{3}{5} \div 4 + \frac{6}{7} = \frac{2 \times 5 + 3}{5} \div \frac{4 \times 7 + 6}{7}$$
$$= \frac{13}{5} \div \frac{34}{7} = \frac{91}{170}.$$

QUESTION sur les fractions.

Un pere de famille laisse par testament 50 ₶ *aux pauvres, à condition que*

Le 1/3 *sera pour les hommes, en leur donnant chacun* 5 *s.*

Le 1/4 *pour les femmes, en leur donnant chacun* 2 *s.* 6 *d.*

Le 1/5 *pour les garçons, en leur donnant chacun* 1 *s.*

Le 1/6 *aux filles, en leur donnant chacun* 9 *d.*; *le reste sera pour la personne qui distribue ladite somme de* 50 ₶.

L'on demande combien il doit y avoir d'hommes, de femmes, de garçons, de filles, et combien il restera à la personne qui distribuera ladite somme ?

Réponse,	66 *hommes.* 100 *femmes.* 200 *garçons.* 222 *filles.*	*et* 2 l., 13 s., 6 d. *pour la personne qui distribue l'argent.*

OPÉRATION.

Réduisant 50 ₶ *en deniers par* 240 *d.* = 12000 *d.*, *on aura*

12000 ÷	1/3 = 4000 *pr. les hom.* ÷ 5 *s. ou* 60 *d.* = 66 *h. pl.* 40 *d.*		
	1/4 = 3000 » *fem.* ÷ 30 *d.* = 100 *fem.*		
	1/5 = 2400 » *gar.* ÷ 1 *s. ou* 12 *d.* = 200 *garç.*		
	1/6 = 2000 » *filles* ÷ . . . 9 *d.* = 222 *fil.* + 2 *d.*		
	11400		42 *d.*

reste 600 + 42 *d.* = $\frac{642}{240}$ = *l.* 2. 13. 6 *pour la personne qui distribue.*

12000

PREUVE.

66 *hommes* × 5 *s.*	*ou* 60 *d.*	= 3960	÷ 240	= 16. 10
100 *femmes* × 2 *s.* 6	*ou* 30	= 3000		= 12. 10
200 *garçons* × 1 *s.*	*ou* 12	= 2400		= 10. »
222 *filles* ×	9	= 1998		= 8. 6. 6
la personne 600 +	42 *d.*	= 642		= 2. 13. 6
		12000	=	50

ABRÉGÉ du système MÉTRIQUE.

90. Ce système est fondé sur le *mètre* qui est la dix millionnième partie du quart du méridien terrestre, ou de la distance du pôle à l'équateur, et a de longueur pieds $3^{P.}$ $0^{P.}$ $11^{L.}$ 2,968. En effet,

La circonférence du cercle est de 360 dégrés le 1/4 = 90°. × par 25 lieues au dégré donnera 2250 lieues × 2,280. 2/6 toises = 1 lieue, donnera un produit de 5,130,750 par toises × 6 pieds donnera 30,784,500 pieds ou enfin $\frac{360}{4}$ = 90 × 25 × 2280 toises 2/6 × 6 donneront 30,784,500$^{P.}$ étant divisé par 10,000,000 = $3^{P.}$ $0^{P.}$ $11^{L.}$ 2,968, pareillement $3_{P.}$ $0^{P.}$ $11^{L.}$ 2,968 × 10,000,000 = 30,784,500 pieds.

Comme d'après les calculs de M. Delambre, la distance d'un dégré est de 57,008 2/9 de toises, et celle du pôle à l'équateur est 57,008 2/9 × 90 = 5,130,740 toises ; le mètre qui en est la dix millionnième partie sera donc toises 05,130,740 , ou 3 pieds 0 pouc. 11 lig. 295,936 ; mais le mètre ayant été invariablement fixé à 3p. 0p. 11l. 296, ou 443l. 296 par des savants nommés à cet effet pour servir d'unité de longueur ; c'est donc cette unité qui doit servir de base dans les mesures linéaires ou de longueur.

91. Ce systême comprend ;

1°. les mesures de longueur.	dont l'unité est	le	*Mètre.*
2°. » . » . des surfaces.		»	l'*Are.*
3°. » . » . des solides.		»	*Stère.*
4°. » . » . de capacité.		»	*Litre.*
5°. » . » . de pesanteur.		»	*Gramme.*
6°. » . » . des valeurs des monnaies.		»	*Franc.*

1°.

MESURES DE LONGUEUR OU LINÉAIRES.

92. Comme on a besoin de mesures plus ou moins longues pour mesurer les longueurs et les distances, on en a composé avec le mètre comme il suit.

EXEMPLE.

					Toises.
1 Myriamètre.	=	10000 Mètres.	=		5130,74
1 Kilomètre.	=	1000 d.	=		513,074
1 Hectomètre.	=	100 d°.	=		51,3074
1 Décamètre.	=	10 d°.	=		5,13074
1 Mètre.	=	1 d°.	=		0,513074
				en pieds	3,078444
1 Décimètre.	=	1 dixième	de mèt.,	pouces	3,694133
1 Centimètre.	=	1 centième	de mèt.,	lignes	4,43296
1 Millimètre.	=	1 millième	de mèt.,	d°.	0 443296

L'on

L'on voit que *myria*, *kilo*, *hecto*, *déca*, *déci*, *centi*, *milli*, signifient dix mille, mille, cent, dix, 10^e, 100^e, 1000^e.

Comparaison des anciennes mesures de longueur avec les nouvelles.

Des dégrés DU CERCLE *avec le grade ou dégré décimal.*

---

93. La nouvelle division du cercle étant de 400 grades dont chacun est divisé en 100 parties.

L'ancienne division étant de 360 degrés, le rapport du degré au grade sera $\frac{400}{360}$, et pour le 1/4 du cercle, il sera de $\frac{100}{90}$, ou bien 1 degré sera à 1 grade comme $\frac{1}{360}$ ou $\frac{1}{90}$ est à $\frac{1}{400}$ ou $\frac{1}{100}$, car $\frac{1}{90} : \frac{1}{100} = \frac{100}{90} = 1,^{gr.}111111$, c'est-à-dire, que $1^o = 1,^{gr.}111111$

$$10^o = 11,\ 1111$$

$$1' = \ldots\ldots \frac{1,111111}{60\text{ min.}} = 0,^{gr.}01852$$

Par la raison contraire, le rapport du grade au degré est $\frac{360}{400} = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ de degré, ou 0,9, c'est-à-dire, que

1 grade $= 0,^{deg.}9$ ou $\frac{9}{10} \times 60 = 54$ minutes.

10 gr. $= 9$ degrés.

1 décigrade $= \quad 5,4 \times 60 = 5,24$ secondes.

Comparaison du Mètre avec la Toise.

94. Si 1 mètre $= 443^{lig.},296$ ou $0^{toi.},513074$

et si la toise $= 864000$ ou $1^m949037$

Le mètre sera les $\frac{443296}{864000}$ de la toise, et la toise sera les $\frac{864000}{443296}$ ou $\frac{27000}{13853}$ du mètre.

Ainsi si l'on demandoit combien 40 toises font de mètres, on auroit le résultat en multipliant $\frac{864000}{443296} \times 40\ t. = 77,96$ mèt., ou $1^{M.}9490 \times 40^{T.} = 77,96$ mèt.

De même pour convertir 40 mètres en toises, on auroit $\frac{443296}{864000} \times 40^M = 20,52^T$; ou $0,^T5130 \times 40^M = 20,52$ toises.

95. De ce principe, il suit que

1 Mètre.	=	en toise		0,5130740
		pieds		3,078444
		pouc.		36,941328
		lignes		443,29600

1 Toise.	=	en mètres	1^m94904
1 Pied.	=	. . . . . .	0,32484
1 Pouce.	=	. . . . . .	0,02707
1 Ligne.	=	. . . . . .	0,00225

Il suit que

1 kilométre $= 513^t,074$, ou $3078^p,44$, ou 0,225 lieues.

1 myriamèt. $= 5130^t,74$, ou 30784,4, ou 2,25 lieues.

pareillement,

1 lieue de $2280^t,2/6 = \frac{1368200}{307844}$ de mèt. $=$ 4,4444 kilomèt.

Conversion des Aunes en Mètres.

96. Il suit encore que l'aune de Paris de 3 pieds 7 pouces 10 lig. 5/6 réduite, revient à la fraction $\frac{3161}{5184}$ de la toise, et la toise étant les $\frac{27000}{13853}$ de mètre, 1 aune sera les $\frac{3161}{5184}$ de $\frac{27000}{13853}$ du mètre qui égale en décimale 1^m18845.

Ou prenant les lignes de l'aune de Paris de $526^l,833$ et celles du mètre de $443^l,296$, l'aune sera les $\frac{526833}{443296}$ de mètre $= 1^m18845$.

Prenant également les lignes de l'aune de Rouen de 525,5 et celles du mètre de $443^l,296$, l'aune de Rouen sera les $\frac{525500}{443296}$ de mètre $= 1^m18543$.

Ainsi voulant savoir combien 10 aunes de Paris et de Rouen font de mètres, on aura le résultat, en multipliant $\frac{525500}{443296}$ ou simplement,

$1^m18543 \times 10^a = 11^m,8543$ pour les aunes de Rouen, et

$1^m18845 \times 10 = 11^m,8845$ pour les aunes de Paris.

Conversion des Mètres en Aunes.

97. Pour convertir les mètres en aunes, prenant l'inverse des lignes ci-dessus, on aura, pour les mètres, en aunes de Paris, les $\frac{443296}{526833}$ d'aunes $=$ 0,84143 aunes.

en aunes de Rouen, les $\frac{443296}{525500}$ d'aunes $=$ 0,84357, ainsi voulant convertir 10 mèt. en aun. de Paris, on aura $10 \times 0,^{au.}84143 = 8,^{au.}4143$, et en aunes de Rouen, $10 \times 0,^{au.}84357 = 8,^{au.}4357$.

2°.

MESURES DES SURFACES ET MESURES AGRAIRES.

Des surfaces.

98. L'on peut avoir à mesurer des surfaces perpendiculaires ou orizontales; dans le premier cas, il faut multiplier la hauteur par la largeur; et, dans le deuxième cas, il faut multiplier la largeur par la longueur, et en supposant que les deux dimensions, dans l'un et l'autre cas, soient égales, et qu'elles aient chacun 1 toise ou 1 mètre de longueur et autant de largeur, on en aura la surface, en formant le quarré d'une toise, d'un mètre, etc

Mais pour former le quarré d'une toise, il suffit de multiplier la toise de 72 pouces par elle-même, c'est-à-dire par 72 pouces $=$ 5184 pouces quarrés, et pour former le quarré du mètre de $36^{p},11.296.$ $36^{p},941328$, il faut multiplier ce nombre par lui-même $=$ 1,364,662.

1°.

Trouver le rapport des anciennes mesures de superficie avec les nouvelles, avec la toise ou le mètre.

99. Le quarré d'une toise égalant 5184 pouc. quarrés
et celui d'un mètre *étant* 1364.662 d°.
on aura le quarré des toises en mètres ou d'une toise en

mètres, en prenant les $\frac{1184000}{1364662}$ de mètre $= 3^m798745$, ou simplement en multipliant 1^m9490 par lui-même $= 3^m798745$ puisque 1^m9490 est une toise en mètre (94); par conséquent pour convertir des toises carrées en mèt. carrés, il suffit de multiplier les toises par $\frac{1184000}{1364662}$, ou par $3^{mc}.798745$, ou par $3^m,8$, c'est-à-dire, par le nombre qui exprime combien il y a de mètres carrés dans une toise carrée.

Ainsi on peut regarder $10^{tc.} = 38^{mc.}$

Pareillement 1 mètre carré étant les $\frac{1364662}{1184000}$ de la toise carrée $0^{tc},263245$, ou $0,^t5130740 \times 5130740 = 0,^t263245$ qui est le mètre linéaire multiplié par lui-même, l'on pourra convertir les mètres carrés 1 en toises en multipliant ces mètres par $\frac{1364662}{1184000}$, ou par $0,^t26325$.

Ainsi on trouvera que $38^{mc} \times 0,^t26325 = 10^{tc.}$

2°.

Rapport des Ares et des Hectares, etc., avec les Perches, les Arpents et les Acres.

100. Les nouvelles mesures agraires sont,

			pouces carrés.
1 Centiare	=	1 mètre carré	= 1,364,662,108
1 Are	=	100 mètres, d°.	= 1,364,662,108
1 Hectare	=	100 Ares	= 1,364,662,108
1 Myriare	=	10000 d°. d°.	= 1,364,662,108

101. Les anciennes mesures agraires sont,

La perche	eaux et for. de $22^{pds}12$	= 69696	pouces carrés
	de Rouen de 22 10	= 48400	. . d°.
	de Paris de 18 12	= 46656	. . d°.

L'arpent de 100 perches ci-dessus $= 69696 \times 100$, etc.

L'acre de 160 d°. $= 69696 \times 160$ eaux et forêts ou 48400×160 de Rouen.

Il suit donc que pour convertir une perche en are, il suffit de prendre

les $\frac{6969600000}{1364662108}$ d'are $= 0^a51072$ pour la perche E. et F. et

les $\frac{484000000}{1364662108}$ d'are $= 0^{a}354667$ pour la perche Rouen, et les $\frac{466560000}{1364662108}$ d'are $= 0^{a}341887$ pour la perche Paris.

Ainsi on aura 10 perches converties en *are*, en les multipliant par une des fractions ci-dessus, ou simplement par une des décimales $0^{a},51072$, etc., s'il s'agit de 10 perches eaux et for., le produit sera $5^{a},1072$.

102. Par la raison contraire, un *are* sera en perche, E. et F. les $\frac{1364662108}{696960000}$ d'une perche $= 1,^{pc.}958021$

10 ares seront donc. . . . . . $19^{pc.}58021$

1 hectare. . . . . $195^{pc.}8021$

103. 1 Arp. des eaux et for. étant 6969600 pouc. carrés.
1 Hectare étant 13646621,08 d^{o}.

1 Arpent E. et F. sera donc les $\frac{696960000}{1364662108}$p d'hectare $= 0,^{h}510720$.

10 Arpents seront par conséquent le produit de ladite fraction multipliée par 10, ou de $0,^{h}510720 \times 10 = 5^{h},10720$.

104. Pareillement 1 hectare sera en arpents, eaux et for. les $\frac{1364662108}{696960100}$p d'arp. $= 1,^{a}958021$.

Conséquemment $10^{hec.} = 19,^{ar.}58021$.

L'on peut convertir les arpents de Paris et de Rouen en hectares, en suivant le même principe que pour les arpents, eaux et forêts.

Comme 1 acre $\begin{cases} \text{e. et f.} = 160 \times 69696 = 11151360 \text{ p. c.} \\ \text{de}^{\text{Rouen}} = 160 \times 48400 = 774400 \ d^{o}. \end{cases}$

on aura donc 1 acre, eaux et forêts, en prenant les $\frac{1115136000}{1364662108}$p o d'hect. $= 0,_{h}817152$, de même 1 acre de Rouen sera les $\frac{774400000}{1364662108}$ d^{o}. $= 0,^{h}567466$.

Par conséquent 10 acres, eaux et f. $= 8,_{h}17152$
d^{o}. de Rouen $= 5,_{h}67466$

Par la raison contraire, on aura 1 hectare en acres (e. et f.) en prenant les $\frac{1364662108}{1115136000}$ d'acre $= 1,_{a}223763$ a & 10 hectares seront $12^{acr.}223763$.

L'on peut convertir de même les hect. en acres de Rouen.

3°.

Mesures des solides.

105. Un solide est un corps qui a trois dimensions : longueur, largeur et hauteur ; par exemple, un corps qui a ces 3 dimensions de la longueur d'un mètre, s'appelle un mètre cube ou stère, dont on se sert pour mesurer les solides et les volumes, de sorte que pour convertir des toises en mètres cubes, il suffit de multiplier la valeur d'une toise en mètre 3 fois par elle-même.

Conversion des Toises et Cordes en Stères.

1 Toise valant $1,^{m}949037$, le cube sera donc $1,^{m}9490 \times 1,^{m}9490 \times 1,^{m}9490 = 7,^{m\ c.\ ou\ st.\ c.}40389$.

1 Corde de bois de 42 pouces $= 3^{m.\ c.\ st.}8391$.

Conversion des Stères ou Mètres cubes en Toises cubes et Cordes.

1 Mètre vaut $0^{t},5130740$, le mètre cube sera donc 3 fois ce nombre, $\times$ par lui-même $= 0,^{t.\ c.}135064$
1 stère $= 0,^{corde}26048$ de 42 pouces.

Par conséquent 10 stères $= 2,^{c.}6048$, et 10 cordes $= 3^{st.}8391 \times 10 = 38^{st.}391$.

4°.

Mesures de Capacité.

106. La mesure dont on se sert est un décimètre cube qu'on appelle LITRE, et qui remplace la pinte et le litron. Il se divise aussi en

Decilitre	1/10 de litre.	
Litre	1	litre.
Décalitre	10	»
Hectolitre	100	»
Kilolitre	1000	»
Myrialitre	10000	»

Comparaison du Litre avec le Litron.

107. Comme 1 décimètre $= 3^{p},694135$, cette somme multipliée trois fois par elle-même donnera $50,^{p.c.}41244$ pour décimètre cube ou *litre.*

Mais le litron de Paris $= 40,^{p.c.}986$,

Donc 1 litron sera les $\frac{4098600}{1041244}$ de litre $= 0^{l},81302$

le boiss. de 16 lit. sera $0^{l},81302 \times 16 = 13^{l}0083 = 1d,3008$

le set. de 12 boiss. $= 13^{l},0083 \times 12 = 156,0996 = 1^{h},561$

le muid de 12 set. $= 156,0996 \times 12 = 1873,195 = 1_{k},873195$

Par la raison contraire,

le litre sera les $\frac{1041244}{4098600}$ de litres $= 1^{l},2299$

le decalitre. . . . . . . $=$ 12.299

l'hectolitre. . . . . . . $=$ 123. $=$ 7 boiss. 11 litrons

le kilolitre. . . . . . . $=$ 1230 $=$ 6 setiers 5 boiss.

le myrialitre . . . . . . $=$ 12299 $=$ 5 muids 4 setiers.

Comparaison du Litre avec la Pinte de Paris.

108. 1 Pinte contenant 46 pouces cubes 95, sera donc les $\frac{4695000}{1041244}$ de litre $= 0^{l},93132$

1 Velte de 8 pintes $=$ 7,45056

1 Muid de vin de 288 p. ou 36 v. $\}$ $=$ 268,2202. ou 2 hect. 68 lit.

Par la raison contraire,

1 litre $=$ les $\frac{1041244}{4695000}$ $= 1,07375 = 1^{p}1/4$

1 décalitre $= 10,^{p}7375$ $\div 8$ $=$ 1 velte 2^{p} 74

1 hectolitre $=$ 107, 375 $\div 8$ $=$ 13 vel. 3 d^{o}. 1/3

1 kilolitre $=$ 1073, 75 $\div 288 = 3^{m}$ 26 v. 1 pint. 3/4

1 myrialitre $=$ 10737, 5 $\div 288 = 37^{m}$ 10 v. 1 pint. 1/2

5°.

Mesure de pesanteur.

109. La mesure dont on se sert est un centimètre

cube d'eau distillée, ramenée à la température de la glace fondante, on l'appelle gramme.

Comme le gramme pese. . . . $18^{gr.}82715$
et la livre pesant. . . . 9216 grains.

la livre poids de marc sera

				grammes.
$\frac{921600000}{1882715}$ de gramme		. . . . . .	=	489,509
1 marc	ou	1/2 ₶. . . .	=	244,754
1 once	»	1/8 de marc	=	30,594
1 gros	»	1/8 d'once. .	=	3,824
1 denier	»	1/3 de gros .	=	1,273
1 grain	»	1/24 de denier	=	0,053

Par la raison contraire, un gramme sera

		Livre.
les $\frac{1882715}{921600000}$ de livre	en livre	0,0020429
	marcs	0,004086
	onces	0,032686
	gros	0,026149
	deniers	0,78447
	grains	18,827

Le kilogramme = ... $2^{l.}0429$
ou 2, 0. 5 g. 35 gr.

en divisant, chacun des articles ci-dessus, par 10 ou 100 et 1000, on a des décagr., hect. et kilogr. en marcs, en onces, etc.

6°.

Mesures des valeurs des monnaies.

110. Avant de comparer la livre tournois avec le franc, on peut considérer leur titre, leur poids et leur valeur séparément.

SECTION PREMIERE.

De la Livre tournois.

Cette ancienne monnaie tire son nom de la Ville de Tours où elle se fabriquoit.

Du titre de l'Or.

111. L'or le plus fin est divisé en 24 parties, dont chacune est subdivisée en 32 parties ; les premieres s'appellent karats, et les secondes ou $24 \times 32 = 768$, s'appellent grains de fin.

L'or monnayé est à 22 karats, moins le remede de Loi et le remede de poids.

Le remede de Loi est une diminution accordée par le Gouvernement sur le fin de l'or.

Le remede de poids est une diminution également accordée sur le marc de 4608 grains.

Ainsi sur l'or monnayé, le remede de Loi étant de $\frac{12}{32}$, d'après l'Edit de 1726, le louis n'a de fin que 22 karats $- \frac{12}{32} = 21$ kar. $+ \frac{20}{32}$ ou $\frac{692}{768}$.

Du poids de l'or.

112. Le remede de poids étant de 15 grains par marc, d'après la Déclaration du 30 Octobre 1785, le *louis*, au lieu de peser 144 grains, puisqu'il y en a 32 au marc, ne pese que $143^{gr.}17/32$; son poids en or pur sera à proportion de son titre, sur un louis les $\frac{692}{768}$ de $143^{gr.}17/32 = 129$ gr. d'or fin $\frac{671}{2048}$; car le poids de l'or fin n'étant plus que $4608 - 15 = 4593$ gr. au titre de 24 karats, le marc au titre de $21^{kar.}20/32 = \frac{692}{768}$ sera les $\frac{692}{768}$ de 4593 grains $= 4131 \frac{748}{768}$ d'or fin, par conséquent le louis d'or ne contient, d'or fin, que $129^{gr.}671/2048$

et d'alliage $34.1377/2048$

Et 1 ₶ en or sera $\frac{129}{24} = 5,3$ grains de fin.

Mais si on ne considere le marc que par rapport au titre de $21^{kar}\frac{20}{32} = \frac{692}{768}$, il ne contiendra que 4152 grains de fin, ou les $\frac{692}{768}$ de $4608 = 4152$ grains.

Comme les grains de fin sont aux grains de marc comme 1 est à 6, on peut avoir le poids de marc correspondant au titre de l'or en multipliant les grains de fin par 6, ainsi $21^{kar}\frac{20}{32} = \frac{692}{768}$ gr. de fin $\times 6 = 4152$ gr. de marc.

De la valeur de l'or.

113. D'après l'Arrêt du Conseil du 15 Mai 1773, et de la Déclaration du 30 Octobre 1785, enregistrés à la Cour des Monnaies de Paris le 21 Novembre suivant, et confirmés par Arrêté du 29 Ventose, an 2, l'or fin, à 24 karats, a été fixé à 828 ₶ 12 s. le marc de 4608 gr.

Du titre de l'argent.

114. L'argent le plus pur est divisé en 12 deniers de fin de chacun 24 degrés ou grains de fin $= 12 \times 24 = \frac{288}{288}$.

Le titre de l'argent monnayé est de 11 den. $= \frac{264}{288}$ moins le remede de loi et de poids.

Le remede de loi étant de 3 grains ou $\frac{3}{288}$, d'après l'Edit et la Déclaration ci-dessus, le titre de l'argent n'est plus que $10^d.\frac{21}{24} = \frac{261}{288}$ en matiere pure.

Du poids de l'argent.

115. Le remede de poids étant de 36 grains par marc, ce marc n'est plus que $4068^{gr} - 36 = 4572$ gr. de fin, et au titre de $16^d\frac{21}{24}$ ou $\frac{261}{288}$, il sera les $\frac{261}{288}$ de $4572 = 4143\frac{108}{288}$ de poids d'argent pur.

Si l'on considere le mare seulement, au titre de loi, à $10^d\frac{21}{24}$ ou $\frac{261}{288}$ grains de fin, les grains de marc seront les $\frac{261}{288}$ des $4608 = 4176$ poids de marc, et comme les grains de fin d'argent sont aux grains de marc comme 1 est à 16, on aura également les poids de marc correspondant au

titre de l'argent en multipliant les grains de fin par 16, ainsi $10^{d}\frac{21}{24}$ ou $\frac{261}{288}$ gr. $\times 16 = 4176$ gr. poids de marc.

De la valeur de l'argent.

116. L'argent pur a été fixé d'après les Réglements ci-dessus (113) a $53^{\#}$ 9 s. 2 $\frac{234}{261}$ le marc.

L'argent dégagé du remede de poids vaut $49^{\#}$ 16 s. ou $49^{\#},8$, ce qui donne 8 pièces de $6^{\#}$ et 3 pièces de 12 s. $8_{p},3$; donc le marc dégagé seulement du remede de poids de 36 gr. $= 4572$ gr.; donc le poids d'une pièce de $6^{\#}$ sera $\frac{45720}{83} = 550$ gr. $\frac{70}{83}$; mais ces $550.\frac{70}{83}$ doivent être au titre de $10^{d}\frac{21}{24}$ ou $\frac{261}{288}$; donc une pièce de $6^{\#}$ n'a d'argent fin que les $\frac{261}{288}$ de $550^{g}\frac{70}{83} = 449^{g}\frac{67}{332}$ ou 2/10 de fin, par conséquent 1 $^{\#}$ tournois sera en argent les $\frac{4992}{6}$ de $1^{\#} = 83^{g}2$ ou $\frac{399}{1992}$ et 1 gr. sera $1^{\#}$ ou $\frac{240}{832}{}^{d} = 2^{d}88$.

J'ai prouvé ci-dessus (112) que
$1^{\#}$ tournois en or $= 5,^{g}3$, donc le rapport de l'or à l'argent est de $\frac{13}{832}$ à-peu-près comme 1 est à 15 1/2 ou $\frac{2}{31}$.

SECTION II.

Du Franc.

117. L'unité de la nouvelle monnaie s'appelle *franc*, il se divise en 10 décimes et 100 centimes.

Titre de l'or et de l'argent.

118. D'après la Loi du 19 Brumaire, an 6, le titre est le même pour l'or et pour l'argent; l'or et l'argent purs se divisent en millièmes ou $\frac{1000}{1000}$es; l'or et l'argent monnayé a été fixé par la même Loi à 9/10 ou 900/1000 et 1/10 d'alliage.

La tolérance pour l'or est de $\frac{3}{1000}$ en dehors et $\frac{3}{1000}$ en dedans; pour l'argent elle est de $\frac{7}{1000}$ en dehors et $\frac{7}{1000}$ en dedans, et pour le poids à $\frac{1}{200}$ en dehors et $\frac{1}{200}$ en dedans.

Du poids de l'or et de l'argent.

119. Il y a un rapport certain entre les poids et les titres, c'est toujours le millième ; par exemple, 900 milliêmes de fin répondent à 900 millièmes de poids, ainsi 1 kilogramme à 900 millièmes de fin, contiendra 900 millièmes de poids d'or ou d'argent fin.

Comme 5 francs pesent 6 gros 1/2 = 468 grains au titre de $\frac{1000}{1000}$ le kilogramme, 1 franc contiendra les $\frac{468}{5}$ de fin = $93^g,6$, et 1 fr. au titre de 9/10 ou 900/1000 sera

$$\frac{93,6 \times 9}{10} = 84,24 \text{ grains de fin.}$$

puisque 1 franc pese 5 grammes, 1 gramme pesera donc $\frac{936}{5} = \frac{187}{12} = 18^g72$ de fin au titre de $\frac{1000}{1000}$.

Valeur de l'or et de l'argent.

120. D'après la Loi du 19 Brumaire, an 6, l'or au titre de $\frac{900}{1000}$ le kilogramme vaut 3100 fr., et contient 155 pièces de 20 fr., par conséquent l'or au titre de $\frac{1000}{1000}$ vaut les $\frac{3100}{900}$ de 1000 = 3444.4.

D'après la même Loi, l'argent vaut au titre de $\frac{900}{1000}$ le kilogramme 200 fr. et contient 40 pièces de 5 francs, par conséquent l'argent au titre de $\frac{1000}{1000}$ sera les $\frac{200}{900}$ de 1000 = $222,^F22$.

Comparaison de l'ancienne monnaie avec la nouvelle.

Comparaison du titre des monnaies.

---

121. Le titre nouveau de l'or et de l'argent fin étant $\frac{1000}{1000}$ emes, et l'ancien pour l'or étant $\frac{24}{24}$ k. ou $\frac{768}{768}$ gr,
et pour l'argent $\frac{12}{12}$ d. ou $\frac{288}{288}$ gr,

il suit que $\left.\begin{array}{r} 24^k \\ \text{et} \quad 12^d \end{array}\right\}$ répondent à 1000 millièmes,

par conséquent $21^k\frac{20}{32}$ = $\frac{692}{768}$ seront les $\frac{692}{768}$ de 1000 = 901m,04 du nouveau titre dégagé du remede de loi seulement ; mais ce nouveau titre a été fixé, pour la monnaie, à $\frac{900}{1000}$, donc l'ancien titre pour l'or est 1^m,04 de plus que le nouveau.

Comparaison du poids des monnaies.

122. Le poids de marc pur étant. . . . 4608 gr.
celui du kilogramme, de . . . . 18827 d°.
1 marc sera les $\frac{4608}{18827}$ de 1 kilogramme = $0,^k244754$
10 Marcs seront. . . . . $2,^k44754$
1 kilogramme sera les $\frac{18827}{4608}$ de 1 marc = $2,^m0429$
10 kilogrammes seront. . . . . $20,^m429$

Comme 1^m ou 4608^g au titre de $21^k\frac{20}{32}$ est réduit à 4152 grains, il sera, pour le nouveau titre, les $\frac{4152}{4608}$ de 1000 grammes = $901,^{m.\ de\ fin}04$ sur 1 kilogramme.

Comparaison de la valeur des Monnaies.

123. Le marc d'or fin se payant autrefois aux Hôtels des Monnaies 828 ₶ 12 s.

Le kilogramme d'or fin sur ce pied sera les $\frac{18827}{4608}$ de 828 ₶ 12 s. = 3387 ₶ 19 s. ou 3345^f68.

Le titre ancien de l'or monnayé à $21^k\frac{20}{32}$ ou $\frac{692}{768}$ réduisant le marc à 4152 grains d'or pur qui répond à 901 m. du nouveau titre ; ces 4152 gr. ou des louis de 24 ₶ au titre de 901 millièmes d'après un Arrêté du 16 Germinal, an 11, doivent être payés 3103^f44 le kilogramme.

En effet, le titre nouveau devant être pour l'or monnayé à 900 millièmes le kilogramme 3100 francs, sera les $\frac{900}{901}$ de 3100 fr. = 3103,44.

124. Le marc d'argent ayant été fixé à 53 ₶ 9 s. 3 d., sur ce point le kilogramme d'argent sera les $\frac{18827}{4608}$ de 53 ₶ 9 s. 3 d. = 218 ₶ 10 s. ou 215^f81, et au nouveau titre de 900 millièmes il sera 200 fr. = 40^p × 5 francs.

comme 1 franc contient au titre de 9/10	$84^g,24$
et 1 liv, tourn. déduction faite de l'alliage	$83, 20$
Le franc surpasse la liv. tournois de. . . .	1^g04
et ayant vu (116) qu'un grain d'argent valoit	2^d88

Le produit de $1^g,04 \times 2^d,88 = 2^d,99$ prouve que le fr. surpasse en valeur la livre tournois de $2^d,99$ ou 1 liard ; ce qui fait que 80 fr. égalant 80 ₶ + 80 liards, le franc est les $\frac{81}{80}$ de la livre = 1 ₶,0125, et ce nombre étant multiplié par des francs donne des livres ;

par exemple, 1 ₶,0125 × 80 fr. = 81 ₶

Par la raison contraire 1 ₶ est les $\frac{80}{81}$ du fr. = $0,^f988$; et ce nombre étant multiplié par des livres, donne des francs ; exemple, $0,^f988$ × 81 ₶ = 80 francs.

Dailleurs, 1 franc pesant $84^g,24$ } déduction faite
et 1 livre tournois $83,20$ } de l'alliage.

Il suit que 1 ₶ tour. sera les $\frac{8320}{8424}$ du fr. de 5 gr. = $4^g,9383$;
que le franc sera les $\frac{8424}{8320}$ de 1 ₶ t. de $4^g,9383$ = 5 g.
et que la valeur d'une livre tournois sera les $\frac{4^g,9383}{50000}$ de 1 fr. = $0^f,988$, et celle de 1 franc sera les $\frac{50000}{49383}$ de 1 ₶ = 1 ₶,0125.

ÉGALITÉS APPROXIMATIVES
des Poids et Mesures en nombres entiers.

125. *Mesures de longueur.*

9°. DEGRÉS.	=	10 Grades.	
1 MÈTRE.		3p. 0p. 11l. $\frac{296}{1000}$.	
Unité fondamentale ou 37 pouces.			
12 d°.	»	. . 5320 lignes.	
230 d°.	»	. . 118 toises.	
1 d°.	»	. . 0,513 d°.	
1 kilomètre. . .	»	. . 0,225 lieues.	
4 myriamètres. .	»	. . 9,	lieues.
120 mètres. . . .	»	. . 101.	aunes.

Mesures des surfaces.

38 mètres carrés. .	»	. . 10 toises carrées.	
51 ares.	»	. . 100 perches, eaux et forêts.	
10 d°.	»	. . 28 »	de Rouen.
10 d°.	»	. . 29 »	Paris.
51 hectares. . . .	»	. . 100 arpents, eaux et forêts.	
10 d°.	»	. . 19 d°.	
82 d°.	»	. . 100 acres. . . .	d°.
100 d°.	»	. . 176 d°.	Rouen.

Mesures des solides.

100 stères	»	. . 26 cordes, eaux et forêts.
38,29 d°.	»	. . 10 cordes de 42 pouces.

La preuve se fait comme avec l'addition simple. (29)

Exemple des francs, décimes et centimes.

	F.	D.	C.
	227.	7.	3
	2,549.	9.	2
	184.	5.	6
	17.	5.	4
fr.	2,979.	7.	5
preuve	122.	1.	6

Cet exemple s'additionne aussi comme des entiers. (25).

Exemple des livres de poids.

	947 ℔	15 onc.	7 gr.	1 ℔ = 16 onc.
	364.	14.	6	1 onc. = 8 gros.
	47.	9.	5	
	63.	11.	4	
	9.	8.	3	
Total. . .	1,433.	12.	1	
Preuve. . .	233.	3.	0	

Exemple du marc.

5,360 marcs	4 onc.	7 gr.	2 den.	30 gr.	
3,756	8	6	0	20	1 m. = 8 onc.
6,408	6	2	1	22	1 onc. = 8 gros.
328	7	4	0	4	1 gr. = 3 den.
25	3	8	2	10	1 d. = 24 gr.
15,880.	7.	5.	2.	14.	
1,133.	3.	2.	3.	0.	

On additionne les kilogrammes, hectogrammes, décagrammes et grammes comme avec les nombres entiers ; il en est de même de tous les nombres décimaux, comme des mètres, décimètres, etc.

Exemple du Toisé.

						T.		pieds.
3,736 toises	2 pieds	10 pou.	11 lig.	8 pts.		1	=	6
2,605	5	9	8	6		1p	=	12 p.
254	4	3	9	10		1po	=	12 lig.
39	1	4	6	6		1l	=	12 pts.
2	1	6	9	11				
6,638.	3.	11.	10.	5.				
1,122.	2.	3.	3.	0.				

CHAPITRE II.

De la Soustraction.

128. POUR *faire la soustraction des nombres complexes*, il faut d'abord écrire les nombres proposés comme dans l'addition, puis soustraire la ligne inférieure de la ligne supérieure, en commençant par les unités de la plus petite espèce.

Si le chiffre inférieur peut être soustrait du nombre supérieur, il faut écrire le reste dessous ; s'il ne peut être soustrait, il faut emprunter de l'espèce, immédiatement supérieure, une unité que l'on réduit à l'espèce la plus petite dont il est question, qu'on ajoute au nombre duquel on ne pouvoit soustraire, et dont on peut alors soustraire le chiffre inférieur.

Il faut faire la même chose avec les autres espèces, et après avoir emprunté, il faut bien se ressouvenir qu'il

y a une unité de moins au nombre dont on a emprunté, etc.

Exemples des livres, sols et deniers.

De	143 ₶	17.	6
ôtez	75.	12.	9
reste	68.	4.	9
preuve	143.	17.	6

La preuve se fait comme avec les nombres entiers.

Autre exemple des livres, etc.

de	17 ₶	0 s.	0 d.
ôtez	6.	19	11
reste	10.	0	1
pr.	17.	0	1

La soustraction des francs, mètres, kilogrammes, etc., se fait comme avec les nombres entiers. (27).

Exemple des poids.

de	609 ℔	6 on.	0 gr.
ôtez	366.	14.	6
res.	242.	7.	2
pr.	609.	6.	0

Autre Exemple.

de	748 marcs	7 onc.	6 gr.	1 den.	21 grains.
ôtez	176.	3.	2.	0.	12
reste.	572.	4.	4.	1.	9
pr.	748.	7.	6.	1.	21

Exemple du toisé.

de	1,350 toises	4 pieds	0 pou.	0 lig.	5 points.
ôtez	79.	5.	11.	10.	8
reste	1,270,	4.	0.	1.	9
pr.	1,350.	4.	0.	0.	5

CHAPITRE III.

De la Multiplication.

129. DANS la multiplication, le multiplicateur et le multiplicande sont, ou de même espèce, comme 1 ₶ 11 s. 11 d. × 1 ₶ 11 s. 11 d., où ils sont de différentes espèces, comme 6 pieds 4 pouces × 42 ₶ 17 s. 8 d.

Dans l'un et l'autre cas on peut en avoir le produit, en réduisant le multiplicateur et le multiplicande aux plus simples termes, c'est-à-dire, qu'étant fractionnaires, on peut les ramener en une fraction (73), et ensuite suivre le même principe que pour la multiplication des fractions, (76).

Premier cas.

130. Ayant acheté 1 ₶ 11 s. 11 d. de gros, argent d'Hollande (cette livre = 20 s. de grs, et 1 s. de gros = 12 d. d^o.), à raison de 1 ₶ 11 s. 11 d. tournois pour 1 liv. de gros, on demande combien 1 ₶ 11 s. 11 d. de gros d'Hollande, coûteront de livres tournois?

Réduisant 1 ₶ 11 s. 11 d. × 1 ₶ 11 s. 11 d.

on aura $\overset{\text{d.}}{\frac{383}{240}} \times \overset{\text{d.}}{\frac{383}{240}} = \frac{146689}{57600} =$ $\overset{\text{liv. tourn.}}{2}$ ₶ 10 s. 11 d. $\frac{49}{240}$.

Deuxième cas.

131. Combien doivent coûter 6 pieds 4 pouces, à 42 ₶ 17 s. 8 d. le pied ?

Réduisant, on aura

$$\frac{10292}{240} \times \frac{76}{12} = \frac{782192}{2880} = 271 ₶\ 11\ s.\ 10\ d.$$

Comme cette méthode, quoique facile, est un peu longue dans la pratique, il vaut mieux se servir des parties aliquotes.

On entend par parties aliquotes un nombre qui est contenu exactement dans un autre, comme 3 est une partie aliquote de 12 ou le 1/4 de 12 ; 5 est une partie aliquote de 20, pareillement 1/8 est une partie aliquote de 2/8, $\frac{2}{8}$ de $\frac{4}{8}$ et 4/8 de $\frac{8}{8}$, etc.

ARTICLE Ier.

De la multiplication complexe et de différente espèce.

132. Ou le multiplicateur et le multiplicande sont tous deux complexes, ou le multiplicande seulement, ou le multiplicateur seulement.

SECTION Iere.

133. Si le multiplicande seulement est complexe, le multiplicateur peut avoir 1 ou plusieurs figures.

1°. *S'il a seulement une figure, on en a le produit en multipliant tout le multiplicande d'une seule fois en une seule ligne,* commençant par la plus simple expression, et portant à l'espèce suivante autant d'unités qu'il en faut pour contenir la plus petite espèce. *C'est une méthode bien suivie dans la pratique.*

Exemple.

Ayant payé 36 ₶ 10 s. 6 d. pour 1 aune d'étoffe, combien . . . . . . 6 aunes ?

produit 219. 3. 0.

134. *Si le multiplicateur est un multiple, comme* $15 = 3 \times 5$ ou $18 = 3 \times 6$, *on peut avoir le produit en deux opérations.*

Exemple.

Ayant acheté 1 mètre de drap au prix
de 13 ₶ 10 s. 6 d. combien
×
coûteront 15 mètres (3) 5×3

40. 11. 6
× 5

l. 202. 17. 6

Autre exemple.

J'ai fait faire 17 pieds 6 pouces d'ouvrage,
à 6 fr. le pied, combien le tout ?

fr. 105. 0.

Ayant acheté un vase d'argent, pesant
2 marcs 5 onces,
à 48 fr. le marc, combien le tout ?
× 8 $48 = 8 \times 6$

21 fr. 0
× 6

fr. 126. 0

135. 2°. *Si le multiplicateur a plusieurs figures, il faut faire usage des parties aliquotes.*

Exemple.

Ayant payé 28 francs pour 1 mètre, combien paierai-je pour 184 mètres 3/4

	28	pr$^{ve.}$	56
	184 mètres 3/4		92. 3/8
	1472		112
	3680		5040
	14 pr. 1/2 } 3/4		14 2/8
	7 1/4 }		7 1/8
	5173^{f}		5173
	237	{ 28	
preuve par la div.	133	{ 184 + 3/4	
	21/28 = 3/4		

c'est toujours la meilleure.

136. Quand le numérateur d'une fraction peut être réduit à l'unité, *il n'y a plus qu'à diviser le multiplicande par le dénominateur de la fraction*, si la fraction appartient au multiplicateur, *ou diviser le multiplicateur par la fraction* si elle appartient au multiplicande.

137. Si le numérateur ne peut pas être réduit à 1, comme 3/4. 3/8, etc., *on les décompose comme ci-dessus*; ainsi $3/4 = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$, $3/8 = \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$, etc.

138. Il est bon d'observer que si l'on considère les nombres d'une manière abstraite, c'est-à-dire, sans considérer la nature des unités; il n'importe pas lequel des deux nombres à multiplier, soit le multiplicateur; par exemple, 12 multiplié par 4, ou 4 multiplié par 12 est la même chose; mais si par la question il y a des unités d'une nature différente, alors il est nécessaire de distinguer le multiplicande du multiplicateur, ainsi pour cela il suffit d'examiner quel nombre doit être répété ou multiplié, et par quel nombre il doit être multiplié.

Comme le multiplicateur montre combien de fois le multiplicande doit être répété, c'est toujours un nombre abstrait.

Par exemple, si l'on demande quel est le prix de 52 mètres d'ouvrage, à 36 fr. le mètre, il est évident que 36 fr. est le multiplicande, c'est-à-dire, qu'il faut répéter

36 fr. autant de fois qu'il y a d'unités contenus dans 52, soit que ces 52 mètres contiennent des mètres ou non.

D'ailleurs, le multiplicande doit être de même espèce que le produit, (*vice versâ*) ainsi puisque dans l'exemple ci-dessus 36 fr. sont le multiplicande, *le produit de 36 fr. multiplié par 52, égale 1,152 fr. aussi en francs.*

SECTION II^e.

139. Si le multiplicande est un nombre incomplexe, il faut faire ce que l'on fait quand le multiplicateur est incomplexe. (135).

Exemple.

Quel est le prix de 54 *pieds* 3 *pouces d'ouvrage, à* 72 ₶ *le pied.*

108
3,780
18
3,906 ₶

Autre exemple.

Combien coûteront 5 *toises* 4 *pieds* 8 *pouces, à* 72 fr. *la toise.*

	360	
pr. 3 pieds.	36	. . la 1/2 de 72
» 1	12	. . . 1/6 »
» 4 pouc. . .	4	. . le 1/3 du pied.
» 4	4	. . » » . . »
fr.	416	

140. Les deux Exemples suivants vont servir à distinguer le *multiplicande* d'avec le *multiplicateur*.

1°.

à 34 ₶ 10 s. 2 d. *la toise*, *combien coûteront* 17 *toises ?*

	238		
	340		
	8.	10	
		2.	10 d.
l.	586	12.	10

2°.

Combien fera-t-on de toises d'ouvrage pour 34 ₶ 10 s. 2 d. *en payant* 1 ₶ *pour* 17 *toises ?*

	238				
	340				
	8.	3 pieds.			
fausse position.	0.	5	»	1 pouc.	2/10
pour 2 d. le $\frac{1}{6}$	.	0	10	»	2/10
toises	586.	3.	10.	»	2/10

L'on voit, dans le premier cas, que le multiplicande est des livres tournois, et dans le second, des toises, pieds, etc., c'est-à-dire, que j'ai répété 17 toises par 34 l. 10 s. 2 d.

L'on voit aussi que pour 10 s. j'ai pris la moitié du multiplicande; parce que 10 s. réduit à une demie, à l'unité pour numérateur, et 2 pour dénominateur, et que dans ce cas l'on divise simplement le multiplicande par le dénominateur de la fraction réduite.

Pour 2 den. j'ai d'abord supposé 1 s. (ce que l'on peut faire

quand cette supposition facilite l'opération) ; pour ce 1 s. supposé, j'ai pris le dixième du produit de 10 s. égale 5 pieds 1 pouce 2 dixièmes que je rature pour ne point servir à l'addition, et de ces 5 pieds 1 pouce 2 dixièmes, je prends, pour 2 d., le sizième qui donne 10 pouces 2 dixièmes.

Le produit total de 586 toises 3 pieds 10 pouces 2 dixièmes, bien différent de celui de 586 l. 12 s. 10 d., quoique les facteurs, c'est-à-dire, le multiplicande et le multiplicateur soient les mêmes, prouve la nécessité de distinguer, dans les nombres complexes, le multiplicateur d'avec le multiplicande.

J'aurois pu aussi avoir le faux produit de 1 s. en prenant le vingtième du multiplicande.

Pareillement pour 2 den., afin d'éviter la fausse position, *j'aurois pu prendre le* $\frac{1}{120}$ *de 17 toises, car 2 d.* $= \frac{2}{240}$ *ou* $\frac{1}{126}$ *; mais comme 17 toises et même 17 toises* $\times$ *6 pieds* $=$ *102 pieds*, ne peuvent pas être *divisés par* $\frac{1}{120}$*, je réduis 102 en pouces* $= 102 \times 12 = \frac{1224}{120} =$ *10 pouces 2/10.*

Les commençants pourront se servir de la Table suivante pour les parties aliquotes de la livre et des sols.

TABLE
DES PARTIES ALIQUOTES.

141. *Parties de la livre,*	*des deniers par rapport à la livre.*	*den. par rapport à 1 s.*
Du multiplicande.	du multipde ou du produit de 2 s.	du produit de 1 s.
p. 10 s. pren. la 1/2	p. 6^{d} pr. le 1/4 = le 1/40	p. 6^{s} p. la 1/2
» 6 s. 8 d. » . 1/3	4 » 1/6 = 1/60	4 » 1/3
» 5 . . . » . 1/4	3 » 1/8 = 1/80	3 » 1/4
» 4 . . . » . 1/5	2 » 1/12 = 1/120	2 » 1/6
» 3. 4 . » . 1/6	1 1/2 1/16 = 1/160	1 1/2 1/8
» 2. 6 . » . 1/8	1 » 1/24 = 1/240	1 » 1/12
» 2. . . . » . 1/10	*et couper la première figure du multiplicande et doubler cette première figure.*	*ou simplement la 1/2 du multiplicande sans rien couper.*
» 1. 8. » . 1/12		
» 1. . . » . 1/20		

1°.

Exemple des deniers seulement.

142. A combien reviendront 473 mètres de ruban,
à 6 d. le mètre = $\frac{1}{2}$ s.

preuve pr. 6 d. la $\frac{1}{2}$ 236. 6 ÷ 20)
47,3 =11. 16. 6.

à 6 d. = $\frac{1}{40}$

11. 16. 6

72 mètres 2°.
à 4 d. 1/2 = $\frac{3}{12}$ 1/2

24
pr. 1/2 le $\frac{1}{8}$ 3 de 24

27 s. = 1# 7

2°.

Exemple des sols.

143. A combien
reviennent 72 mètres preuve 72
à 10 s. à 10 = $\frac{1}{2}$

720 s.=36# 36#

Autre exemple.

72 aunes, preuve 72 aunes,
à 2 s. à 2 s.=$\frac{1}{10}$

144 s. 7# $\frac{2}{10}$=$\frac{4}{20}$ ou 7# 4s.
(20) = 7# 4 s.

144. Comme l'on voit, dans la preuve ci-dessus, *l'on peut avoir le produit de 2 s. en écrivant l'autre facteur, excepté le premier à droite que l'on double pour les sols* $= 7^{ll}$ 4 s.

En effet, toutes les fois que l'on a $\frac{1}{10}$ à multiplier par un nombre, on peut en avoir le produit en divisant ce nombre par 10 que l'on obtient, en coupant de ce nombre, le premier chiffre à droite par une virgule (15); or, 2 s. ou $\frac{2}{20}$ sont le dixième de la livre, donc on peut avoir le produit de 2 s. en prenant le 1/10 de l'autre facteur, ou ce qui est la même chose en l'ecrivant tel qu'il est, excepté le premier chiffre à droite que l'on double pour le porter aux sols.

Je dis que l'on *double*, car dans l'exemple ci-dessus, $\frac{72}{10} = 7^{ll} + \frac{2}{10}$, mais $\frac{2}{10} = \frac{4}{20}$ ou 4 s., par conséquent pour réduire ce premier chiffre, qui est un dixième en sols, il suffit de le *doubler*.

145. Il suit de ce principe, que pour multiplier un nombre quelconque de sols on peut en avoir le produit, *en multipliant l'autre facteur par la moitiè des sols en doublant le produit du premier chiffre à droite, dont on porte les sols à la colonne des sols, et les livres à la colonne des livres.*

En effet, soit le nombre ci-dessous, 96 aunes à multiplier par 18 s.; or, on peut en avoir le produit en multipliant l'autre facteur 96 par $\frac{18}{2} = 9$, en doublant le produit du premier chiffre $6 \times 9 = \frac{54}{10} = \frac{108}{20} = 5^{ll}$ 8 dont on porte les 8 s. à la colonne des sols, et multipliant en outre l'autre chiffre $9 \times 9 = 81^{ll}$, qui avec 5^{ll} 8 s. $= 86^{ll}$ 8 s., car cela est incontestable; si en agissant ainsi on ne fait que prendre le produit de 2 s. par l'autre facteur autant de fois qu'il y a de 1 s. pris 2 à 2, ou de pièces de 2 s. dans les sols, c'est-à-dire, dans 18 s.; or, cela est ainsi, car, d'abord, il est évident que le produit de 2 s. par $96 = 9^{ll} + \frac{6}{10}$ ou $9^{ll} + \frac{12^{s.}}{20}$, et que

$$9^{ll}\ 12^{s}\ \text{rép. 9 fois} = \left\{ \begin{array}{l} 1^{o}.\ 12^{s.} \times 9 = 108^{s.} = 5^{l.}\ 8 \\ 2^{o}.\ 9^{l.} \times 9 = \ldots\ 81\ \text{»} \end{array} \right\} = 86^{l.}\ 8.$$

mais répéter ce produit de 2 s. = 9 ₶ 12 s. × 9, c'est la même chose que multiplier l'autre facteur 96 par la 1/2 des sols, en doublant le produit du premier chiffre 6 pour en porter les sols à la colonne des sols et les livres, s'il y en a, à la colonne des livres ; donc pour multiplier un nombre quelconque de sols par un autre nombre quelconque, on peut en avoir le produit *en multipliant* l'autre facteur par la moitié des sols en doublant le produit du premier chiffre à droite dont on porte les sols à la colonne des sols, et les livres à la colonne des livres.

Exemple.

	9,6	2 mètres,	Preuve.
à		18 s.	96
			18
	5.	8 s.	768
	81.		960
	86.	8 s.	1,728 = 86 ₶ 8 s.

146. *L'on pourroit encore avoir le produit de 96 par 18, comme* $96 \times \frac{18}{20} = 86$ ₶ 8.

La différence qu'il y a entre cette preuve et l'exemple, c'est que dans cette preuve j'ai d'abord multiplié les 2 facteurs 96 et 18, et ensuite divisé le produit 1728 par 20, égale 86 liv 8 s.

Au lieu que dans l'exemple, j'ai commencé par diviser les 2 facteurs, l'un 96 par dix, et l'autre 18 par 2, égale 9, 6 et 9, ce qui est bien diviser par 20 égale 2 multiplié par 10, et ensuite j'ai multiplié ensemble ces deux facteurs 9 l. six dixièmes, et 9 ainsi divisés qui donnent le même produit de 86 l. 8 s.

147. Si l'on a 1 s. à multiplier par un nombre quelconque, *il suffit de prendre la 1/2 de ce nombre, excepté du premier chiffre à droite que l'on écrit aux sols.*

En effet, cela est ; si en agissant ainsi, c'est prendre la 1/2 du produit de 2 s. ; or, cela est, car soit 72 aunes à multiplier par 2 s., le produit sera 7₶ 4, et la moitié sera 3₶ 12, ou 3₶ 10 + 2 s. ; mais en opérant ainsi, j'ai pris la moitié de l'autre facteur et conservé le dernier chiffre à droite pour les sols, donc quand on a 1 s. à multiplier par un nombre quelconque, on en a le produit en prenant la moitié de ce nombre, excepté le premier chiffre à droite que l'on écrit aux sols, cela s'appelle aussi prendre le vingtième.

Exemple.

	7,2	aunes ;	preuve
à		1 s.	$\frac{72}{20} = 3$₶ 12 s.
	3₶	10	
	0	2	

Autre exemple.

	9,6	aunes ;	preuve	4,8	
à		1 s.	à		2 s.
	4₶	16		4₶	16

148. Il suit de ce principe que pour avoir les 2 s. pour livre d'un nombre ; par exemple, de 48₶ ce seroit simplement 4₶, 8 ou 4₶ 16, que pour avoir le sol pour livre de 96₶, ce sera la 1/2 du dixième de 96 = 9,6 = 4₶ 16.

Comme 6 d. sont le $\frac{1}{40}$e de la livre, on aura également les 6 d. pour livre d'un nombre en prenant le 1/4 du dixième ; par exemple, de 96₶ = 9,6 = 2₶ 8 s., et ainsi des autres.

149. S'il

149. S'il y a un sol impair aux sols, comme 19 s., etc., on multiplie d'abord 18 s. et ensuite 1 s.

Exemple.

72 aunes,		preuve	72 aunes,	
à	19 s.		à 0	19 s.
64.	16 pr. 18 s.		36 ₶	pr. 10 s.
3.	12 » 1		18 » . » . . 5	
			14 » . 8 s. . 4	
l. 68.	8.		l. 68 » . 8 s.	

Comme l'on voit, la preuve s'est faite en décomposant 19 s. en 10 s., 5 s. et 4, et suivant les parties aliquotes.

3°.

Exemple.

150. *Des sols et deniers ensemble.*

72 aunes,	72 aunes,	72 aunes,
à 1. 6 d.	à 1 s. 4 d.	1 s. 5 d.
72	72	72
36	24	24 pr. 4 d.
		6 . . 1 » 1
20) 108 = 5 ₶ 8	96 s. = 4 ₶ 16	102 = 5 ₶ 2 s.

4°.

151. *Exemple des livres, sols et deniers.*

à	6 ₶ 1 s. 6 l'aune,		
combien	9,6 aunes		
	576		
pr. 1 s. le 1/2	4.	16	du 1/10 de 96
6 d. le 1/4	2.	8	du d°.
ou la 1/2	583.	4	du produit de 1 s.

à	9 # 0. 3 l'aune,	à	8. 19 s. 11 $\frac{1}{9}$ d.
combien 7,2 aunes		comb. 9,6 aunes.	
	648		768
	18 s.		86. 8 pr. 18 s.
	648 18		4. 16 » 1 s.
			2. 8 » 6 d.
			1. 4 » 3
			16 » 2
			863. 12 s.

Pour 3 d. j'ai pris le $\frac{1}{8}$e du dixième de l'autre facteur 7,2 ÷ 3 d. étant en effet le dixième du produit de 2 s.

SECTION III.

152. Si le multiplicateur et le multiplicande sont complexes et de différente espèce, multipliez;

1°. Les unités principales ensemble;

2°. Le multiplicande par les parties inférieures du multiplicateur;

3°. Les unités principales du multiplicateur par les parties inférieures du multiplicande.

Exemple.

A 72 # 6. 6 la toise d'ouvrage, combien doit-on payer pr. 27 toises 4 pieds 8 pouces?

504	
1440	
8 2 s.	pour 6 s.
13. 6	» . 6 d.
36. 3. 3	» . 3 pieds.
12. 1. 1	» . 1 »
6. 0. 6 1/2	» . 6 pouces.
2. 0. 2 1/6	» . 2 d°.
l. 2009 # 0. 6. 2/3	

Autre exemple.

à 36# 1 s. 4 d. l'aune d'étoffe
combien 24 aun. 7/8 ?

144					
720					
1.	4		pour	1 s.	
.	8		»	4 d.	
18.	0.	8	»	4/8	
9.	0.	4	»	2/8	
4.	10.	2	»	1/8	
l. 897.	3.	2			

Autre exemple.

On a acheté pour
48 lst. 6 s. 6 d. l'once d'or, à combien reviendront 24 onces 16 dw^t 16 grains ?

192.						
960.						
6.	.	.	.	pour	5	s.
1.	4.	.	.	»	1	
12.	.	.	.	»	6	d.
24.	3.	3.	.	pour	10	dw.
12.	1.	7.	1/2	»	5	»
2.	8.	3.	9/10	»	1	»
1.	4.	1.	19/20	»	12	grains.
0.	8.	0.	39/60	»	4	»
1200.#	1 s.	5	0.			

$\frac{1,\ 9,\ 19,\ 39}{2,\ 10,\ 20,\ 60}$ $\frac{30.\ 54.\ 57.\ 39}{60}$

$= \left.\begin{matrix}30\\54\\57\\39\end{matrix}\right\} = \frac{180}{60} = \frac{18}{6} = 3$ d. que je porte à la colonne des den.

Il est à observer que 1 lst. = 20 s., 1 s. = 12 d.
et que 1 once = 20 dw. ou pencohite,
et 1 pencohite = 24 grains.

Autre exemple.

Combien coûteront 19 ₶ 19 s. 11 d. de gros d'Hollande, à raison de 19 ₶ 19. 11. tournois, par livre de gros? observant que la livre de gros contient aussi 20 s. ou 240 d. comme la livre tournois.

	l.	s.	d.	fractions	numér.	réduction
Multip^de	19 ₶	19 s.	11 d. tournois.			
Mul^teur	19	19	11 de gros.			
	171					
	190					Jusqu'ici j'ai multiplié tout le multiplicande par les entiers seulement du m^teur, 19 livres de gros.
pr. 18 s. du m^de. . . .	17.	2				
1.	0.	19				
— 19 s.						
pr. 6 d.	0.	9.	6			
3	0.	4.	9			
2	0.	3.	2			240 dénom. comm.
pr. 10 s. du m^teur j'ai pris la 1/2 de tout le m^de	9.	19.	11	1/2. . .	120.	= 240 ÷ 2
4. . . . le 1/5 d°.	3.	19.	11	4/5. . .	192.	48 = » ÷ 5
4. . . . . . d°.	3.	19.	11	4/5. . .	192.	48 = » ÷ 5
1. . . . . le 1/20	0.	19.	11	19/20. . .	228.	12 = » ÷ 20
— 19 s.						
pr. 6 d. la 1/2 du produit de 1 s.	0.	9.	11	59/40. .	234.	6 = » ÷ 40
3 ».	0.	4.	11	79/80. .	237.	3 = » ÷ 80
2 ».	0.	3.	3	119/120.	238.	2 = » ÷ 120
— 11 d.						
	l. 399.	16.	8.	1/240	1441	240 / 6 d. + 1/240

Comme l'on voit, j'ai multiplié, 1°. le multiplicande 19 liv. 19 s. 11 d. tournois par 19 liv. de gros seulement du multiplicateur;

2°. Pour les 19 s. de gros du multiplicateur, j'ai multiplié tout le multiplicande;

3°. Pour les 11 d. de gros du multiplicateur, j'ai multiplié tout le multiplicande.

Pour réduire les fractions j'ai divisé le dénominateur commun par le dénominateur de chaque fraction, et j'ai multiplié, par le quotient, chaque numérateur. Exemple, la réduction de quatre cinquièmes = 240 ÷ 5 = 48 × 4 = 192, ainsi des autres.

Autre exemple.

A combien reviendront en livre tournois

Multteur 156 mar. 5 onc. 5 gros 1 d. et 21 grains.
Multde à 51 ₶ 3 s. 7 d. 1/2 le marc.

156
7800
pr. 2 s. . . 15. 12 s
1 s. . . 7. 16.
6 d. . . 3. 18.
1 . . . 0. 13
1/2. . . 0. 6. 6

1 Marc = 8 onces
1 Once = 8 gros
1 Gros = 3 deniers
1 Den. = 24 grains

						3072	D.		C.
pr. 4 onc. 1/2.	25.	11.	9 d	3/4.	. . . .	2304	768	×	3
5 { 1. . . 1/4.	6.	7.	11.	7/16	. . . .	1344	192	×	16
{ 4 gros 1/2.	3.	3.	11.	23/32.	. . . .	2208	96	×	23
5 { 1. . . 1/4.	0.	15.	11.	119/128.	. . . .	2856	24	×	119
1 denier 1/3.	0.	5.	3.	375/384.	. . . .	3000	8	×	375
{ 12 gr. 1/2.	0.	2.	7.	759/768.	. . . .	3036	4	×	759
21 { 6 dº. 1/2.	0.	1.	3.	1527/1536.	. . . .	3054	2	×	1527
{ 3 dº. 1/2.	0.	0.	7.	3063/3072.	. . . .	3063	1	×	3063

₤ 8020. 15. 2 d. 811/1024.

20865 | 3072
2433 | 6 d. 811/1024
3072
811
1024

Preuve par la Division.

l. 8020. 15. 2. 811/1024.

m. o. g. d. gr.
156.5.5.1.21. × 4608
= 722133 grains.

× 1 marc ou × 4608 gr = 3695966 9 ₤ 12 s. 1 d. 1/2
853019
150886
20
2617732
461353
12
5415997
3361066
0
722133
000000

51 ₶ 3 s. 7 d. 1/2

AUTRE PREUVE en réduisant

$\frac{722133}{4608} \times \frac{24567}{480} = \frac{17740641411}{2211840}$

= l. 8020, 15, 2 $\frac{1753760}{2211840}$ $\frac{811}{1024}$

ARTICLE II.

153. **De la multiplication complexe et de même espèce au multiplicande et au multiplicateur.**

Exemple.

Ayant fait un bénéfice de
14₶ 10 s. 6 d. *par livre tournois, combien*
me donneront 14₶

56
140
7
7

l. 203 7

Autre Exemple.

Quelle est la surface d'un Jardin
qui a 24 *toises de long*
et de large 6 *toises 4 pieds 8 pouces.*

144
12
4
1. 2
1. 2.

toises 162. 4 *pieds.*

Autre Exemple.

soit 19₶ 19 s. 11 tournois.
par 19. 19. 11 d°.

Le produit sera comme ci-dessus.

l. 399₶ 16 s. 8 d. 1/240.

Autre exemple.

Quelle est la surface d'un appartement qui a
a 7 *pieds* 9 *p. de long*
sur 3 » 6 » *de large.*

21. » » = 3 × 7
2. 3 » = 3 × 9
3. 6 » = 7 × 6 *pour*
4. 6 = 9 × 6

pieds 27. 1. 6

PREUVE.

7 *pieds* 9 *pouces*
3 *p.* 6 *p.*

23. 3 × 3
3. 10. 6 × 6

27. 1. 6

Autre exemple.

Quelle est la surface d'un appartement
de 8 *toises* 4 *pieds* 6 *pouces de large*
et autant de long 8 » » 4 » 6

	64.				
pour 3 pieds	4.				
$\frac{1}{4}$	1.	2			
6 pouces		4			
pr 3 pieds	4.	2.	3		la ½ de toute la lig. inf.
$\frac{1}{4}$	1.	2.	9		le – du prod. de 3 pieds.
6 pouces	0.	4.	4.	1/2	la ½ de d°. 1 pied.
toises	76.	3.	4.	1/2	

La preuve peut se faire en réduisant le tout aux plus simples termes, comme

$\frac{630}{72} \times \frac{630}{72} = \frac{39600}{5184} = 76$ toises 3 p.d 4 pouc. 1/2

ou bien par la division,

76 toises 3 pd. 4 1/2 = 11025 { 1260 = 8. 4. 6 × 2 (T. P. PO.)
945 { 8. 4. 6
6
5670
630
12
7560
0000

Autre exemple.

Multipliez 19 ₶ 19 s. 11 d. 11/12
par 19. 19. 11. 11/12

Réduisant, on aura

```
      19                                                20
      20                                              × 12
     ----                                             ------
     399                                              × 240
      12                                                12
     ----                                             ------
    4799                                               2880
      12
   ------
   57599   =  57599  ×  57599
 × 57599      -----     -----
 --------      2880      2880
   518391                2880
  5183910              --------
  28799500              230400
 403193000             2304000
2879950000             5760000
----------            ---------
3317644801  divid^e.   8294400   diviseur.
 82932480             ---------
  82828801            399l. 19s. 8d. 23041/34560
   8179201
        20
----------
 163584020
  80640020
   5990420
        12
----------
  71885040
(4)  552984,0  } réduisant la fraction.
     --------
     829440,0  }
(6)  138246
     ------
     207360
      23041
      -----
      34560
```

Prèuve.

39^{tt} 19 s. 11 d. 10/12
9^{tt} 19 s. 11 d. 23/24

551
18ˢ. 35
1 l. 19
—19ˢ.
6. . . o. 19. 6
3. . . o.— 9. 9
2 . ». — 6. 6
—11ˢ.

	A. 69120.	D. C.
12/24. . ».— 1. 7. 1/2.	34560	34560.
6. . . ».— 0. 9. 3/4.	51840	17280.
3. . . ».— 0. 4. 7/8.	60480	8640.
2. . . ».— 0. 3. 1/4.	17280	17280.
10ˢ. la 1/2 4.—19. 11. 47/48. . . .	67680	1440.
5. . . 2.— 9. 11. 95/96. . . .	68400	720.
2. . . o.—19. 11. 239/240 . . .	68832	288.
1. . . o.— 9. 11. 479/480 . . .	68976	144.
1. . . o.— 9. 11. 479/480 . . .	68976	144.
—19ˢ.		
6d . . ».— 4. 11. 959/960 . . .	69048	72.
3. . . ».— 2. 5. 1919/1920 . .	69084	36.
2. . . ».— 1. 7. 2879/2880 . .	69096	24.
—11d.		
6/12. ».— 0. 4. 11519/11520. .	69114	6.
3. . ».— 0. 2. 11519/23040. .	34557	3.
1 . ».= 0. 0. 57599/69120. .	57599	1.
—10/12.		

l. 399^{tt} 19 s. 8 d. 23041/34560

875522
184322
46082

69120
23041
34560

69120. d. c.
12—23041
34560

(A) J'ai divisé le dénominateur commun par le dénominateur de chaque fraction, et j'en ai multiplié le quotient par le numérateur aussi de chaque fraction.

CHAPITRE IV.

De la DIVISION *complexe.*

154. LES quantités à diviser sont de même espèce, ou elles ne sont point de même espèce.

ARTICLE Ier.

155. *Des quantités complexes et de différentes espèces au dividende et au diviseur.*

Le dividende seulement est complexe, ou le diviseur, ou tous les deux.

1°.

156. *Si le dividende seulement est complexe*, il faut, quand on réduit le reste de la quantité supérieure à une inférieure, y ajouter celle du dividende.

Exemple.

24 *Personnes ont gagné ensemble* 148# 19 *s.* 6 *combien chacune aura-t-elle?*

148# 19 s. 6	24 diviseur
× 4	6. 4. 1. 3/4 quotient.
20	144
99	4. 16
3	2.
12	1.
× 42	0. 6
18/24 = 3/4.	148. 19. 6

la preuve se fait par la multipl^on.

2°.

157. *Si le diviseur est complexe*, il faut le réduire à la plus simple expression, et parce qu'on a augmenté l'unité principale un certain nombre de fois, il faut multiplier le dividende par la même quantité qui a multiplié le diviseur pour conserver le rapport entre les quantités, puisque deux quantités multipliées ou divisées par une même quantité conservent le même rapport. (17).

Exemple.

Combien pourra-t-on avoir de mètres d'étoffe pour 75 ₶ sur le pied de 7 ₶ 10 s. pour 1 mètre ?

75 ₶	7. 10
20	20
1500	150
000	10 mètres.

preuve 1500 = 75 ₶

Autre exemple.

Combien aura-t-on de mètres pour 75 ₶, au prix de 4 ₶ 11 s. 8 d. pour 1 mètre ?

diviseur 4. 11. 8	*divid.* 75 ₶
20	240
91	3000
12	15000 { 11
11/00	18000 { 16 mètres 4/11
preuve	70
	4/11

Si on a payé 75 ₶ *pour* 16ᵐ 4/11 *comb. en aura-t-on pour* 4 ₶ 11 *s.* 8 *d.*

multᵈᵉ 16ᵐ 4/11

multᵉᵘʳ 4. 11. 8

64

8

16

8   75 ₶ { 75

2. 8   00 { 1 mètre

le 11ᵉ du multᵉᵘʳ

× 4   pour $\frac{4}{11}$ 1. 13. 4

75 ₶ 0. 0

5°.

158. *Si le dividende et le diviseur sont tous deux complexes*, il faut réduire le diviseur aux plus simples termes, et multiplier le dividende par la même quantité que l'on a multiplié le diviseur.

159. *Ou encore* réduire le dividende et le diviseur aux plus simples termes en forme de fraction, et ensuite diviser le numérateur par le dénominateur.

Premier cas.

Exemple.

Si on a payé 854 ₶ 17 *s.* 11 *d. pour* 57 *toises* 5 *pieds* 5 *pouces, à combien reviendra la toise ?*

dividende.

854. 17. 11
72.
1708.
59780.
57. 12
3. 12
1. 16
». 18
». 12
61552. 10
19862
3186
20
63730
22040
1195
12
14340
1833/4169

diviseur.

57. 5. 5
6
347
12
4169 pouces.
14 ₶ 15 s. 3 d. $\frac{1833}{4169}$.

PREUVE par le 2e cas.

l.	s.	d.	t.	p.	p.
854.	17.	11	57.	5.	5.

854. 17. 11 — 57. 5. 5.
20 — 6
17097 — 347
12 — 12

$$\frac{205175\text{ d.}}{240} \div \frac{4169}{72} = \frac{14772600}{1000560}$$

or, $14772600 \div 1000560 = 14$ ₶ 15. 3. $\frac{1833}{4169}$.

Autre exemple

Ayant payé l. 399 ₶ 16 s. 8 d. $\frac{1}{240}$ *pour* 19 ₶ 19 s. 11 d. de gros, *à combien reviendra 1 livre de gros en livre tournois ?*

dividende.	diviseur.
399. 16. 8. 1/240	19 ₶ 19 s. 11 d.
240.	20
15960.	399
79800.	12
192.	4799 d.
6.	19 ₶ 19 s. 11 d.
2.	
0. 0. 1 d.	
95960. 0. 1 d.	
47970.	
4779.	
20.	
95580.	
47590.	
4399.	
12. 0 1 d.	
52789.	
4799.	
0000.	

La preuve se peut faire en réduisant les deux facteurs aux plus simples termes comme dans l'exemple précédent, ou par la multiplication qui se trouve (152), 4ᵉ règle de la multiplication complexe.

Autre exemple.

Ayant payé l. 399 ₶ 19 s. 8 d. $\frac{23041}{34560}$ pour une lettre de change d'Hollande de 19 ₶ 19 s. 11 d. 11/12 de gros, à combien revient la livre de gros, en livres tournois ?

dividende. diviseur.

l. s. d.
399. 19. 8 $\frac{23041}{34560}$

$20\times12\times12=2880$

31920
319200
798000
2592
144
72
24
81. o. s. o. d. 1/12

1151960. 0. 0. 1/12
575970
57579
20

1151580
575590
57199
12

686388
110398
52799
12 + 1/12.

633589
57599
00000

l. s. d.
19. 19. 11. 11/12
20

399
12

4799
12

57599

$23041\times2880=\frac{66358080}{34560}=1920\,d.\ \frac{2880}{34560}$

$=160\,s.\ 0\,d.\ \frac{2880}{34560}=8\,l.\ 0.\ 0.\ \frac{1}{12}$

$\left\{\frac{57599}{19₶\ 19\,s.\ 11\,d.\ 11/12\ \text{tourn.}}\right.$

pour une livre de gros.

La preuve peut se faire en réduisant le tout aux plus simples termes, et on aura

$\frac{57599}{2880}\times\frac{57599}{2880}=\frac{3317644841}{8294400}$
$=399\,l.\ 19\,s.\ 8\,d.=\frac{1129840}{8294400}$ ou $\frac{23041}{34560}$

PREUVE par la multiplication.

on a payé 19 ₶ 19 s. 11 d. 11/12 tournois pour
re de gros d'Hollande, combien coûtera une lettre de
gé de 19 ₶ 19 s. 11 d. 11/12 de gros d'Hollande, en
s tournois?

multipl^de. 19 ₶ 19 s. 11 d. 11/12 tourneis.
mult^teur 19. 19. 11 11/12 de gros.

	171 ₶			
	190			
18 s. . .	17.	2 s.		
9 { 1	».	19.		
6 d. . .	».	9.	6 d.	
{ 3 . . .	».	4.	9	
{ 2 . . .	».	3.	2	
{ 6/12 . .	».	».	9	1/2.
12 { 3/12 . .	».	».	4	3/4.
{ 2/12 . .	».	».	3	1/6.
. . . 10 la 1/2 la du m.	9.	19.	11	23/24
{ 4 s 1/5 d°. .	3.	19.	11.	59/60
{ 4 s d°. d°. .	3.	19.	11.	59/60
{ 1 s 10 d de 10 s	».	19.	11.	239/240
{ 6 1/2 de 1 s	».	9.	11.	479/480
d { 3 » 1/2 de 6 d	».	4.	11.	959/960
{ 2 » 1/3 de 6 d	».	3.	3.	1439/1440
. . 6/12. . .	».	».	9.	5759/5760
{ 2/12 1/3 .	».	».	3.	5759/17280
12 { 2/12 d°. .	».	».	3.	5759/17280
{ 1/12 1/2 .	».	».	1.	23039/34560

l. 399 ₶ 19 s. 8 d. 23041/34560

34560. D. C. numér.

divisé			
par	2	=	17280 × 1 = 17280
»	4	=	8640 × 3 = 25920
»	6	=	5760 × 1 = 5760
»	24	=	1440 × 23 = 33120
»	60	=	576 × 59 = 33984
»	60	=	576 × 59 = 33984
»	240	=	144 × 239 = 34416
4	480	=	72 × 479 = 34488
»	960	=	36 × 959 = 34524
»	1440	=	24 × 1439 = 34536
»	5760	=	6 × 5759 = 34554
»	17280	=	2 × 5759 = 11518
»	17280	=	2 × 5759 = 11518
»	34560	=	1 × 23039 = 23039

34560. D. C.

som. des numér. 368641 d. c.

23041 { 34560 / 10 d.

ARTICLE II.

160. *De la division des quantités complexes et de même espèce.*

Exemple.

Divisez 399# 16 s. 8 d. 1/240 par 19# 19 s. 11 d. ; en suivant le principe de la règle précédente, on aura pour réponse. (158). l. 19. 19. 11.

Autre exemple.

Divisez 399# 19 s. 8 d. $\frac{23941}{34560}$ par 19# 19 s. 11 d. 11/12 en supposant que le dividende et le diviseur soient de même espèce, on aura, d'après le même principe pour réponse, 19# 19 s. 11 d. 11/12

Autre exemple.

divisez 76^T 3^P 4^P 1/2	par 8^T 4^P 6^P
72	6
152	52
5320	12
36	630
4. 0	8. 4. 6
0. 3	
5512. 3	
472	
6	
2835	
315	
12	
3780	
000	

Comme le produit d'un nombre, multiplié par lui-même, s'appelle puissance ; et que 1 des facteurs s'appelle racine ; je vais parler de l'un et l'autre.

161. De

161. DE LA FORMATION DES NOMBRES CARRÉS, ET DE L'EXTRACTION DE LEUR RACINE.

162. On appelle *carré* d'un nombre le produit qui résulte de la multiplication de ce nombre par lui-même; ainsi 25 est le carré de 5, parce que 25 vient de 5 × 5.

163. La *racine carrée* est une quantité qui, multipliée par elle-même, auroit donné ce même nombre; ainsi 5 est la racine carrée de 25, 7 de 49, 8 de 64, etc.

164. *Quand le nombre proposé n'a qu'une ou deux figures*, la racine carrée est un des nombres suivants, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dont les carrés sont, 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81.

165. Le carré d'un nombre qui n'est point parfait, s'appelle *incommensurable*; comme la racine carrée de 72 n'est pas parfaite, parce qu'elle est entre 8 et 9.

166. Pour *carrer* un nombre, il suffit de le multiplier par lui-même. (153).

Exemple de 2 figures.

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 54 \\ \hline 216 \\ 2700 \\ \hline 2916 \end{array}$$

167. On peut observer que ce carré 2916 de 2 figures ou binome) contient,

1°. *Le carré du premier chiffre (ou dizaines)*;

2°. *Le double premier terme multiplié par le second ou unités*;

3°. *Le carré des unités*, suivant cette formule algébrique.

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Exemple.

1°. $5 \times 5 = 2500$ . . . *premier chiffre.*
2°. $5+5=10 \times 4 = 400$ *double 1er. chiffre par le 2d.*
3°. 4×4 . . . . . = . . . 16 . *le carré des unités.*

2916

1°. J'ai mis 2 zéros après 25, parce que 5 étant des dizaines, le produit doit donner des centaines qui exigent 2 zéros.

2°. J'ai seulement mis 1 zéro devant 40, parce que c'est le produit des dizaines par les unités, et que les dizaines multipliées par les unités ne donnent que des dizaines.

3°. 16, étant des unités, conservent la place des unités.

Conséquemment le carré des dizaines est 100, comme 10 multiplié par 10 = 100, et celui des dizaines par les unités donne des dizaines, comme 10 multiplié par 9 = 90.

168. Le produit qui résulte d'une *racine* s'appelle *puissance*, comme le produit 2916 qui résulte de la racine 54×54 est une *puissance.*

EXTRACTION des RACINES des nombres de 2 figures.

169. *Pour extraire un nombre*, il faut connoître la puissance qui le compose; par exemple, dans ce nombre 2916.

Je sais qu'il doit renfermer 2 figures, car 2 figures ne renferment jamais plus de 1 figure pour racine; mais dans le nombre ci-dessus il y a 4 figures, par conséquent il doit y avoir 2 figures à la racine.

Pour extraire une racine l'on commence par les dizaines, cherchant quel doit être la racine de 29, qui est 5, son carré 25 étant ôté de 29, il reste 4, auprès duquel l'on descend les 2 autres figures 16.

Pour trouver les unités du carré, je considère ce que peut renfermer le reste 416.

Ce reste 416 contient seulement 2 parties du carré; savoir, le

double des dizaines de la racine multiplié par les unités, et le carré des unités.

Des deux parties, le premier suffit pour trouver les unités que l'on cherche ; car étant composé du double des dizaines, multiplié par les unités ; si on le divise par le double des dizaines que l'on connoît, il doit donner des unités au quotient.

Il reste maintenant à savoir dans quelle partie de 416 est renfermé le double des dizaines multiplié par les unités ; mais le produit des dizaines, multiplié par des unités, étant absolument des dizaines, il ne peut être partie de la premiere figure (unités), c'est donc 41. On doit donc diviser 41 par le double des dizaines $= 5 + 5 = 10$; par la division l'on trouve 4 que l'on porte à droite du 5 déjà trouvé.

Exemple.

de 29,16 { 5 racine, le carré = 25
ôtez 25
reste 41 ÷ 10 = 5 + 5 = $\frac{41}{10}$ = 4 *qui avec le 5 déjà trouvé* = 54, *lequel étant carré* = 2916,
40 — *ou* 4 × 5 + 5 = 40 *que je sous-trais de* 41, *ensuite j'éleve la racine* 54 *à sa puissance*, et *la retranche de* 2916 *pour voir si c'est la vraie racine.*
1.6
2916
0000

Il est bon d'observer que le quotient 4, quoiqu'il soit la vraie racine ou plutôt le vrai quotient, il peut arriver que le quotient, trouvé de cette maniere, soit plus grand qu'il ne faut, parce que 41 (c'est-à-dire la partie qui reste après la séparation de la derniere figure) ne renferme pas seulement le double des dizaines multipliées par les unités ; mais aussi les dizaines résultans du carré des unités, par conséquent afin de n'avoir aucun

doute sur la figure des unités, on peut employer la vérification suivante.

29,16 (5,4)
25
41. 6
double des 10es = 10. 4 + la racine 4
× 4
416 ôté de 416 ci-dessus.
000

Après avoir trouvé la figure 4 et l'avoir écrite à la racine, je la porte près du double des dizaines, = 10, et forme 104 que je multiplie par 4, et j'en soustrais le produit de 416 ; mais comme il ne reste rien, j'en conclus que la racine est véritablement 54.

S'il reste quelque chose, la racine sera toujours la vraie racine des entiers, à moins que le reste soit plus grand que le double de la racine plus une unité ; mais on n'a point cela à craindre quand le quotient est le plus grand possible. La vérification ci-dessus est fondée sur la formation du carré lui-même, car il est évident que la multiplication de 104 multiplié par 4 forme le carré des unités, plus le double des dizaines multiplié par les unités qui complete le carré parfait.

170. De ce qui a été dit, on peut conclure que, pour extraire la racine carrée d'un nombre qui n'a pas plus de 4 figures, ni moins que 3, *il faut, après avoir coupé les 2 figures à droite, chercher la racine carrée de la période qui est à gauche, cette racine donnera les dizaines de la racine totale que l'on cherche, et on l'écrira à part.*

On retranchera cette quantité de la même période ou tranche, et on écrira le reste dessous, à côté duquel on descendra les deux figures qui restent.

On séparera les figures des unités de la tranche qu'on vient de descendre d'un (.) point, et tout ce qui reste à gauche sera divisé par le double des dizaines écrit dessous.

Le quotient, on l'écrira auprès de la première figure de la

racine, et on le portera près du double des dizaines qui a servi de diviseur, comme on le voit ci-dessous.

	2916	$\left(5+4=\right.$	
	25	$= 45$	preuve
de. . . .	41. 6		$54 \times 54 = 2916$
$5+5 =$	10. 4		
	$\times$ 4		
ôtez. . . .	416		
	000		

Enfin, ce même quotient servira à multiplier toutes les figures qui seront sur la dernière ligne, et l'on soustraira le produit à proportion qu'on le trouvera, des chiffres correspondants.

Autre exemple.

7569	$8 \times 8 = 64$
64.	$8 + 8 = 16$
116.	
167.	87 racine.
$\times 7$	
1169	
000	

L'on voit qu'il faut seulement diviser par le double des dizaines, = 16, la partie seulement qui reste à gauche après qu'on en a séparé la dernière figure, de manière que si cette partie ne contient pas le double des dizaines, il ne faut pas pour cela se servir de la figure séparée, mais il faut mettre un zéro à la racine; si au contraire le double des dizaines est plus de 9 fois, il ne faut pas écrire plus de 9 à *la racine*, pour la même raison qu'on a expliquée dans la division.

Après avoir compris ce qu'on a dit d'un nombre de 4 figures, il sera aisé d'entendre ce qu'il faudra faire avec un plus grand nombre.

Quel nombre que la racine puisse avoir, il sera toujours facile de le supposer composé de 2 parties, dont l'une est les dizaines, et l'autre les unités; par exemple, 874 peut être considéré comme représentant 87 dizaines et 4 unités.

171. En conséquence les 2 premières figures de la racine étant trouvées par la méthode déjà expliquée, la troisieme pourra être trouvée de la même manière; considérant les 2 premières figures comme un nombre de dizaines avec lesquels, pour trouver la troisième figure, il faut opérer comme on a fait pour trouver la seconde.

Pareillement après avoir trouvé la troisième figure, s'il en faut une quatrième, considérez les trois premières figures comme des dizaines avec lesquels, pour trouver cette quatrième figure, il faut agir comme on a fait pour trouver la troisième.

Mais pour procéder avec ordre, il faut commencer par séparer le nombre proposé en tranches, chacune de 2 figures, allant de droite à gauche, dont la dernière figure peut bien n'avoir qu'une figure.

La raison de cette préparation est que la racine étant composée de dizaines et d'unités, il faut, comme il a été dit, commencer par couper les 2 dernieres figures à droite pour avoir à gauche le carré des dizaines; mais comme cette partie est elle-même composée de plus que de deux figures, par la même raison il faut couper de rechef deux figures sur la droite, et ainsi de suite.

Exemple.

Quelle est la racine carrée
de 76807696.

76. 80. 76. 96 } racine
8 × 8 = 64 } 8764
de 1288
167 8 + 8 + 7
× 7
ôtez 1169
de 1117. 6
174. 6 87 + 87 + 6
× 6
ôtez 10476
de 7009. 6
1752. 4 876 + 876 + 4
× 4
ôtez 70096
00000

Autre exemple plus court pour la même racine.

76. 80, 76. 96
de 128,0
8+8+7 . . . ôtez 167×7 mentalement } 8764
de 1117,6
87+87+6 . . ôtez 174,6×6

7009.6
876+876+4 . . . . . 1752,4×4

0000 0

172. *Quand le nombre proposé n'est pas un carré parfait, qu'à la fin de l'opération il y a un reste, et que la racine* carrée que l'on a trouvée est la racine carrée du plus grand carré contenu dans le nombre proposé, alors il est impossible d'extraire la racine carrée exactement; mais on peut en approcher par le moyen des décimales, observant qu'il faut ajouter au nombre proposé autant de fois 2 zéros qu'on veut avoir de décimales à la racine, c'est-à-dire, si l'on veut avoir 2 décimales à la racine, il faut ajouter 4 zéros audit nombre.

173. *Si l'on a à extraire la racine carrée d'une fraction*, il faut faire avec le numérateur et le dénominateur comme avec les entiers;

1°. *Pour carrer une fraction, il faut multiplier les deux termes par eux-mêmes.*

Exemple.

Le carré de $\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, de $\frac{4}{5} = \frac{16}{25}$

2°. La racine carrée de $\frac{9}{16} = \frac{3}{4}$

puisque la racine de 9 est 3 }
et celle de 16 est 4 }

Mais si le numérateur et le dénominateur, ou l'un ou l'autre ne sont pas un carré parfait, il faut se servir des décimales.

Si la fraction a beaucoup de chiffres, on la réduit aux

plus simples termes ; par exemple, la racine carrée de $\frac{2304}{5184} = \frac{2}{3}$, parce qu'étant réduite on a $\frac{4}{9}$, dont la racine est $\frac{2}{3}$.

Application des principes précédents.

Exemple.

Une chambre ayant 9409 *pieds en carré, quelle est sa longueur et sa largeur ?*

```
9409
1309        Rép. ( 97
 187 × 7
-------
 000
```

Un pavé contient 48841 *pierres carrées, de la même grandeur, combien y en a-t-il à l'un des côtés ?*

```
4. 8 8. 41      Rép. { 221 pour un côté.
0  8.8
   4.2 × 2
----------
   .4 4. 1
    4 4. 1
----------
    0 0 0
```

Une armée consistante en 331776 *hommes, combien y en a-t-il de front et de file ?*

```
33. 17. 76
 81. 7          Rép. { 576
  107 × 7
----------
 687. 6
  114. 6 × 6
----------
 0000
```

174. DE LA FORMATION DES CUBES ET DE L'EXTRACTION DE LEURS RACINES.

1°.

175. *Un cube* est un nombre trois fois multiplié par lui-même, ou une fois par son carré ; ainsi pour former le cube de 3, ce sera $3 \times 3 \times 3 = 27$ ou $9 \times 3 = 27$.

La racine de ce cube est donc 3, lequel multiplié 3 fois par lui-même, a donné 27.

Un nombre qui a moins que 4 figures, n'en a que 1 pour racine cubique, ainsi

les cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 ont pour racine 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Considérant qu'un cube contient des dizaines et des unités, et que ce cube résulte du carré d'un nombre multiplié par ce même nombre.

Que le carré d'un nombre composé de dizaines et d'unités renferme,

1°. Le *carré des dizaines ;* $= a^2$

2°. 2 fois *les diz.* $\times$ *par les unités ;* $= 2ab$

3°. Le *carré des unités.* $= b^2$

176. *Pour former un cube,* il faut donc multiplier ces 3 parties par les dizaines et les unités de ce même nombre, ce qui sera plus facile à comprendre en observant la forme suivante.

1°.

Le carré des dizaines. 2 fois le produit des dizaines par les unités. Le carré des unités.	multipliés par les dizaines, donneront	Le cube des dizaines. 2 fois le produit du carré des dizaines, multiplié par les unités. Le produit des dizaines par le carré des unités.

2°.

Le carré des dizaines. 2 fois le produit des dizaines par les unités. Le carré des unités.	étant multipliés par les unités donneront	Le produit du carré des dizaines multiplié par les unités, 2 fois le produit des dizaines par le carré des unités. Le cube des unités.

Prenant ensemble ces 6 opérations, et unissant celles qui sont semblables, on voit que le cube d'un nombre, composé de dizaines et d'unités, contient quatre parties; savoir,

1°. Le *cube des dizaines*;

2°. 3 fois *le carré des dizaines, multiplié par les unités*;

3°. 3 fois *les dizaines multipliées par le carré des unités*;

4°. Le *cube des unités*, *ce qui est représenté par cette formule algébrique*.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

177. D'après ces principes, voici un cube de 43 composé de dizaines et d'unités.

43.

1°. 4 × 4 × 4 = 64,000 = a^3

2°. 16
16
16 = 48 × 3 = 14,400 = $3a^2b$

3°. 4 = 12 × 9 = 1,080 = $3ab^2$

4°. 3 × 3 × 3 = .. 27 = b^3

79507

1°. *J'ai formé le cube de 4 = 64; mais comme 4 est des* dizaines, son cube sera des milles, = 64000, qui exige 3 zéros.

2°. *3 fois le carré des dizaines = 16 × 3 unités*, donneront 144,00, parce que le carré des dizaines donne des centaines, par conséquent le produit sera 144,00.

3°. *3 × 4 ou 3 fois les dizaines multipliées par 9 carré des unités donneront des dizaines*, et le produit sera 1080.

4°. Le cube des unités = 27, conservera la place des unités.

Unissant ces quatre parties ensemble, le cube de 43 aura à sa puissance 79507 qu'on peut trouver également en multipliant 43 par 43.

2°.

EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE.

178. Quelle est la racine cubique de 79507 ?

$$
\begin{array}{ll}
79507 & \text{racine cubique} \\
64 & 43 \\
155,07 \ldots \div 48. & \\
48 &
\end{array}
$$

$43 \times 43 = 79.507$

Comme le cube d'une figure ne peut avoir plus de 3 figures à sa puissance, il faut diviser le nombre proposé par tranches de 3 chiffres, en commençant de droite à gauche.

Pour avoir la partie d'un nombre qui renferme le cube des dizaines de la racine, je coupe les 3 derniers chiffres à droite où le cube ne peut être renfermé, puisqu'il contient absolument des milles.

1°. *Je cherche la racine cubique de* 79, c'est 4 que j'écris à côté (dans l'exemple ci-dessus).

2°. *Je cube* 4 = 64 que j'ôte de 79, et il reste 15 dessous.

3°. *Près de ce* 15, je descends 507 qui forme 15507, dans lequel il doit y avoir 3 fois le carré des 4 dizaines trouvées, multipliées par les unités que l'on cherche; aussi 3 fois ces mêmes dizaines multipliées par le carré des unités, enfin le cube des unités.

Je coupe les deux figures 07 *et la partie* 155, *qui est à la gauche, étant des* 100taines, doit renfermer 3 fois le carré des dizaines multipliées par les unités, par conséquent 155 est un produit composé de 3 × 16 = 48, et des unités que je ne connois pas; divisant par conséquent 155 par 48 qui est trois fois le carré des 4 dizaines, on doit avoir les unités de la racine, et je trouve que les unités sont 3 que j'écris à la racine.

Pour voir si 43 *est la vraie racine*, on peut composer les 3 parties du cube qui doivent être dans 15507, comme il suit. . . . . . 79.507 } 43

il reste 155.07

16 + 16 + 16 × 3 [illegible]

14400

4 + 4 + 4 × 9 1080

3 × 3 × 3 27

15507

On peut aussi vérifier cette opération simplement par 43 × 43 × 43 qui prouvera quelle est la racine cubique de 79507. *Si le nombre a plus de 6 figures, il faut opérer comme il suit.*

Quelle est la racine cubique

de	596,947,688 ?	(842 *racine cubique.*
	512	
	849.47	
diviseur	192	3 × le *carré de* 8
ôtez	592704	*cube de* 84
	42436.88	
diviseur	21168 . . .	3 *fois le carré de* 84
ôtez	596947688	*cube de* 842.
	000000000	

Considérant cette racine composée de dizaines et d'unités, je commence en coupant les figures à droite.

Dans la partie 596947 qui renferme le cube des dizaines, ayant plus de 3 figures, sa racine en aura plus d'une, et conséquemment aura des dizaines et des unités; il faut donc, pour en avoir le cube, séparer ces 3 premières dizaines des 3 figures 947.

Cela posé, je cherche la *racine cubique de* 596 qui égale 8, et étant cube égale 512 que je soustrais de 596, et il reste 84 que j'écris dessous.

Près de 84, je descends 947 qui donne 84947, coupant les 2 dernières figures.

Sous la partie 849 j'écris 192 qui est 3 fois le carré de la racine 8, et je divise 849 par 192, je trouve 4 pour quotient que j'écris à la racine. Pour vérifier cette racine et en même temps pour en avoir le reste, je cube 84 qui égale 592704 qui je soustrais du nombre 596947, et il reste 4243.

Près de ce reste, je descends la tranche 688, et considérant la racine 84 comme 1 seul chiffre qui marque les dizaines de la racine, je coupe les deux dernieres figures 88, et je divise la partie 42456 par le triple carré de 84, c'est-à-dire, par 21168, je trouve 2 pour quotient que j'écris à côté de 84 égale 842 qui complette toute la racine.

179. *Pour vérifier cette racine et avoir un reste, s'il y en a*, je cube 842 = 596,947,688 que je soustrais de la puissance 596,947,688, et comme il ne reste rien, je conclus que 842 est la vraie racine.

Il faut aussi observer qu'on ne doit point écrire plus de 9 au quotient.

Exemple.

Si un fossé a 596,947,688 *pieds cubes, d'après ce qui a été dit ci-dessus, il aura* 842 *pieds de longueur, autant de largeur et de profondeur.*

On forme les cubes et on extrait les racines cubiques des fractions d'après les mêmes principes que leurs carrés, ainsi la racine cubique de $\frac{27}{343} = \frac{3}{7}$

celle de $\frac{27}{64}$. $\frac{3}{4}$

180. Quoiqu'une fraction, une division, ou un rapport ne soient qu'un même résultat considérés sous divers points de vue, puisque par l'une de ces trois choses l'on peut comparer

une quantité avec une autre ; cependant comme les rapports servent particulièrement à comparer les entiers avec les entiers, et que d'ailleurs j'ai parlé suffisamment des 4 *opérations* de *l'Arithmétique*, je me propose, dans la deuxième Partie, de traiter des *rapports*, des *proportions*, et de toutes sortes de règles de *Trois* propres pour le commerce, comme règles d'*intérêt*, d'*escompte*, etc., et, dans la troisième, des *changes étrangers*.

II^e PARTIE.

De l'Arithmétique.

DES RAISONS, PROPORTIONS, PROGRESSIONS ET LOGARITHMES.

CHAPITRE PREMIER.

DES RAISONS.

181. On appelle *raison* ou *rapport* le résultat de la comparaison de deux quantités. Il y en a de deux sortes, la raison arithmétique ou par différence, et la raison geométrique ou par quotient.

182. On appelle *raison arithmétique*, le résultat de la comparaison de 2 quantités pour connoître leur différence. Ainsi en comparant 15 à 8, la différence 7 est le résultat de la comparaison de 15 à 8; l'on marque cette comparaison en séparant les 2 quantités par un *point*, comme 15 . 8 ou 15 — 8.

183. Ces deux quantités se nomment les deux termes d'un rapport ou d'une raison.

184. De ces deux termes que l'on compare, le premier s'appelle *antécédent*, et le deuxième s'appelle *conséquent*; ainsi dans le rapport de 15 . 8, 15 est l'*antécédent*, et 8 le *conséquent*.

185. Pour avoir le rapport arithmétique, il suffit simplement de retrancher le plus petit terme du plus grand; ainsi dans le rapport de 15 . 8, on aura 15 — 8 = 7, qui marque la différence entre les 2 quantités 15 . 8.

186. Un rapport arithmétique ne change pas de valeur si on ajoute à chacun de ses deux termes, ou si on en retranche le même nombre ; exemple, la raison de 15.8 est la même que celle de 15 + 3 . 8 + 3 = 18 . 11, car une raison arithmétique est la différence de 2 quantités ; or, la raison de 15.8 = 7 comme celle de 18.11, donc le rapport arithmétique ne change pas lorsqu'on ajoute à ces deux termes, ou lorsqu'on en retranche la même quantité.

187. On appelle *raison géométrique*, le résultat de la comparaison de deux quantités pour savoir combien de fois l'une contient l'autre ; ainsi en comparant 12 à 3, le nombre qui exprime ce résultat est 4, lequel fait connoître combien de fois 3 est contenu dans 12.

L'on marque cette comparaison en séparant les 2 termes par 2 *points*, comme 12 : 3.

188. Pour avoir le rapport géométrique de deux quantités, il faut diviser l'antécédent par le conséquent, parce que généralement l'on compare l'antécédent au conséquent ; ainsi dans le rapport géométrique de 12 : 3 la raison = 4 ; le rapport des 2 termes 12 : 3 peut s'exprimer ainsi $\frac{12}{3} = 4$.

189. D'où il est évident que toute fraction est une raison géométrique, qu'un rapport peut être exprimé par une fraction dont le numérateur est l'antécédent et le dénominateur le conséquent, et que, une fraction, une raison et le quotient d'une division ne sont que 3 points de vue différents qui appartiennent à une même chose, puisqu'elle renferment chacune 1 rapport.

190. On peut comparer les deux termes d'un rapport en sens inverse, c'est-à-dire, qu'au lieu de comparer l'antécédent au conséquent, comme $\frac{12}{3} = 4$; l'on

peut comparer le conséquent à l'antécédent, comme 3 : 12 ou $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; ainsi si 4 est la raison directe de $\frac{12}{3}$, $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$ en est la raison inverse.

191. La raison inverse de 2 nombres peut donc être exprimée par une fraction qui a le conséquent pour numérateur et l'antécédent pour dénominateur, ainsi la raison inverse de 12 : 3 est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

192. Comme une fraction augmente à proportion de son numérateur, le *dénominateur restant le même* ; pareillement une raison augmente à proportion de son antécédent, *le conséquent restant le même.*

193. Un *rapport géométrique ne change pas de valeur si l'on multiplie, ou si l'on divise les deux termes par une même quantité* ; car ce rapport étant le résultat de la division de l'antécédent par le conséquent peut être considéré comme une fraction ; or, une fraction (61) ne change pas par la division ou par la multiplication de ses deux termes, donc il en est de même des deux termes d'un rapport ; ainsi le rapport de 3 : 12 = celui de 6 : 24 ou de 1 : 4 } que l'on a

obtenu en *multipliant* et en *divisant* } 3/12 { par 2 / par 3

194. D'après ce principe l'on peut simplifier les rapports ; par exemple, si l'on a à exprimer le rapport des longueurs de 2 pièces d'artillerie, dont l'une est de 3 pieds 2/3 et l'autre de 4 pieds 3/4, transformant le tout en fraction, le rapport sera le même que celui de $\frac{11}{3} : \frac{19}{4}$ (ou en les réduisant au même dénominateur) que celui de 44 : 57 en supprimant le dénominateur commun ; car les fractions ainsi réduites au même dénominateur sont

entr'elles comme le rapport qui existe entre leurs numérateurs ; ainsi en supprimant ces dénominateurs communs, on simplifie les rapports.

CHAPITRE II.

DES PROPORTIONS.

195. UNE proportion est formée de 4 quantités, telle que le rapport, entre les 2 premières, est le même que celui des deux dernières.

196. Comme il y a 2 sortes de rapports, il y a, par conséquent, deux sortes de proportions.

SECTION Ière.

Des proportions arithmétiques.

197. Une proportion arithmétique est formée de 4 quantités, telles que *la différence est la même entre les 2 premières qu'entre les 2 secondes* ; par exemple, la proportion 1. 2. 3. 4 est une proportion arithmétique, puisque le rapport ou différence est la même entre 1 et 2 qu'entre 3 et 4 ; on les écrit ainsi, 1. 2 : 3. 4. Le point signifie *est à*, et les 2 points signifient *comme.*

198. Le premier et le dernier terme d'une proportion se nomment *extrêmes*, le second et le troisième terme se nomment *moyens.*

199. Comme dans une proportion il y a 2 rapports, il y a donc 2 antécédents et 2 conséquents, dont le premier terme sera le premier antécédent, et le deuxième terme le premier conséquent, le troisième terme le second antécédent, et le quatrième terme le second conséquent.

200. Si dans une proportion l'on compare les 2 termes du premier rapport en sens inverse du deuxième rapport, comme $\left.\begin{matrix}2 : 1\\ 4 : 2\end{matrix}\right\}$ en sens inverse de $\left.\begin{matrix}3 : 4\\ \text{ou } 3 : 6\end{matrix}\right\}$ alors c'est une proportion inverse.

201. Mais toute proportion inverse peut être ramenée à une proportion directe, en comparant les 2 termes du premier rapport entr'eux de la même manière que les 2 termes du dernier, de sorte que le petit terme soit comparé au grand dans le premier rapport comme dans le deuxième.

Par exemple.

les proportions inverses $\left\{ \begin{array}{l} 2 \,.\, 1 \,:\, 3 \,.\, 4 \\ 4 : 2 :: 3 : 6 \end{array} \right\}$ peuvent être

ramenées. ainsi ..... $\left\{ \begin{array}{l} 1 \,.\, 2 \,:\, 3 \,.\, 4 \\ 2 : 4 :: 3 : 6 \end{array} \right\}$ directement.

202. *Si dans une proportion arithmétique on ajoute à chacun des antécédents, (où si on en ôte la différence ou raison qui regne dans la proportion suivant que l'antécédent sera plus ou moins grand que son conséquent, chaque antécédent sera égal à son conséquent;* car de cette manière on donne au moindre terme de la raison ce qui lui faut pour égaler son voisin, ou on soustrait, du plus grand terme, la somme par laquelle il surpasse le plus petit; par exemple, si dans la proportion

$$3 \,.\, 7 : 8 \,.\, 12$$

vous ajoutez la différence 4 au premier et au deuxième antécédent, vous aurez $7 \,.\, 7 : 12 \,.\, 12$, ou chaque antécédent devient égal à son conséquent.

PROPRIÉTÉS DES PROPORTIONS ARITHMÉTIQUES.

203. *Il suit de-là que dans une proportion arithmétique la somme des moyens est égale à la somme des extrêmes.*

En effet, la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens s'il y a compensation entre les termes qui composent les deux sommes; or, il y a compensation, car si le premier terme, qui sert à composer la première somme, surpasse ou est surpassé par le premier terme

qui sert à composer la deuxième somme, de même le deuxième terme qui sert à composer la première somme, renferme ou est renfermé autant de fois dans le deuxième terme qui sert à former la seconde somme ; donc il y a compensation entre les termes qui composent les deux sommes ; donc dans une proportion arithmétique, la somme des extrêmes est égale à celle des moyens ; par exemple, dans la proportion

$$3 \, . \, 7 : 8 \, . \, 12$$

la somme des extrêmes $3 + 12$ et celle des moyens $7 + 8$ $\Big\} = 15$.

Autre preuve.

En effet, soit la proportion $6 \, . \, 5 : 10 \, . \, 9$; or, dans cette proportion $6 + 9$ doit égaler $10 + 5$, car le rapport dans ladite proportion est 1, et l'égalité ne sera pas changée si on ôte de chaque antécédent 6 et 10 leur conséquent 5 et 9, et on aura $6 - 5 = 10 - 9$. Le rapport sera encore le même si on ajoute à ces 2 rapports une ou deux quantités égales comme $5 + 9$ de part et d'autre, ce qui donnera $6 - 5 + 5 + 9 = 10 - 9 + 5 + 9$, et ôtant des deux côtés les quantités qui se détruisent, il restera $6 + 9 = 10 + 5 = 15 \, . \, 15$, mais $6 + 9$ sont les extrêmes de la proportion $6 \, . \, 5 : 10 \, . \, 9$ et $10 + 5$ en sont les moyens, donc dans une proportion arithmétique la somme des extrêmes = celle des moyens.

204. S'il y a le même rapport entre les 4 termes qui composent la proportion, il suit que *la différence qui règne entre chaque antécédent est la même que celle qu'il y a entre un antécédent et son conséquent*, puisque cette différence est le rapport des termes, ainsi dans les proportions

$$1 \, . \, 2 : 3 \, . \, 4$$

et $$5 \, . \, 6 : 7 \, . \, 8$$

Le rapport ou différence est comme $1 \, . \, 2$, et ajoutant ensemble chaque terme plus grand avec chaque terme plus petit, on aura égalité par tout.

Exemple.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \\ 4 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 1 \end{array}\right\} = 5.\ 5.\ 5.\ 5.$$

205. Si une proportion a deux termes, moyens égaux, elle se nomme proportion *continue*, parce qu'après avoir comparé le second terme au premier, on continue à le comparer au dernier; par exemple, les termes

7 . 11 : 11 . 15

forment une proportion arithmétique continue, que l'on écrit ainsi par abréviation ÷ 7 . 11 . 15.

206. Dans une proportion arithmétique continue, *la somme des 2 extrêmes est égale au double d'un des moyens, ou le moyen terme est la moitié de la somme des extrêmes*; en effet, la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens, mais les 2 moyens sont égaux entr'eux; donc un moyen seul est la moitié de la somme des extrêmes.

Ainsi pour trouver un moyen arithmétique entre 7 et 15, il suffit de les additionner, et on aura 22, dont la sera 11, le moyen demandé, et qui servira pour la proportion suivante.

÷ 7 . 11 . 15

207. Si l'un des 4 termes d'une proportion arithmétique est inconnu, on le trouve en retranchant de la somme des moyens, l'extrême connu, ou de la somme des extrêmes, le moyen connu.

Exemple.

Un maître ayant 4 ouvriers, dont
le 1er fait 7 mètres d'ouvrage par jour
» 3e » 15 » » » » } combien
» 4e » 19 » » » »
le 2d en fera-t-il à proportion?

La proportion étant 7 . x : 15 . 19, la somme des extrêmes sera $7 + 19 = 26 - 15 = 11$ pour l'ouvrage du second.

SECTION II.

Des proportions géométriques.

208. Une proportion géométrique est composée de 4 termes, dont le rapport par *quotient* est le même entre les 2 premiers termes qu'entre les 2 derniers ; on l'écrit ainsi, 3 : 15 :: 4 : 20 ou 1 : 10 :: 100 : 1000

les 2 points / *et les 4 points* } signifient { *est à* / *comme*

209. Dans une proportion géométrique, *si l'on multiplie chacun des 2 conséquents par la raison* ou *rapport*, *on les rendra égaux à leurs antécédents* ; car multiplier le conséquent par le rapport, c'est le répéter autant de fois qu'il est contenu dans l'antécédent, ou encore, l'antécédent peut être considéré comme un *dividende*, le conséquent comme un *diviseur*, et le rapport comme un *quotient ;* or, tout diviseur, multiplié par son *quotient*, devient égal au dividende ; donc un conséquent, multiplié par le *rapport*, devient égal à son antécédent, *ainsi dans les proportions ci-dessus* (208) *si l'on multiplie* 15 *et* 20 *par la raison* $\frac{1}{5}$ } *on*
et 10 *et* 1000 » » $\frac{1}{10}$ } *aura*

$3 : 15 \times \frac{1}{5} :: 4 : 20 \times \frac{1}{5} = 3 : 3 :: 4 : 4$ et
$1 : 10 \times \frac{1}{10} :: 100 : 1000 \times \frac{1}{10} = 1 : 1 :: 100 : 100$

pareillement dans les proportions suivantes où la raison = 5 *et* 10

$15 : 3 :: 20 : 4$
$10 : 1 :: 1000 : 100$ } *on aura*

$15 : 3 \times 5 :: 20 : 4 \times 5$
$10 : 1 \times 10 :: 1000 : 100 \times 10$
$= 15 : 15 :: 20 : 20$
et $10 : 10 :: 1000 : 1000$

210. Quand la proportion est *continue*, c'est-à-dire, que les moyens sont égaux comme 2 : 4 :: 4 : 8, elle s'écrit ainsi : ∺ 2 : 4 : 8

211. Comme le deuxième terme compose avec le premier le même rapport que le troisième avec ce même deuxième terme, c'est ce qui le fait appeller *moyen proportionnel.*

PROPRIÉTÉS DES PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES.

212. Dans une proportion géométrique, *le produit des extrêmes est égal à celui des moyens.*

En effet, soit la proportion 2 : 4 :: 8 : 16 qui peut être représenté ainsi, $\frac{2}{4}$: $\frac{8}{16}$ en fraction, et si l'on multiplie chacune de ces fractions par une même quantité, elles conserveront le même rapport ; ainsi multipliant $\frac{2}{4}$ par 16 et $\frac{8}{16}$ par 4, on aura $\frac{2\times16}{4\times16}$ et $\frac{8\times4}{16\times4}$, puisque les fractions sont entr'elles comme leurs numérateurs (les dénominateurs étant les mêmes) on aura donc $2\times16=8\times4=\frac{32}{32}$, mais $2\times16=32$ est le produit des extrêmes de la proportion ci-dessus, et $8\times4=32$ est le produit des moyens ; donc *dans une proportion géométrique, le produit des moyens est égal à celui des extrêmes.*

Autre preuve.

Soit la proportion 3 : 15 :: 7 : 35, on aura $3\times35=15\times7=\frac{105}{105}$.

En effet, cela doit être ainsi, s'il y a compensation entre les 4 termes qui composent les 2 produits ; or, il y a compensation, car si le premier terme ou antécédent qui sert à composer le premier produit, contient ou est contenu dans le premier terme ou premier conséquent qui sert à former le second produit un certain nombre de fois, de même le deuxième terme ou deuxième conséquent

qui sert à former le second produit, contient ou est contenu autant de fois dans le second terme ou second antécédent qui sert à composer le second produit; donc il y a compensation entre les termes qui composent les deux produits; donc dans une proportion géométrique, le produit des extrêmes est égal à celui des moyens.

213. On peut par conséquent prendre le produit des moyens pour celui des extrêmes, et *vice versâ*.

214. Si une proportion est composée de deux rapports égaux, on y peut donc trouver deux divisions, deux fractions et deux multiplications; par exemple, dans la proportion $32 : 8 :: 12 : 3$, ont peut avoir

1°. . . . . $\left.\begin{matrix} 32 \div 8 \\ 12 \div 3 \end{matrix}\right\} = 4$

2°. . . . . $\frac{32}{8}$ et $\frac{12}{3}$

3°. . . . . 32×3 et 8×12

Mais comme dans une *division* le quotient est le même, si l'on multiplie ou si l'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre.

Qu'une *fraction* ne change pas de valeur si l'on multiplie ou si on divise les deux termes par une même quantité.

Que pareillement dans une *multiplication*, le produit est le même; si on augmente également ses deux facteurs, *de même dans une proportion, les rapports ne changent point si on multiplie ou si on divise un de ses moyens et un de ses extrêmes également*; par exemple, soit la proportion ci-dessus multipliée et divisée par un même nombre 4, on aura

$$32 \times 4 : 8 :: 12 \times 4 : 3 = 128 : 8 :: 48 : 3$$

ou $32 \div 4 : 8 :: 12 \div 4 : 3 = 8 : 8 :: 3 : 3$

215. *Dans une proportion continue le produit des extrêmes est égal au carré d'un des moyens*, ainsi dans cette propor-

tion ÷ 2 : 4 : 8, le carré du moyen 4 = 16 qui est aussi le produit des extrêmes.

216. *De-là pour avoir un moyen terme dans une proportion continue, il faut extraire la racine carrée du produit des extrêmes;* par exemple, pour avoir un moyen entre 4 et 16 dont le produit = 64, on en extrait la racine carrée = 8 qui est le moyen terme de la proportion suivante:

4 : 8 :: 8 : 16 ou ÷ 4 : 8 : 16.

217. *Si l'un des extrêmes est inconnu, on peut le trouver en divisant le produit des moyens par l'extrême connu*, de même si c'est un des moyens qui est inconnu, on pourra l'obtenir en divisant le produit des extrêmes par le moyen connu que l'on désigne par x, y, z.

Exemple.

1°. . . . . . $4 : 8 :: 16 : x = \frac{128}{4} = 32$

2°. . . . . . $4 : x :: 16 : 32 = \frac{128}{16} = 8$

218. Dans une proportion où le terme inconnu est un des moyens on peut le faire tomber le quatrième, car dans la proportion $4 : x :: 16 : 32$ est la même chose que . . . . . $16 : 32 :: 4 : x = \frac{128}{32} = 8$.

219. Puisque le terme inconnu peut toujours être placé au quatrième terme d'une proportion, on peut donc en *général le trouver en divisant le produit des moyens par le premier terme ou premier extrême connu.*

220. Quand une proportion n'a que trois termes connus, on l'appelle ordinairement *règle de Trois*.

221. De ce que dans une proportion le produit des moyens est égal au produit des extrêmes et que ses quatre termes sont en proportion, *il suit qu'ils y seront encore si l'on met les extrêmes à la place des moyens, et les moyens à la place des extrêmes*, ou *encore si l'on échange les places des extrêmes ou celles des moyens*, car dans tous ces

le produit des extrêmes est égal à celui des moyens, comme on peut le voir par les huit permutations suivantes.

3	:	8	::	12	:	32
3	:	12	::	8	:	32
32	:	12	::	8	:	3
32	:	8	::	12	:	3
8	:	3	::	32	:	12
8	:	32	::	3	:	12
12	:	3	::	32	:	8
12	:	32	::	3	:	8

222. On voit que l'on peut mettre *le troisième terme* à la place *du deuxième*, et *vice versâ sans changer la proportion*; car ce troisième terme, à la place du deuxième, prend la place d'un conséquent; mais nous avons vu (212) que *tout* antécédent est contenu ou contient son conséquent, donc les antécédents se contiennent les uns aux autres comme les conséquents se contiennent.

Exemple.

12	:	4	::	24	:	8
12	:	24	::	4	:	8

Dans la seconde proportion l'on voit que 24 devient conséquent, et qu'il contient autant de fois l'antécédent 12 que le chiffre 4, qui est devenu antécédent, est contenu dans 8.

223. Par conséquent, puisqu'on peut mettre le troisième terme à la place du second et réciproquement, *on peut, sans troubler la proportion, multiplier deux antécédents et deux conséquents par la même quantité*; car nous avons vu ci-dessus (214) que l'on pouvoit multiplier ou diviser un *extrême* et un *moyen* par un même nombre sans changer le rapport; mais un extrême et un moyen sont un anté-

cédent et un conséquent, donc on en peut faire autant avec deux antécédents et deux conséquents. Ainsi dans la proportion 3 : 12 :: 8 : 32 les deux antécédents 3 et 8 × 4, comme les conséquents 12 et 32 donneront la proportion 12 : 48 :: 32 : 128 où l'on voit que le rapport est le même dans les deux proportions, puisque dans l'une et l'autre les deux antécédents sont contenus quatre fois dans les conséquents.

On peut raisonner de même en faisant usage de la division.

224. *Si on ôte ou si on ajoute à chaque antécédent une figure ou une somme égale à chaque conséquent, les termes seront en proportion*, ainsi de la proportion 12 : 3 :: 32 : 8, on peut avoir les suivantes.

12 + 3 : 3 :: 32 + 8 : 8
12 − 3 : 3 :: 32 − 8 : 8
12 + 3 : 12 :: 32 + 8 : 32
12 − 3 : 12 :: 32 − 8 : 32

parce que dans cette supposition chaque antécédent contient une fois plus ou moins son conséquent, et par conséquent le rapport est le même.

225. *La somme de deux antécédents de chaque proportion contient ou est contenue dans la somme de deux conséquents, comme un antécédent contient son conséquent ; par exemple*, comme on l'a observé, cette pp^tion 12 : 3 :: 32 : 8 peut devenir cette autre . . 12+3 : 3 :: 32+8 : 8 d'après le même principe on peut avoir 12+32 : 3+8 :: 32 : 8, mais 12+32 est la somme des antécédents, et 3+8 est la somme des conséquents ; donc si les figures 12+ 3 : 3 :: 32+8 : 8 sont en pp^tion, il en est de même de 12+32 : 3 :: 32 : 8
ou 44 : 11 :: 32 : 8 $= \frac{44}{11} \times \frac{32}{8} = \frac{352}{352}$.

Pareillement dans cette proportion 4 : 12 :: 7 : 21, on aura . . . 4 + 7 = 11 antécédent
12 + 21 = 33 conséquent
et delà . . . 4 : 12 :: 11 : 33.

226. Par la même raison *la somme d'un grand nombre d'antécédents de rapports égaux, est à la somme d'un grand nombre de conséquents comme un antécédent est à son conséquent*; car nous avons vu (225) que deux antécédents sont à leurs deux conséquents comme un antécédent est à son conséquent, parce que les deux antécédents sont contenus ou contiennent leurs deux conséquents, comme un antécédent est contenu ou contient son conséquent; mais dans les rapports égaux $4 : 12 :: 7 : 21 :: 2 : 6$, les antécédents $4 + 7 + 2$ sont contenus dans leurs conséquents $12 + 21 + 6$ comme le seul antécédent 2 est contenu dans son conséquent 6; *donc la somme d'un grand nombre d'antécédents de rapports égaux, etc.* Par exemple,

$$4 : 12 :: 7 : 21 :: 2 : 6 = \left\{ \begin{array}{ccc} 4 & : & 12 \\ 7 & : & 21 \\ 2 & : & 6 \end{array} \right. \atop \overline{\hphantom{4 : 12}}$$

$13 : 39 :: 2 : 6$ ou $4 : 12 :: 13 : 39$.

227. *Si l'on multiplie plusieurs rapports, le rapport qui en résulte s'appelle rapport composé*; par exemple, dans cette proportion $12 : 4 :: 25 : 5$, le rapport dans l'une et dans l'autre raison est 3 et $5 = 15$ ensemble.

Ce rapport est le même que celui de $300 : 20$ qui sont les produits de 12×25, et de $4 \times 5 = \frac{300}{20} = 15$.

Pareillement tout rapport composé, soit direct ou inverse, est le produit des fractions qui expriment les rapports composants; par exemple,

$12 : 4 :: 25 : 5$ ou $\frac{12}{4}\ \frac{25}{5}$ expriment les rapports composants $\frac{12}{4} \times \frac{25}{5} = \frac{300}{20} = 15$, et 15 est le rapport composé direct de 3×5 rapport composant exprimé par les fractions. $\frac{12}{4}$ et $\frac{25}{5}$.

228. *Si les rapports que l'on multiplie sont égaux, les rapports composés s'appellent doubles*; en effet, dans cette proportion $12 : 4 :: 24 : 8$, chaque raison est 3, et par conséquent $3 \times 3 = 9$ carré de 3; si ce même rapport est multiplié 3 fois, ce rapport s'appelle triple, etc.

229. *Si ayant deux proportions l'on multiplie le premier terme de l'une par le premier terme de l'autre, et le deuxieme terme de la premiere par le deuxieme terme de la seconde et ainsi de suite, les quatre produits seront en proportion*, car la multiplication de quantités égales ou de deux rapports égaux, doivent donner des produits égaux ; or, multipliez par ordre le premier, le deuxieme, le troisieme et le quatrieme terme d'une proportion par le premier, le deuxieme, le troisieme et le quatrieme terme de la deuxieme, c'est multiplier des rapports égaux, donc les quatre produits doivent être en proportion.

Exemple.

$$\left.\begin{array}{l}2 : 4 :: 8 : 16\\ 4 : 8 :: 16 : 32\end{array}\right\} = 8 : 32 :: 128 : 512$$

$$\begin{array}{l}2 \times 16 = 32\\ 4 \times 32 = 128 \times 32 = 4096\\ 8 \times 512 = 32 \times 128 = 4096\end{array}$$

Autre.

$$\left.\begin{array}{l}1 : 2 :: 4 : 8\\ 2 : 4 :: 8 : 16\\ 4 : 8 :: 16 : 32\end{array}\right\} = 8 : 64 :: 512 : 4096$$

Si on ôte de ces trois proportions les quatriemes termes de la premiere et deuxieme proportion, et pareillement les troisiemes de la deuxieme et troisieme proportion, les produits restant seront encore en proportion, puisqu'on ôte des extrêmes et des moyens une quantité égale.

Exemple.

$$\left.\begin{array}{l}1 : 2 :: 4 : x\\ 2 : 4 :: x : y\\ 4 : 8 :: y : 32\end{array}\right\} = 8 : 64 :: 4 : 32$$

$$\text{ou } 8 \times 32 = 4 \times 64$$

La règle de Trois conjointe est appuyée sur ce principe, car si le terme 32 étoit inconnu, on l'auroit en établissant les proportions ainsi :

$$\left.\begin{array}{l} 1 : 2 :: 4 : x \\ 2 : 4 \ldots\ldots \\ 4 : 8 \ldots\ldots \end{array}\right\} \begin{array}{l} = 8 : 64 :: 4 : x \\ = 2 : 64 :: 1 : x \\ = \dfrac{64}{2} = 32 \end{array}$$

230. On peut conclure que les carrés ou cubes, etc., ainsi que les racines carrées ou cubiques qui procedent de termes en proportion sont aussi en proportion.

1°. *Les carrés et les cubes*, parce que pour former leur puissances, il suffit de multiplier les proportions par elles-mêmes ; ex. 4 : 16 :: 9 : 36, puissance de 2 : 4 :: 3 : 6 ;

2°. *Les racines carrées ou cubiques*, parce que si les puissances sont en proportion, les racines, qui les composent, sont aussi en proportion. *Exemple.*

2 : 4 :: 3 : 6 racine carrée de 4 : 16 :: 9 : 36 ; les principes ci-dessus étant suffisants pour entendre la règle de Trois si usitée dans le commerce. En voici quelques exemples.

DE LA RÈGLE DE TROIS.

231. La règle de TROIS n'est autre chose qu'une proportion, *elle est simple et composée ou conjointe.*

232. 1°. La règle de *Trois simple* a pour objet de trouver le quatrieme terme d'une proportion, dont trois termes sont connus (217, 218, 219, 220).

233. 2°. La règle de *Trois composée* ou *conjointe*, a pour objet de réunir ou de joindre plusieurs règles de *Trois* en une seule, dont le résultat est le même que celui des règles de *Trois simples* dont elle est composée (229).

I^re DIVISION.

I^re DIVISION.

De la règle de Trois simple et manière de la poser.

234. Comme dans une proportion il est indifférent de placer le deuxieme terme à la place du troisieme, *et vice versâ* (221) il s'agit donc de savoir quel doit être le premier terme des trois termes connus.

Le second rapport devant être le même que le premier rapport, il suffit d'observer si le second terme inconnu du second rapport doit être plus petit ou plus grand que son antécédent connu de même espéce ; *s'il doit être plus grand, il faut que le conséquent du premier rapport soit plus grand que son antécédent de même espèce ; si le second conséquent doit être plus petit que son antécédent, il faut que le conséquent du premier rapport soit plus petit que son antécédent.*

1^er Exemple.

Combien valent 810ᵗᵗ tournois en francs ? Le rapport des francs à la livre étant 80 fr. : 81ᵗᵗ des trois termes connus, le premier rapport doit être 81ᵗᵗ : 810ᵗᵗ, et le second rapport 80 fr. : x ; mais le quatrième terme inconnu doit être plus grand que son antécédent 80 fr., donc le second terme 810ᵗᵗ du premier rapport doit être plus grand que son antécédent 81ᵗᵗ, et on aura 81ᵗᵗ : 810 :: 80 fr. : x = 800 fr.

Si je cherchois le nombre 81ᵗᵗ comme il devroit être plus petit que son antécédent 810ᵗᵗ, le second terme du premier rapport devroit aussi être plus petit que son antécédent, et on auroit

800 fr. : 80 fr. :: 810ᵗᵗ : x = 81ᵗᵗ.

235. Quand on achete de la marchandise sur le même prix d'une autre, il est plus commode de se servir du principe suivant, c'est-à-dire, il faut.

1°. *Que le premier terme soit de même espèce et dénomination que le troisième terme ;*

2°. *Que le second terme soit de même espèce et dénomination que le quatrième que l'on cherche ;*

3°. *Que le premier terme soit toujours celui dont on connoît le prix ou la valeur.*

2e *Exemple.*

Si on a payé 800 fr. pour 20 mètres, combien paiera-t-on pour 100 mètres ?

En suivant le principe ci-dessus, on aura

$$20\text{m.} : 800 \text{ valeur connue} :: 100\text{m.} : x = 4000 \text{ fr.}$$

236. Si le premier terme de la règle de trois est une fraction, alors il faut transformer le deuxième ou troisième terme en une fraction qui ait le même dénominateur que le premier en se servant de son dénominateur pour multiplier (62), puis supprimer les dénominateurs et ensuite multiplier les deux moyens, et diviser par l'extrême connu.

3e *Exemple.*

Un courrier ayant employé $\frac{3}{4}$ d'heures à faire 6 kilomètres de chemin, combien en fera-t-il en trois heures ? D'après le principe ci-dessus (234) la proportion doit être

$$\tfrac{3}{4}^{\text{d'h}} : 3^{\text{h}} :: 6 \text{ kil.} : x.$$

en transformant le second terme, on aura

$$\tfrac{3}{4} : \tfrac{12}{4} :: 6 \text{ kil.} : x$$

et en effaçant les dénominateurs, on aura

$$3 : 12 :: 6 \text{ kil.} : x = 24 \text{ kil.}$$

si on transforme le troisième terme (235), on aura

$$\tfrac{3}{4}^{\text{h.}} : 6^{\text{kil.}} :: 3^{\text{h.}} : x = \tfrac{3}{4} : 6 :: \tfrac{12}{4} : x$$

$$\text{ou } 3 : 6 :: 12 : y = 24 \text{ kilomètres.}$$

237. Si le premier terme est un entier et une fraction, il faut transformer l'entier et la fraction ensemble (62), puis multiplier le deuxième ou le troisième terme par le dénominateur de la fraction comme ci-dessus, en supprimant les dénominateurs.

4e Exemple.

3 mèt. 1/2 de Drap ayant coûté 70 fr., combien coûteront 7 mètres ? En transformant, on aura

$3^m \times 2 = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} : 7 \times 2 :: 70^{fr.} : x$
ou $7 : 14 :: 70 : x = 140.$

5e Exemple.

Si 3/4 de mètre ont coûté 4/5 de ₶ tournois, combien coûteront 2/3 de mètre de même espèce ? On aura

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} :: \frac{4}{5} : x = 9 : 8 :: \frac{4}{5} : x = \frac{32}{45}$ de ₶
ou $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15} \div \frac{3}{4} = \frac{32}{45}$ de ₶, et en réduisant
$\frac{32}{45}$ au dénominateur 20 (64), on aura
$32 \times 20 = \frac{640}{45} = \frac{128}{9} = 14 s. \frac{2}{9}.$

On peut varier cet exemple pour s'exercer sur la transformation, la réduction et les opérations des fractions (60), (71), (74).

6e Exemple.

Si 2 marcs 6 onces 6 gros coûtent 48₶ 10, combien coûteront 6 m. 3 onc. 4 gros à proportion ?

$2^{m.}\ 5^{on.}\ 6^{gr.} : 48₶\ 10\ s. :: 6^{m.}\ 3^{on.}\ 4^{gr.} : x = 174 : 48₶\ 10 :: 412 : x = 114₶\ 16,\ 9,\ 11/29.$

7e Exemple.

Si une aune de Drap de 5/4 de large coûte 40₶ 10, combien coûtera une aune du même de 7/8 de large ?

Comme le prix de 5/4 est plus grand que doit l'être celui de 7/8, on aura

$5/4 : 7/8 :: 40₶\ 10\ s : x = 40 : 28 :: 40₶\ 10\ s : x$
ou $10 : 7 :: 40₶\ 10 : x = \frac{2681}{10}.\frac{10}{10} = 28₶\ 7\ s.$

8e Exemple.

Si on emploie 100 aunes de Drap de 5/4 de large pour faire des habits, combien en faudra-t-il d'aunes de 7/8 de large pour faire le même nombre d'habits ?

Comme il faudra plus d'aunes du drap de 7/8, étant moins large, le premier terme doit être plus petit, ainsi on aura

$7/8 : 5/4 :: 100 \text{ aun.} : x = 28 : 40 :: 100 : x$

ou $7 : 10 :: 100 : x = \frac{1000}{7} = 142 \text{ aun. } 6/7.$

9e Exemple.

Un vaisseau ayant 20 jours à tenir la mer et la ration de pain étant fixée à 3/4 de livre par homme, quelle devroit être la ration s'il devoit rester en mer 40 jours ?

Comme cette derniere ration devroit être moindre que la première des deux termes de même espèce, le plus grand doit être le premier, ainsi on aura

$40 : 20 :: \frac{3}{4} : x = 2 : 1 :: \frac{3}{4} : x = \frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$ pr. la ration.

10e Exemple.

Si un capital donne une rente de 3000 ₶, prêté à 5 pour 0/0, au denier 20, c'est-à-dire, à raison d'un denier pour 20 deniers, qu'elle seroit la rente, le capital restant le même, s'il n'étoit prêté qu'au denier 25 ?

Comme cette dernière rente seroit moindre à proportion que 25 est plus grand que 20, on aura

$25 : 20 :: 3000 : x = 5 : 4 :: 3000 : x = \frac{12000}{5} = 2400.$

238. Si les deux termes du premier rapport, ou si les deux antécédents sont de même espèce, mais exprimées en unités de différente dénomination, il faut les réduire à la même dénomination en multipliant la plus grande espèce par le nombre qui exprime combien de fois la plus petite est contenue dans la plus grande.

11e Exemple.

Ayant payé 50 s. pour 2 bouteilles de vin, combien en aurai-je pour 50 ₶ ?

$50 \text{ s.} : 50 ₶ :: 2b : x$, en réduisant, on

aura $50 \text{ s.} : 50 ₶ \times 20 :: 2b : x = 50 \text{s.} : 1000 \text{s.} :: 2b : x$

$= 40$ bouteilles.

En forme de fraction, on aura

$$2^{\#}\ 1/2 : 2^{b} :: 50^{\#} : x = 2 \times 2 = \tfrac{4}{2} + \tfrac{1}{2} = \tfrac{5}{2} : 2 \times 2 :: 50 : x$$

ou $5 : 4 :: 50 : x = 40$ bout.

ou en francs, on aura

$$2^{F},50 : 50^{F} :: 2^{b} : x = \tfrac{100}{250} = \tfrac{10000}{250} = \tfrac{1000}{25} = 40 \text{ bout.}$$

239. Si l'on peut réduire également le premier et le second terme, ou le premier et le troisième, la proportion n'est pas changée (214), car c'est diviser les deux termes d'un rapport ou d'une fraction par une même quantité.

12ᵉ *Exemple.*

Si 50 mètres d'étoffe ont coûté 450# , *combien coûteront* 90 *mètres ?*

$$50^{m.} : 90^{m.} :: 450^{tt} : x$$

réduisant le premier et le second terme, on aura

$$5 : 9 :: 450 : x$$

réduisant le premier et le troisième, on aura

$$1 : 9 :: 90 : x = 810^{tt}$$

Preuve.

$$90^{m.} : 50^{m.} :: 810^{tt} : x = 9 : 5 :: 810 : x = 1 : 5 :: 90 : x = 450^{tt}$$

240. Quoiqu'il y ait une infinité de questions que l'on puisse résoudre par la *règle* de *Trois*, je me bornerai aux suivantes.

Comme les questions sur

L'escompte.
La tare.
L'assurance.
Les commissions.
La perte ou le gain.
L'avarie.
L'intérêt.
Les matières d'or ou d'argent.
Les mesures différentes.

ARTICLE PREMIER.

DE L'ESCOMPTE.

241. L'*escompte* est une remise ou un rabais de 1. 2. 3. 4. 5. etc. pr. o/o, que fait celui qui donne de l'argent pour un billet.

242. Il y a deux sortes d'escompte, l'escompte en *dehors* et l'escompte en *dedans*.

ESCOMPTE EN DEHORS.

243. L'escompte est en dehors, quand un billet de 100 fr. perd 5 fr. pour l'escompte.

1er *Exemple.*

Si je présente un billet de 100 fr. pour être escompté à 5 pr. o/o, je ne recevrai que 95 fr., parce que sur les 100 fr., on a retenu ou ôté 5 fr.

Quel est l'escompte en dehors d'un billet de 4000 fr., à 5 pr. o/o.
Rép. $100 : 5 :: 4000 : x = 200.$

2e *Exemple.*

244. *Si un billet de 4000 fr. a donné 200 fr. d'escompte, combien seroit l'escompte d'un billet de 100 fr. ?*
Rép. $4000 : 200 :: 100 : x = 4 : 20 :: 1 : x = \frac{20}{4} = 5$

3e *Exemple.*

245. *Quel est l'escompte d'une somme d'argent de 3800 fr., prêtée à l'escompte de 5 pr. o/o ?*

Comme la somme d'argent, dont l'escompte est $5 = 100 - 5 = 95$, on aura la proportion

$$95 : 5 :: 3800 : x = 19 : 1 :: 3800, x = 200.$$

4e Exemple.

246. *Ayant eu 200 fr. d'escompte en dehors sur une somme de 3800 fr. prêtée pour un temps convenu, quel est le taux de l'escompte ?*

Comme c'est l'escompte de 100 fr. que l'on cherche ; 100 fr. renferme donc l'argent et l'escompte, comme 3800 fr. + 200 = 4000 renferment l'argent et l'escompte ; donc pour avoir l'escompte de 100 fr. en billet, on aura

4000 . 100 :: 200 : x = 5. Escompte de 100 fr.

5e Exemple.

247. *On voudroit recevoir 200 fr. sur un billet au taux de 5 pr. o/o, quel doit être le montant du billet pour recevoir cette somme ?*

Le montant du billet à l'escompte de 5 pr. o/o étant 100 fr., on aura 5esc : 100 :: 200esc : x = 4000.

6e Exemple.

248. *Pour gagner 200 fr. d'escompte, à 5 pr. o/o, quelle somme d'argent faudroit-il recevoir ?*

5 : 95 :: 200 : x = 3800.

7e Exemple.

249. *Quelle somme d'argent peut-on donner pour un billet de 4000 fr., en retenant l'escompte de 5 pr. o/o ?*

Comme on ne donne que 95 en argent pour un billet de 100 fr., on aura

100 : 95 :: 4000 : x = 3800.

8e Exemple.

250. *Quel billet doit faire un débiteur pour une somme de 3800 fr. qu'on lui prête en argent, à 5 pr. o/o ?*

L'argent du billet de 100 fr. étant 95, on aura

$$95 : 100 :: 3800 : x = \frac{380000}{95} = 4000.$$

DE L'ESCOMPTE EN DEDANS.

251. On a vu que l'escompte en *dehors* à 5 pr. o/o étoit, par rapport au billet et à l'argent, comme 100 : 5, et comme 95 : 5 (243) (245) regardant toujours 100 comme un billet, et 95 comme l'argent net.

Au lieu que l'escompte en *dedans* à 5 pr. o/o est comme 100 : 5 et comme 105 : 5, parce que l'on considere 105 comme un billet qui renferme 100 fr. d'argent, et de plus l'escompte de 5 fr.

1er Exemple.

252. *Si je prête à un banquier* 100 *fr. en argent à* 5 *pr.* o/o, le billet qu'il me donnera sera de 105, qui renfermera en dedans le capital 100 fr. en argent et l'escompte de 5.

2e Exemple.

253. *Quel est l'escompte d'un billet de* 4200 *fr. à* 5 *pr.* o/o *en dedans ?* Rép. 105 : 5 :: 4200 : x = 200.

3e Exemple.

254. *L'escompte d'un billet de* 4200 *fr. étant de* 200 *fr., quel est le taux de l'escompte pr.* o/o *en dedans ?*

Comme l'on connoît ici que le billet de 4200 fr. renferme en argent 4200 fr. — 200 qui est l'escompte, et que 100 fr. est supposé aussi l'argent net, sans l'escompte que l'on cherche, on aura

4000arg. : 100arg. :: 200 : x = 5.

4e Exemple.

255. *Voulant placer* 4000 *fr. en espèce, quel sera l'escompte à* 5 *pr.* o/o *en dedans ?*

Rép. 100 fr. : 4000 fr. :: 5 : x = 200.

5e *Exemple.*

256. *4000 fr. d'argent m'ayant produit un escompte de 200 fr., combien me donneront 100 fr. en argent ?*

Rép. 4000 : 100 :: 200 fr. : x = 5.

6e *Exemple.*

257. *Quelle somme d'argent faudroit-il prêter pour avoir 200 fr. d'escompte à 5 pr. 0/0 en dedans ?*

Comme 100 fr. gagneroit d'escompte 5 fr., la proportion sera donc 5 : 100 :: 200 : x — 4000.

7e *Exemple.*

258. *Pour gagner 200 fr. d'escompte à 5 pr. 0/0 en dedans, quel devroit être le montant du billet ?*

105 fr. étant supposé un billet qui contient le capital de 100 fr. + 5 fr. d'escompte, la proportion sera

5 : 105bil. :: 200 : x = 4200bil.

8e *Exemple.*

259. *Quelle somme d'argent pourrais-je obtenir sur un billet de 4200 fr. en l'escomptant à 5 pr. 0/0 ?*

Comme un billet de 105 fr. donneroit 100 en argent, la proportion 105 : 100 :: 4200 : 4000.

9e *Exemple.*

260. *Si je prête 4000 fr. en argent, quel billet dois-je obtenir à 5 pr. 0/0 d'escompte en dedans ?*

Pour 100 fr. en argent on auroit un billet de 105 fr., donc la proportion doit être

100arg. : 105 :: 4000arg. : x = 4200.

ARTICLE II.

De la Tare.

261. On appelle *tare*, le rabais que fait le vendeur d'une marchandise avec son enveloppe, comme de la laine avec son sac, de l'ipecacuana avec son baril, etc.

Il y a trois choses à observer dans la tare, qui peut être de 1, 2, 3, 4 et 5 pour o/o.

1°. Le poids de la marchandise, avec son enveloppe, qui s'appelle *ort* ou *brut*;

2°. La *tare* qu'on en retire;

3°. Le poids *net* qui en résulte, dont chaque article est connu; par exemple, soit un sac de laine de 100 kilogrammes, avec son sac, et que la tare ou le poids du sac soit de 5 kilogrammes, alors on aura, pour la laine avec son sac,

	100 kilog. brut
	5 d°. pr. tare
et	95 kilog. net.

262. Pour résoudre les questions suivantes sur la tare, il suffit de suivre la même méthode qu'avec l'escompte en dehors (243); car retrancher 4 ou 5 ℔ ou kilogramme, d'un poids brut de 100 ℔, c'est la même opération que d'ôter 4 ou 5 fr. d'un billet de 100 fr., ou au lieu d'appeller 4 ou 5 *escompte*, on peut lui donner le nom de *tare*, et au lieu de dire que 95 ou 96 est le produit net d'un billet de 100 fr., on peut aussi bien dire que 95 ou 96 est le poids *net* d'un poids *brut* de 100 ℔.

1°.

263. *Quel est la tare d'un poids brut de* 4000£ *à* 5£ *de tare sur* 100£ *de poids brut, ou simplement à* 5 *pr.* o/o? Voy. (243) pour trouver la réponse.

2°.

264. Si 4000£, poids brut, ont donné 200£ de tare, quel peut

être le *taux* de la tare, c'est-à-dire, sur 100£ poids brut ? Voyez (244).

3°.

265. La tare étant fixée à 5 pr. o/o, quelle a été celle d'un poids brut qui, après la soustraction de la tare, a laissé un poids *net* de 3800£ ? Voyez (245).

4°.

266. Ayant obtenu 200£ de tare sur des marchandises dont le poids net reste 3800£, on voudroit savoir le taux de la tare ? Voyez (246).

5°.

267. Si une marchandise a donné 200£ de tare au taux de 5 pr. o/o, quel en étoit le poids brut ? Voy. (247).

6°.

268. Si on a eu 200£ de tare, à 5 pr. o/o sur une marchandise, quel en a été le poids *net* ? Voy. (248).

7°.

269. Quel peut être le poids net de 4000£ *ort* d'une marchandise, le *taux* de la tare étant de 5 pr. o/o ? Voy. (249).

8°.

270. Quel est le poids *brut* d'une marchandise dont la tare ôtée, à 5 pr. o/o, a laissé *uet* 3800£ ? Voy. (250).

ARTICLE III.

Des primes d'assurances.

271. On appelle *prime* d'assurance ce qu'un Négociant paie à l'Assureur, pour assurer sa marchandise en cas de perte ou d'avarie.

Elle se regle à 1, 2, 4, 6, 10, 20 pr. o/o, etc. desorte
que *la valeur assurée* étant . . . . . . 100 fr.
l'Assureur, retirant *sa prime* de . . . . 5.
ne *perdra* (en cas de naufrage) que . . 95 fr.

Ainsi les questions sur les primes d'assurance s'operent comme celles sur l'escompte en dehors. Voy. (243).

1°.

272. Quelle est la prime d'assurance d'une somme de 4000 fr. assurée à 5 pr. o/o ? Rép. 200 fr.

2°.

273. Sur 4000 fr. la prime étant de 200 fr., quelle peut être la prime de 100 fr.? Rép. 5 fr.

3°.

274. Ayant recouvré des Assureurs 3800 fr. sur une valeur assurée dont lesdits Assureurs ont retenu la prime à 5 pr. o/o quel est le montant de la prime retenue? Rép. 200.

4°.

275. Ayant recouvré 3800 fr. sur une valeur dont la prime retenue est de 200 fr., quel étoit le taux de la prime pr. o/o? Rép. 5, fr.

5°.

276. Pour gagner une prime de 200 fr., à 5 pr. o/o, quelle seroit la valeur a assurer? Rép. 4000 fr.

6°.

277. Pour gagner une prime de 200 fr., à 5 pr. o/o, quelle perte s'expose-t-on à payer?

Rép. 5 : 95 :: 200 : x — 3800 fr.

7°.

278. Combien doivent payer les Assureurs pour une valeur perdue, mais assurée à 5 pr. o/o? Rép. 3800.

8°.

279. Quelle valeur faudroit-il faire assurer pour recevoir 3800 fr. des Assureurs, déduction faite de leur prime à 5 pr. o/o? Rép. 95 : 100 :: 3800 : x = 4000. Voy. l'avarie (303).

ARTICLE IV.

Des Commissions.

280. On entend par *commission* la rétribution de 1/2 . 1 . 2, etc. que l'on accorde à un Négociant, chargé de faire une *vente* ou un *recouvrement*, ou pour un . . . *achat*, ou un *paiement* pour le compte d'autrui.

281. Les opérations sur la commission se font exactement comme celles de l'escompte en dehors (243) et en dedans (251).

282. *Elles se font comme l'escompte en dehors*, quand il

s'agit de *vente* ou de recouvrement pour d'autres ; car d'un compte de *vente* ou d'un *recouvrement* de 100 fr., l'on en déduit la commission (soit 2 pr. o/o), et l'on ne fait remise au Propriétaire ou au Commettant que 100 — 2 = 98.

283. *Elles se font comme l'escompte en dedans* lorsqu'on fait des *achats* ou *paiements* pour le compte d'autrui ; car sur un *achat* ou *paiement* de 100 fr. et la commission à 2 pr. o/o, celui pour le compte duquel on a fait l'achat, doit non-seulement le montant de 100 fr., mais encore en sus 2 fr. et en tout 102 fr.

I^er Exemple des 2 ensemble à 5 pr. o/o.

284. Quelle est la commission { d'une vente / d'un achat } de 4000 f. R. 200 f.

2°.

285. Ayant eu la commis. de 200 sur { une vente / un achat } de 4000 fr. quel a été le *taux* de la commission pr. o/o. Rép. 5.

3°.

286. Quel est le montant de { la vente / ou l'achat } qu'il faudroit faire pour obtenir 200 fr. de commission, à 5 pr. o/o ? Rép. 4000.

4°.

287. Ayant gagné la commission de 200 sur { une vente, / un achat } de marchandises, à 5 pr. o/o, pour combien en a-t-on vendu ou acheté ? Rép. 4000.

Dans les quatre exemples ci-dessus, le résultat sur la vente et l'achat des marchandises est le même, mais il va différer dans les suivants.

5°.

288. Sur une vente de 4000 fr., combien doit-il revenir *net* au Commettant, la commission étant retenue a 5 pr. o/o ? Rép. 3800.

Et sur un achat de 4000 fr., avec la commission de 5 pr. o/o, quelle somme l'Acheteur doit recevoir de son Commettant ? Rép. 4200.

6°.

289. Le net produit d'un C/V ayant été de 3800 fr., quel en a été le montant, la commission retenue à 5 pr. o/o ? Rép. 4000 fr.

Et sur le montant d'une facture de 4200 fr., contenant l'achat des marchandises avec la commission à 5 pr. o/o, quel a été le montant de l'achat ? Rép. 4000.

7°.

290. Le produit net d'un C/V étant 3800 fr., et la commission retenue par le Commissionnaire de 200, quel a été le taux de la commission pr. o/o ? Rép. 5.

Et le montant d'une facture de 4200 renfermant le montant de l'achat et de la commission de 200, quel a été le taux de la commission pr. o/o ? Rép. 5.

8°.

291. Ayant recouvré, pour le compte d'un Commettant, 4000 fr., combien dois-je lui remettre, ma commission retenue à 2 pr. o/o ? Rép. 100 : 98 :: 4000 : x = 3920.

Et sur un déboursement que j'ai fait pour lui de 4000 fr., quelle somme doit-il me rembourser avec ma commission à 2 pr. o/o ? Rép. 100 : 102 :: 4000 : x = 4080.

ARTICLE V.

De la perte ou du gain.

292. L'on peut perdre sur l'achat d'une marchandise ou d'une lettre de change en la vendant ou en la cédant à perte, ainsi ladite marchandise ou lettre de change achetée 100 fr. ne produira, en la vendant à perte à 5 pr. o/o, que 100 — 5 = 95.

Au contraire, si l'on gagne, en cédant ou en vendant ladite marchandise ou lettre de change de 100 fr. à 5 pr. o/o, elle produira 105 fr., par conséquent si la vente d'une marchandise achetée *se fait à perte*, l'opéra-

tion est comme l'escompte en dehors (243); si elle *se fait avec avantage*, l'opération est comme l'escompte en dedans (251).

1°.

293. Si une marchandise achetée 4000 fr. se vend à 5 pr. o/o de perte, quelle sera la perte totale? Rép. 200.

2°.

294. Si une vente n'a produit que 3800 fr. en perdant 5 pr. o/o, quelle a été la perte totale? Rép. 200.

3°.

295. Quel bénéfice a produit une vente de marchandises de 4200 fr. à 5 pr. o/o de bénéfice? Rép. 105 : 5 :: 4200 : x = 200.

Pareillement le gain, sur un achat de 4000 fr., au même taux, seroit 100 : 5 :: 4000 : x = 200.

4°.

296. A combien doit se monter la vente d'une marchandise pour ne perdre que 200 sur le pied de 5 pr. o/o? Rép. 5 : 95 :: 200 : x = 3800.

5°.

297. Quelle vente doit-on faire pour gagner 200 fr. à 5 pr. o/o? Rép. 4200.

6°.

298. Combien doivent coûter les marchandises qu'on n'a vendues que 3800, en perdant 5 pr. o/o? Rép. 4000 fr.

7°.

299. Combien a-t-on acheté celles qu'on a vendues 4200, à 5 pr. o/o de bénéfice? Rép. 4000.

8°.

300. Un achat de marchandise étant de 4000, combien la vendra-t-on à 5 pour o/o de perte? } Rép. 3800
de bénéfice? } Rép. 4200

9°.

301. On a vendu pour 3800, une marchandise qui a coûté 4000 fr., combien a-t-on perdu à 5 pr. o/o! Rèp. 4000 — 3800 = 200, ou 100 : 5 :: 4000 : x = 200.

10°.

302. On a vendu 4200, une marchandise qui ne coûtoit que 4000 fr., quel a été le gain à 5 pr. o/o? Rép. 4200 — 4000 = 200, ou 105 : 5 :: 4200 : x = 200.

ARTICLE VI.

De l'Avarie.

303. On entend par *avarie* le dommage causé à un vaisseau ou à sa cargaison, ou une diminution de leur produit causée par des dépenses extraordinaires, et forcées pendant des relâches, etc.

Cette avarie que l'on fixe à 1, 2, 5, 10, etc. pr. o/o, à proportion que le capital du vaisseau ou de la marchandise a souffert, est à la charge et pour le compte des Parties intéressées ou des Assureurs.

Ensuite on prend 1, 2, 5, 10, etc. pr. o/o de la somme assurée par chaque Assureur, ou fournie par chaque Intéressé.

Il en est de même d'une *faillite*; l'on détermine à combien se monte la perte totale pr. o/o, et ensuite ce qui peut revenir à chaque Créancier, à raison de 1, 2, 5, 10, 50 pr. o/o, etc.

Exemple.

304. Si un navire estimé avec sa cargaison 400,000, a été avarié pour la somme de 40,000, quelle sera la perte que subira chaque Propriétaire ou chaque Assureur pr. o/o? Rép. 400,000 : 40,000 :: 100 : x, ou 10 : 1 :: 100 : x = 10, c'est-à-dire, que la perte de chaque Intéressé seroit 10 pr. o/o, et alors pour savoir combien chacun perdroit en tout, suivant sa mise, soit celle du premier 100,000, l'on auroit la proportion, 100 : 10 :: 100,000 : x = 10,000 pour la perte du premier, ainsi on trouvera la perte des autres en faisant autant de règles de trois qu'il y a d'Interressés.

305. Pareillement si un failli doit 400,000, et s'il ne fait perdre que 40,000, il est évident que la perte de chaque Créancier sera 10 pr. o/o, et par conséquent en supposant que la créance de l'un soit de 100,000, sa perte sera

$$\frac{100,000 \times 10}{100} = 10,000$$

ARTICLE

ARTICLE VII.

De l'Intérêt.

306. On entend par *intérêt*, l'avantage que l'on retire sur l'argent que l'on prête ; il est *simple*, *complexe* ou *composé* ; et, dans l'un et l'autre cas, il se calcule à 4, 5 pr. o/o, ou au denier 20 ou 40, etc., qui veut dire que sur 20 d. ou 40 d. que l'on prête, on a 1 d. de profit.

Il y a cinq choses à considérer dans l'intérêt simple,

Le PROFIT ou *intérêt* qu'on accorde pour l'argent prêté.

Le PRINCIPAL ou l'argent prêté.

La RAISON ou *taux* de l'intérêt à tant pr. o/o.

Le MONTANT ou le principal et l'intérêt ajoutés ensemble.

Ces 4 articles peuvent être simplement représentés par I. P. R. M.

307. Me réservant d'expliquer plus loin (397) la règle d'intérêt complexe et composée, ou des intérêts des intérêts dont la demande n'est accordée légalement en France qu'à des mineurs ; je ne parlerai ici que de la règle d'intérêt simple, on peut lui appliquer les principes de l'escompte en dedans (251) et en dehors (243) légalement il doit être calculé en dedans.

1er Exemple.

308. Ayant 4000 fr. à placer à intérêt au den. 20 ou à 5 pr. o/o en dedans, quel sera le montant de mon billet ? Rép. 100 : 5 :: 4000 : x = 200, donc le billet sera de 4000 + 200 = 4200

ou 100 : 105 :: 4000 : x = 4200

309. Si je voulois savoir combien ladite somme de 4000 ₶ me donneroit d'intérêt au denier 20, pour 3 ans 7 mois et 10 jours, il faudroit commencer par cher-

cher l'intérêt de ladite somme pour un an en prenant le $\frac{1}{20}$e, et ensuite multiplier l'intérêt d'un an trouvé par 3 ans 7 mois et 10 jours.

2e Exemple.

100 : 5 :: 4000 : x. ou 20 : 1 :: 4000 : x = 200 fr. un an, ensuite faire l'opération suivante.

	200	
	× 3 ans 7 m 10 j.	
	600	
pr. 6/m. . .	100	la 1/2 de l'intérêt d'un an.
1/m. . .	16. 13. 4 . .	1/6 . . d°. de 6 mois.
10 j. . .	5. 11. 1. 1/3.	1/3 . . d°. de 1 mois.
intérêt	722. 4. 5. 1/3	pour 3 ans 7 mois 10 jours.

310. Si l'on demande l'intérêt de 4000 à 5/8 pr. o/o par mois seulement pout 7 mois 10 jours, l'on peut simplement prendre l'intérêt d'un mois, et ensuite multiplier par 7 mois 10 jours.

3e Exemple.

100 : 5/8 :: 4000 : x

Multipliant les deux moyens et divisant par l'extrême, on aura

	4000	
	× 5/8	
pr. 4/8. . . .	2000.	la 1/2 de 4000
1/8. . . .	500.	le 1/4 de la 1/2
pr.	25/00. 1 mois.	

Ensuite il faut multiplier ce produit comme il suit :

	25	
	× 7m 10 j.	
	175	
pr. 10 jours. .	8. 33 . .	le 1/3 du produit d'un mois.
	183. 33	

Si l'on se sert des diviseurs communs (399), on aura pour l'exemple ci-dessus,

$$4000 \times 7^{m} \; 10\ j. = 4000 \times 220\ j. = \frac{880000}{4800}\ \text{div. comm.}$$

$$= \frac{8800}{48} = \frac{550}{3} = 183.\ 33.$$

Exercice.

Quel est l'intérêt

1	de fr.	268			pr. 1 an	à 4 p. o/o.	Rép. 10.	72		
2	d°.	945 l.	50		d°.	» 4 p. o/o.	37.	82.		
3	d°.	254	875		5 mois.	» 4 » »	4.	248.		
4	d°.	547	75		5 mois.	» 5 » »	6.	846.		
5	d°.	566.	13.	4	5 mois.	» 5 » »	11.	11.	11.	1/5
6	d°.	554.	10.		3 mois.	» 4 p. o/o p. an.	5.	10.	10.	4/5
7	d°.	356	15.	6.	2 a. 3/4.	» 5 p. o/o	461.	6.	14.	5/6
8	d°.	325	7.	6	3 a. 1/2.	» 6 p. o/o	68.	6.	6.	1/4
9	d°.	547	2.	4.	5 a. 1/2.	» 4 » »	120.	7.	3.	1/4
10	d°.	257	5.	1	1 a. 3/4.	» 4 » »	18.	0.	1.	1/2
11	d°.	479	5.	0	5 a. 1/4.	» 5 » »	125.	16.	0.	3/4
12	d°.	397	9.	6	2 a. 1/2.	» 5 1/2 »	31.	6.	0.	
13	d°.	576	2.	7	7 a. 1/4.	» 4 1/2 »	187.	19.	1.	1/2
14	d°.	279	13.	8	3 a. 1/2.	» 5 1/4 »	51.	7.	10.	
15	d°.	240			p. 120 j.	4 p. o/o	3.	3.	1.	1/4

ARTICLE VIII.

Des matières d'or et d'argent. (110).

311. Comme je l'ai dit dans la première Partie (111), autrefois on divisoit l'or en France en 24/24 appellés *karats*, que l'on subdivisoit en $\frac{32}{32}$ appellés *grains de fin*, et l'argent se divisoit en $\frac{12}{12}$ appellés *deniers* que l'on subdivisoit en $\frac{24}{24}$ appellés grains de fin.

Aujourd'hui l'on divise l'or et l'argent pur en 10/10 ou $\frac{1000}{1000}$, c'est-à-dire, en 10 ou 1000 parties de fin; de sorte que si l'on en ôte une partie soit 1/10 ou 100/1000

pour remplacer ce 1/10 ou 100/1000 en alliage, alors il ne restera plus en or ou argent pur que 9/10 ou 900/1000, et dans ce cas ces 9/10 ou 900/1000 sont appellés le titre de l'or ou de l'argent, et quand l'on dit que l'or est à 9/10 ou 900/1000, ou au titre de 9/10 ou 900/1000, c'est comme si l'on disoit qu'il y a 9/10 ou 900/1000 d'or ou d'argent pur, et 1/10 ou 100/1000 d'alliage. Delà il est évident que le titre de l'or ou de l'argent fait connoître en même-temps le *dégré de fin et d'alliage*; car si un morceau d'or ou d'argent est au titre de 8/10 ou 800/1000, l'on peut conclure qu'il contient 8/10 ou 800/1000 de parties de fin ou pur, et de plus 2/10 ou 200/1000 de parties d'alliage qui est toujours en cuivre.

312. Puisque le titre fait connoître dans un morceau d'or ou d'argent les parties qui sont en matiere pur, et aussi celles qui sont en alliage, *on peut en élever le titre sans affiner ou purifier l'or en ajoutant plus ou moins d'or pur à son poids*, de même *on peut abaisser son titre sans ajouter à son poids plus ou moins d'alliage ou cuivre.*

1er *Exemple.*

Un Affineur ayant 40 hect. d'or ou d'argent pur, et voulant en faire de l'or ou de l'argent au titre de 800/1000, quelle quantité d'alliage doit-il ajouter ?

Avant de faire cette opération, il faut observer qu'en ajoutant à un morceau d'or un métal quelconque, on augmente son poids; que son degré de pureté, relativement à son poids, devient plus petit à proportion que l'alliage qu'on y ajoute, rend son poids plus grand; et, réciproquement, le poids d'une masse quelconque d'or, devient plus petit à proportion que l'on en sépare une plus grande portion de l'alliage qui en fait partie, ou que son degré de pureté est plus grand. Ainsi les 40 hectogr. donnés d'or pur étant représentés par 1000/1000, et le titre auquel on veut l'abaisser par 800/1000, il est certain qu'il faut augmenter

le poids, c'est-à-dire, les 40 hect. dans la proportion de 800 à 1000, et on aura

$$800 : 1000 :: 40 \text{ hect.} : x = 50 \text{ poids total},$$

par conséquent ôtant 40 de 50, on aura 10 hect. pour le poids du cuivre qu'il faut ajouter aux 40 hect. d'or pur pour l'abaisser au titre de 800/1000.

2e *Exemple.*

313. *Un Affineur ayant* 30 *hect. d'or ou d'argent au titre de* 900/1000, *demande combien il doit y ajouter d'or ou d'argent pur pour l'élever au titre de* 950/1000es ?

Il est évident que l'alliage restant le même, le degré en devient plus petit à proportion que le morceau d'or, dont il fait partie, est plus grand, et réciproquement que le poids du morceau d'or dont il doit faire partie, doit être plus grand à proportion que le degré de ce même alliage doit être plus petit; ainsi, ci-dessus, le degré d'alliage étant exprimé par 100/1000, lorsque l'or est au titre de 900/1000, et par 50/1000 seulement lorsque l'or est élevé au titre de 950/1000, *il est clair qu'il faut augmenter le poids du morceau d'or dans la proportion de* 50 *à* 100, *et on aura*

$$50 : 100 :: 30 \text{ hec.} : x = 60 \text{ hect.}$$

Et ôtant 30 *de* 60, *on aura* 30 *hect. d'or pur qu'il faut ajouter aux* 30 *hect. d'or au titre de* 900/1000 *pour l'élever à celui de* 950/1000.

314. Le poids d'un lingot quelconque d'or doit être augmenté en *matière pure*, à proportion que le degré d'alliage est plus petit *au titre auquel on veut l'élever*, qu'il ne l'est *à son propre titre*. (313).

315. Le poids d'un lingot quelconque d'or doit être augmenté au contraire, en *alliage*, à proportion que le *degré de fin* est plus petit au *titre auquel on veut l'abaisser*, qu'il ne l'est *à son propre titre*. (312).

Il suit delà que les poids des masses entières d'or et d'argent sont en raison inverse des degrés d'alliage lors-

qu'on veut *abaisser* le *titre* (312), et en raison inverse des degrés de fin lorsqu'on veut *élever le titre* (313), c'est-à-dire, que pour abaisser le titre de l'or il faut augmenter l'alliage, et que pour élever le titre de l'or, il faut augmenter l'or fin en diminuant l'alliage.

3e *Exemple.*

316. *Un Orfèvre voulant fabriquer des ouvrages d'argent au titre de* 10 DENIERS (311) *et ayant* 600 MARCS *d'argent pur, on demande combien il doit ajouter d'alliage pour en abaisser le titre à celui de* 10 DENIERS ?

Comme il faut abaisser le titre, il faut donc que j'augmente l'alliage, et on aura

$10^{d} : 12^{d} :: 600^{m} : x = 720^{m}$ au titre de 10 deniers, c'est-à-dire, qu'il faut ajouter à 600^{m} 120^{m} d'alliage.

L'on peut encore faire cette opération comme il suit.

Si 10 den. purs prennent 2 den. de cuivre, combien 600^{m} purs en prendront-ils ?

$$10 : 2 :: 600 : x = 120^{m} \text{ d'alliage.}$$

4e *Exemple.*

317. *Le même ayant 42 marcs d'or fin, demande combien il doit ajouter de cuivre pour le mettre au titre de 21 karats ?*

Rép. $21 : 24 :: 42^{m} : x = 48^{m} = 42^{m} + 6^{m}$

ou si 21 perd 3 $:: 42 : x = 6^{m}$ *d'alliage.*

5e *Exemple.*

318. *Le même ayant 40^{m} d'or au titre de 23 kar. $\frac{16}{32}$, et voulant le fabriquer au titre de 21 kar. 24/32, desire savoir combien il y alliera de cuivre pour l'abaisser au titre de 21 kar. $\frac{24}{32}$?*

$$21^{k}\tfrac{24}{32} : 23^{k}\tfrac{16}{32} :: 40^{m} : x = 43^{m} + \tfrac{19}{87} = 40 + 3\tfrac{19}{87}$$

ou

$$21^{k}\tfrac{24}{32} : 1^{k}\tfrac{24}{32} :: 40^{m} : x = 696 : 56 :: 40^{m} : x = 87 : 7 ::$$
$$40^{m} : x = 3^{m}\tfrac{19}{87} \text{ d'alliage qu'il faut ajouter.}$$

6e *Exemple.*

319. *Ayant 250 marcs d'argent au titre de 11 d. 12 grains, et voulant les fabriquer à 10 d. 10 gr., combien faudra-t-il y ajouter de cuivre ?*

Rép. $10^d\ 10^{gr} : 11^d\ 12^{gr} :: 250^m : x = 276^m$.
ou 250m
+ 26 qu'il faut ajouter en cuivre pr. l'abaisser

320. S'il est question de fondre plusieurs masses d'or ou d'argent de plusieurs titres différents, et d'élever le titre de cette fonte à un titre supérieur donné, il faut, avant tout, 1°. *déterminer le poids total de l'alliage contenu dans les différentes masses données.*

2°. *Déterminer le poids de l'alliage qu'elles contiendroient si elles étoient toutes au titre auquel elles doivent être élevées.* Ayant une fois l'alliage de la masse totale et l'alliage qu'elle devroit contenir pour être au titre fixé pour la fonte, *il n'y a plus qu'à opérer suivant le principe ci-dessus* (314) *pour déterminer la quantité d'or pur qu'il faut ajouter à la fonte pour en élever le titre au titre donné.*

7e *Exemple.*

321. Un Orfévre

ayant 5 kilog. d'or ou d'argent au titre de	. . .	900/1000
25	». . ». ». . ».	850/1000
70 = 100	». ». . ».	750/1000

on demande combien il doit ajouter d'or ou d'argent fin à la fonte de ces 100 kilog. pour élever le titre de cette fonte au titre de 950/1000,

comme $\frac{1}{1000\ c.}$ d'alliage sur 1 kil., donne 1 gme. de cuivre

que $\frac{100}{1000\ c.}$ d°. sur 1 kil. = 100 grammes, d°.

322. Il suit donc que le poids de l'alliage ou cuivre sur 5 kil. doit être 100 grammes × 5 = 500 grammes, et qu'en

général il faut multiplier les degrés d'alliage par le nombre des kilogrammes pour avoir le poids de l'alliage.

Ainsi faisant cette application au 100 kilogrammes ci-dessus, on aura,

323. 1°. 5 kil. à 900/1000^e,	cont. 100^{gr} × 5 =	500 g^{mes} de cuiv.
25 » 850/ d°.	. » 150 × 25 =	3750 » . . d°.
70 » 750/ d°.	. » 250 × 70 =	17500 » . . d°.
100 kil. à ces diff. titres contiennent		21750 g^{mes} de cuiv.

324. 2°. Mais ces 100 kilogr. doivent être au titre de 950/1000, donc le degré d'alliage doit diminuer et la matière pure augmenter ; car 100 kilogr., au titre de 950, ne contiennent que chacun 50 grammes de cuivre = 50 × 100 = 5000 grammes de cuivre ; mais 5000 gr. < que 21750 gr. ci-dessus, donc la masse totale doit être augmentée en matière pure dans la proportion de 5000 : 21750 (314), et alors on aura

$$5000 : 21750 :: 100^{kil.} : x = 435^{kil.} = + \left.\begin{matrix}100\\335\end{matrix}\right\}$$

c'est-à-dire, qu'il faut ajouter 335 kilogrammes d'or ou d'argent fin aux 100 kilogrammes ci-dessus.

325. S'il est question au contraire de baisser le titre de la fonte à un titre inférieur à celui des masses données, il faut commmencer,

1°. Par *déterminer le poids du fin contenu dans les différentes masses données ;*

2°. *Déterminer* le *poids* du *fin* qui devroit y être *contenu* si *elles étoient au titre auquel elles doivent être baissées.* Cela fait, il faut suivre le principe ci-dessus (315) pour trouver la quantité de cuivre qu'il faut ajouter à la fonte pour en baisser le titre au titre donné.

8e Exemple.

326. Le même Orfèvre ayant les mêmes masses d'or pur que dans l'exemple précédent, qu'il veut fondre ensemble

et dont il veut abaisser le titre à celui de $700/1000^{es}$, *on demande combien il doit ajouter de cuivre à cette fonte pour la mettre à ce titre ?*

Comme $\frac{1}{1000}$ de fin sur 1 kilog. donne 1 poids de 1 gr^{me} de fin $900/1000$ d^{o}. sur 1 kil. contiendront $900 \times 5 = 4500$ d'or fin, et qu'en général, il faut multiplier les kil. par les degrés de fin pour avoir le poids total de la matière pure, ainsi on aura

327. 1°.	5 kil. à	mille 900	contiennent	$900 \times 5 =$	grammes 4500	d'or pur
	25 »	850	»	$850 \times 25 =$	21250	» »
	70 »	750	»	$750 \times 70 =$	52500	» »
	100 »		contiennent . . .		78250	gram. d'or pur.

2°. Mais au titre de $700/1000^{es}$ fixé, chacun des 100 kilogr. ne contiendroit que 700 grammes d'or pur, par conséquent les 100 kilogr. contiendroient seulement $100 \times 700 = 70000$ grammes de matière fine.

328. Ainsi il est évident que le degré de *fin* est plus petit au titre donné qu'aux différents titres des masses données ; en conséquence le poids de la masse totale qu'elles composent doit être augmenté en cuivre dans la proportion de 70000 à 78250 (315), ainsi on aura

$70000 : 78250 :: 100^{kil.} : x = 111^{kil.} 785 = 100^{kil.} + 11\ d^{o}.\ 785.$ de cuivre qu'il faut ajouter.

329. S'il est enfin question de faire une fonte à un titre donné, avec des matières dont parties sont d'un titre inférieur et parties d'un titre supérieur, il faut,

1°. *Déterminer le poids du* FIN *contenu dans les différentes masses données ;*

2°. *Déterminer le poids du* FIN *qu'elles contiendroient si elles étoient au titre fixé pour cette fonte.*

Si c'est le fin qui manque, il ne restera plus qu'à déterminer la quantité de celui qui doit être ajouté à la fonte par le principe ci-dessus ; si c'est le cuivre qui manque, la quantité de celui qui doit être ajouté, doit être déterminée par le principe ci-dessus. (315).

9e Exemple.

330. *Un Orfèvre ayant de l'or ou de l'argent aux titres sui-*

vants, demande combien il doit ajouter d'or ou d'argent fin, ou bien combien il doit ajouter de cuivre aux masses suivantes pour que le titre de cette fonte soit à 750 millièmes de fin ?

331. Comme il y a 5 kil. au titre de 950 millièmes

25 »	. . . »	. . . 900	»
30 »	. . . »	. . . 800	»
40 »	. . . »	. . . 750	»

on aura 5 kil.	×	950	=	4750	de fin d'or ou d'argent
25 »	×	900	=	22500	
30 »	×	800	=	24000	
40 »	×	750	=	30000	
100 kil. au titre ci-dés. cont.				81250	grammes d'or fin.

2°. Au titre de la fonte fixé à 750 millièmes, les 100 kilogrammes contiendroient 100 × 750 = 75000 grammes d'or ou d'argent ; en conséquence, le degré de fin au titre donné pour la fonte = 75000 gr. est plus petit que le titre des masses données = 81250 gr., car leur poids total = 81250 gr. contient plus de parties de fin qu'un poids égal, c'est-à-dire que 100 kil. × 750 ; titre donné pour la fonte, n'en contiendroit ; par conséquent la masse totale = 81250 doit être augmentée en cuivre dans la proportion de 75000 à 81250 (315), ainsi on aura

$$75000 : 81250 :: 100\text{kil.} : x = 108^{\text{kilog.}}, 333 = 100 \text{ kil.} + 8\ 333 \text{ grammes}$$

de cuivre qu'il faudroit ajouter à la fonte des 100 kilogrammes donnés.

332. Mais si le titre de la fonte étoit fixé à 920/1000 au lieu de 750/1000, alors les 100 kilogrammes, au titre de 920$^{\text{m}}$, contiendroient 920$^{\text{gr.}}$ × 100$^{\text{kil.}}$ = 92000 gr. de matière pure, et par conséquent le degré de fin seroit plus grand que celui des masses données ci-dessus, qui est de . . . . 81250 gr.

10750 dif.

donc, le degré d'alliage dans le poids de 92000 au titre de 920$^{\text{m}}$ est plus petit que celui de 81250$^{\text{gr.}}$ aux divers titres, par conséquent si les 100 kilogr.

aux divers titres ci-dessus contiennent de fin 81250gr } = 100,000
ils contiendront en alliage. . , ... 18750 »

et si les 100 kilogr. au titre de 920m ont de fin 92000gr } = 100,000
ils contiendront en alliage ou cuivre. . . 8000 »

mais il y a plus de cuivre dans 18750gr } donc il
que dans . . . . 8000 »

faut augmenter le fin des divers titres ci-dessus, dont le poids = 81250 gr. dans la proportion de 8000 : 18750 pour l'élever au titre de 920m demandé, ainsi on aura

$$8000 : 18750 :: 100^{kil.} : x = 254^{kil.}\ 875^{gr.} = 100^{kil.} + 134\ .\ 575\ gr.$$

de matière pure qu'il faudroit ajouter aux 100 kil. donnés.

Déterminer le fin de l'or ou de l'argent, en COMPARANT *le* RAPPORT QU'IL Y A *entre* LE TITRE *et le poids.*

333. *Déterminer le fin de l'or, c'est simplement chercher quelle est sa matière pure, ce qui se connoîtra toujours par le titre;* en effet, si le titre d'or pur est représenté par 24 karats et le titre d'une masse particulière représentée par 22 karats, il s'ensuivra que 24 *marcs, au titre de 22 karats*, ne seront

que 22 marcs d'or fin } et que si le titre
et 2 marcs d'alliage

d'or pur est représenté par $\frac{1000}{1000}$

1000 *hect. d'or au titre de* 900/1000 *ne seront que*
900 *hect. d'or pur*
et 100 » *d'alliage*, de même

1000 *hect. au titre de* 800/000 *ne seront que* 800 *hect. d'or pur*
d°. » » 700/000 » 700 *hect.* »
d°. » » 600/000 » 600 *hect. d°.*

et ainsi de suite, de manière que le poids en grammes suit le degré du titre. Par ce moyen, connoissant le titre de l'or, par kilogramme, on connoîtra le poids de la matière pure.

1er Exemple.

334. *Ayant 840 hectogrammes d'or ou d'argent au titre de 900 millièmes, je demande combien il y a d'or pur ?*

Comme $\frac{1000}{1000}$ représente l'or pur et $\frac{900}{1000}$ le titre proposé, les dénominateurs étant les mêmes, les 840 hect. seront, par rapport à ce que je cherche, comme 1000 : 900, ainsi on aura

$$1000 : 900 :: 840 : x = 756 \text{ d'or pur} = \begin{array}{r} 840 \\ -84 \\ \hline 756 \end{array}$$

ou encore,

$$\text{si } 1000 \text{ perd } 100 :: 840 : x = 84 = +\begin{array}{r} 750 \\ 84 \end{array}\Big\} 840$$

2e Exemple.

335. *Ayant 196 marcs d'or au titre de 21 karts $\frac{16}{32}$, je demande combien il y a de matière pure ?*

Rép. $24^k : 21^k$ 16/32 :: $196^m : x$. comme la matière pure doit être moindre que 196_m, on aura

24 : 21 16/32 :: $196^m : x = 175_m$ 7/12 d'or pur.

3e Exemple.

336. *Ayant 96 marcs d'argent au titre de 11 den., à combien se montent-ils en matière pure ?*

Rép. $\frac{12}{12} : \frac{11}{12}$ ou 12 : 11 :: $96^m : x = 88_m$ de fin.

4e Exemple.

337. *Ayant 88 marcs d'argent pur à réduire au titre de 11 den., quel sera le poids total avec l'alliage ?*

Rép. 11 : 12 :: $88^{m\,pur} : x = 96_m$ avec l'alliage.

L'on voit, dans le troisième exemple, que les 96 marcs, avec l'alliage, à raison de 11/12, doit être d'un moindre poids en matière fine, et que dans le quatrième exemple, les 88_m de fin doivent peser plus en y ajoutant l'alliage au même titre.

5e Exemple.

338. *Ayant un lingot de 60 marcs d'or au titre de 21 karats 16/32, et voulant l'élever au titre de 22 karats 8/32 en l'épurant, je demande combien il pesera alors ?*

Comme le lingot doit être rafiné, il devra peser moins, ainsi la proportion sera

$22^k\ 8/32 : 21\ 16/32 :: 60 : x = 57^m\ 87/89$ d'or pur.

6e Exemple.

339. Un Affineur ayant fait l'essai d'un lingot qui pesoit 32 marcs d'argent, et ayant trouvé qu'il perdoit 12 grains par gros ou par 72 grains, demande,

1°. *Quel est le titre de ce lingot ?*

2°. *Combien il contient de marcs fins ?*

En perdant 12 grains par gros, 72 grains se trouvent réduits à 60 grains de fin, ainsi on aura

1°. $72^{gr} : 60^{gr} :: 12^d : x = 10$ titre trouvé.

Maintenant comme les 32 marcs sont au titre de 10^d, le poids du fin doit être moindre que 32^m, ainsi on aura

2°. $12^d : 10 :: 32^m : x = 26^m\ 5^{on}\ 2^{gr}$ 48 grains.

7e Exemple.

340. *Ayant 60 hect. d'or qui contiennent 10 hectogr. d'alliage, quel en est le titre ?*

Comme 60 hect. — 10 hect. se réduisent à 50 hect. en matière pure, et que la réduction du poids suit la réduction du titre, on aura

$60 : 50^{pur} :: 1000 : x = 833^{milliemes}\ 1/3$ titre trouvé.

8e Exemple.

341. *Ayant 24 marcs d'or qui contiennent 7 marcs et 6 onces d'alliage, quel en est le titre ?*

Otant de 24 marcs d'or l'alliage de $7^m\ 6^{on} = 16^m\ 2^{on}$ d'or pur, on aura, pour trouver le titre, le titre de fin étant 24 karats,

$24^m : 16^m\ 2^{on}$ de fin $:: 24^{kar} : x = 16^{kar}\ 1/4$ titre trouvé.

9e Exemple.

342. *Ayant 36 marcs d'argent contenant 12 marcs d'alliage, quel en est le titre ?*

Se rappellant que le titre de l'argent pur $= 12^d$, et ôtant 12^m de $36^m = 24^m$ d'argent fin, on aura

$$36 : 24 :: 12^d : x = 8^d \text{ titre cherché.}$$

10e Exemple.

343. *Ayant acheté 60 marcs d'or au titre de 21 karats 16/32, je demande combien ils valent de marcs d'or au titre de 22 karats 8/32 ?*

Comme ce dernier titre est plus haut, les 60 marcs au titre de 21 kar 16/32 doivent diminuer en poids, ainsi on aura

(338) $\quad 22^k\ 8/32 : 21^k\ 16/32 :: 60^m : x = 57^m\ 87/89$ d'or pur.

11e Exemple.

344. *Ayant acheté un lingot d'argent de 66 marcs au titre de 10 den., je demande à quel poids il se réduira en l'élevant au titre de 11 deniers ?*

Comme le poids doit diminuer, on aura

$$11 : 10 :: 66 : x = 60^m \text{ d'argent fin.}$$

345. On peut varier et résoudre toutes sortes de questions en ce genre, en n'oubliant point,

Qu'autrefois en France et encore maintenant chez l'étranger, le titre de l'or étant à 24 kar. et celui de l'argent à 12 d., les degrés de fin ne suivoient point les degrés de poids, car

24 karats d'or = 768 gr. de fin = 1 marc ou 4608 grains de poids
1 gr. do. = ... 6 do. do.
12 deniers ou 288 gr. de fin = 1 marc ou 4608 do. do.
1 do. . . . . . 16 do. do.

de sorte que pour réduire les grains de fin de l'or et de l'argent en grains de poids, il faut multiplier

les grains de fin de l'or par 6 = 768 × 6 = 4608 *gr.*
et ceux d'argent, par . . . 16 = 288 × 16 = 4608 *gr.*

Mais avec les nouveaux poids on n'éprouve point cette difficulté, puisque le degré du titre suit celui du poids, car l'un et l'autre est divisé en 1000/1000, de sorte que 1/1000 de fin = 1/1000 de poids d'or ou d'argent, et que les 950 milliemes ou 950/1000 de fin de 1000 hect. d'or ou d'argent sont égaux à 950 hect. d'or ou d'argent pur, c'est-à-dire, que 1000 hect. d'or au titre de 950/1000 = 950 hect. d'or pur.

Du fin, du doré.

346. On appelle *doré* d'un lingot, une masse d'argent où il se trouve moins d'or que d'argent, et pour le déterminer, il faut,

1°. *Réduire le poids à celui des parties de fin d'argent comme s'il contenoit de l'alliage sans or ;*

2°. *Soustraire du poids de l'argent pur celui de l'or qui s'y trouve contenu.*

1er Exemple.

347. Un Affineur ayant un lingot de *doré*, pesant 50 hect. au titre de 900/1000, contenant 2 grammes d'or par hectogramme, demande,

1°. *Combien il doit rendre d'argent fin ;*

2°. *Combien il doit rendre d'or fin.*

1°. Comme il s'agit d'épurer l'argent, il doit peser seul moins de 50 hect. dans le rapport de 1000 à 900, ainsi on aura (334).

1000 : 900 :: 50h : x = 45h d'argent fin avec l'or.

2°. Connoissant le fin des 50 hect. = 45 hect., il faut de ces 45 hect. 2 grammes par 1 hect. = 50 × 2 = 100 grammes = 1 hectogr. qu'il faut ôter de 45 hectogr.,

et on aura, 1°. 45 — 1 = 44 hect. d'argent pur,

et 2°. 100 gr. = 1 hect. d'or fin.

2e Exemple.

348. On a donné à un Affineur un lingot de *doré* de 72 marcs au titre de 11 den. de fin, contenant 44 gr. d'or par *marc* de fin, et *on demande quelle est la quantité d'or et d'argent que doit rendre l'Affineur ?*

1o. Pour ôter l'alliage et chercher l'argent pur (d'abord avec l'or), on aura

12 : 11d. :: 72m : x = 66marcs d'argent pur.

2o. Mais de 66 marcs = 304128 grains, il en faut ôter 444gr. d'or pur par m = 31968 ou 444 × 72

donc il restera en argent. . . 72160 gr. = 15m 5on 2gros 16gr

par conséquent led. ling. rendra, 1o. en or = 15m 5on 2gr. 0d. 16gr

2o. en argent = 50. 2. 5. 2. 8

3e Exemple.

349. Ayant donné à un Affineur un lingot de *doré*, pesant 24 marcs au titre de 20 deniers, contenant 72 grains d'or par marc de fin, *je demande combien il doit rendre d'or fin et d'argent au titre de 11 deniers?*

1o. Pour avoir le montant d'argent fin, on aura 12d : 10d :: 24 : x = 20m argent fin.

2o. De ces 20m il faut en déduire 72 grains d'or par marc, = 72 × 24 = 1728 = 3 onces, lesquelles

ôtées de 20 marcs
— 0. 3onc
donneront ——— = 19m 5onc d'argent pur et 3 onc. d'or.

3o. Mais ces 19 marcs 5 onces pur, il faut les baisser maintenant au titre de 11 deniers, donc on aura

11d : 12d :: 19m 5onc : x = 21m 3onc 2gr 13gr 1/11.

par conséquent il y a,

1o. 20m d'argent fin avec l'or;

2o. 19m 5 argent pur et 3 onces d'or;

3o. 21m 3onc 2gr 13gr 1/11 au titre de 11 deniers.

RAPPORT ENTRE LE TITRE ET LES PRIX DES MATIÈRES D'OR ET D'ARGENT.

350. Le prix de l'or et de l'argent étant fixé sur le poids de leurs parties de fin, l'alliage n'ajoutant rien, il suit que *plus le titre est grand ou haut, plus le prix est haut;* par conséquent, *le prix de l'or et de l'argent est proportionnel à leur titre*.

1er Exemple.

1er Exemple.

L'hectogramme d'or pur étant fixé au prix de 340 fr., *je demande ce que peut valoir un hectogramme d'or au titre de 900 millièmes?* (110).

Comme l'or pur au titre de $\frac{1000}{1000}$ *vaut plus que celui de* $\frac{900}{1000}$, *on aura*

$$1000 : 900 :: 340^{f} : x = 306^{f}$$

2e Exemple.

Connoissant que 1 Napoléon d'or double pur pese 11gr,613, *quelle est sa valeur en francs, supposé que 1 gramme d'or valle 3f. 44?*

$$1^{gr.} : 3,^{f.}44 :: 11,^{gr.}613 : x = 39,^{f.}95 \text{ ou } 40 \text{ francs.}$$

3e Exemple.

Connoissant que le kilog. d'or pur vaut 3444f. 444, et le poids d'un simple Napoléon d'or de 6gr.45 au titre de 900 millièmes, *quelle est sa valeur en francs?*

$$\left.\begin{array}{llll} 1^{grain} : & 3,^{f.}44 :: & 6^{gram.}\ 45 : & x \\ 1000^{e} : & 900^{e} & & \end{array}\right\} = 19^{f.}\ 96 \text{ ou } 20^{f.}$$

ou

1o. $1^{gr.} : 3,^{f.}44 :: 6^{gr.}45 : x = 22,^{f.}188.$

2o. $1000 : 22,^{f.}188 :: 900 : x = 19^{f.}96$ ou 20 francs; c'est-à-dire que si 6gr. 45 au titre de 1000e valent 22f. 188, ils ne vaudront au titre de 900e que 19.96 ou 20 francs.

4e Exemple.

Connoissant que le poids d'une pièce d'argent = 25 gr., qu'elle vaut 5 fr., et que 25 grammes au titre de 1000 millièmes = 5f. 5550, *quel est le poids pur de ladite pièce d'argent?*

$$5,^{f.}5550 ; 25^{gr.}\text{ pure} :: 5^{f.} ; x = 22^{gr.}50.$$

Pour trouver son titre il faudroit faire la proportion suivante,

$$5,^{f.}5550 : 1000 :: 5^{f.} ; x = 900 \text{ millièmes.}$$

ARTICLE IX.

Des mesures de différentes grandeurs et dénomination.

351. Comme j'ai déjà parlé de la comparaison des nouveaux poids et mesures avec les anciens (90), je me bornerai ici à les comparer par la règle de trois.

SECTION I^re.

Comparaison des mesures de longueur.

1°.

(92) Du *degré* et du *grade*.

352. 1°. *Combien 90 degrés font-ils de grades ?* Comme le rapport du *degré* au *grade* est de 400 : 360, et que 10° = 11,gr.1111, on aura

360 : 400 ou 9° : 10gr. :: 90° : x = 100grades.

ou 10° : 11,gr.1111 :: 90° : x = 100 grades.

Du *grade* et du *degré*.

353. 2°. *Combien 200 grades font-ils de degrés ?* Par la raison contraire, on aura

10 grades : 9deg. :: 200gr. : x = 180 degrés.

2°.

Du *Mètre* et de la *Toise*.

354. 1°. *Combien 100 mètres font-ils de toise ?* Comme le mètre réduit en lignes = 443.lig. 296
et la toise aussi réduite en lignes . . = 864,lig. 000
et que le nombre des toises que l'on cherche doit être moindre que 100 mètres, on aura la proportion

864000 : 443,296 :: 100m : x = 51,t.30,

ou comme 1m = 0t.513074, si l'on multiplie ce nombre par 100, on aura également 51t.30.

De la *Toise* et du *Mètre*.

355. 2°. *Combien* 100 *toises font-ils de mètres ?*
Comme il faut plus de mètres pour mesurer une longueur qu'il ne faudroit de toises, on aura

443,296 : 864000 :: 100t : x = 194,m90. (93).
ou 1,m9490 = 1t × 100. . . = 194,m90.

3°.

356. Des *lieues* et des *kilomètres* et *myriamètres*.

Comme 1 lieue = $\frac{1368200}{307844}$ de mèt. ou = 4,kil. 44. (94).

1°. Si on *demande combien* 100 *lieues font* de *kilomètres ?*
on aura 307844 : 1368200 :: 100l : x = 444 lieues,
ou simplement 1l : 4k44 :: 100l : x = 444.

2°. Si *l'on demandoit combien* 36 *lieues font de myriamètres ?*
on aura (125) 9l : 4myr :: 36 : x
ou 1 . 4 » :: 4 : x = 16 myriamètres.

357. Des *kilomètres*, *myriamètres* et *lieues*.

1°. Combien 100 kilomètres font-ils de lieues ? (125)
Rép. 1 kil. : 0l,225 :: 100 kil : x = 22l,50.
2°. Combien 10 myriamètres font-ils de lieues ?
Rép. 4 myr. : 9l :: 10m . x = 22,50.

4°.

358. Des *aunes* et des *mètres*.

1°. Combien 100 aunes de Paris font-ils de mètres ? (95).
Rép. 1aune : 1,m18845 :: 100au : x = 118m } *l'on peut négli-*
(125) ou 10l aunes : 120m :: 100a : x = 118. } *ger les décimales*

359. Des *mètres* et des *aunes*.

2°. *Combien* 100 *mètres* font-ils *d'aunes* de *Paris ?*
D'après le principe (96), on aura pour réponse
1m : 0,a84357 :: 100m : x = 84 aunes
ou 120m : 101a :: 100m : x = 84 aunes.

SECTION II.

360. COMPARAISON des SURFACES (98).

De la *toise carrée* avec le *mètre carré*.

Combien 100 toises carrées font-elles de mètres carrés ?

Rép. $1^{\text{TC}} : 3{,}^{\text{m}}80 :: 100^{\text{TC}} : x = 380^{\text{mètres c.}}$

ou (125) $10 : 38 :: 100 : x = 380^{\text{m. c.}}$

361. Du *mètre carré* avec la *toise carrée*.

Combien 100 mètres carrés font-ils de toises carrées ?

Rép. $1^{\text{mc}} : 0{,}^{\text{TC}}26325 :: 100^{\text{mc}} : x = 26$

ou $38^{\text{mc}} : 10_{\text{TC}} :: 100 : x = 26^{\text{TC}}.$

362. Des *perches* et des *ares*.

1°. Combien faut-il d'*ares* pour faire 100 perches, *eaux et forêts* ?

(101) *Rép.* $1_{\text{p}} : 0{,}^{\text{a}}51072 :: 100^{\text{p}} : x = 51$ ares.

2°. Combien faut-ils de perches, eaux et forêts, pour faire 100 ares ?

(125) *Rép.* $51^{\text{a}} : 100_{\text{p}} :: 100^{\text{a}} : x = 196^{\text{p}}.$

363. Des *arpents*, des *ares* et des *hectares*.

1°. Combien 10 arpents, eaux et forêts, font-ils d'hect. ? (103).

Rép. $1^{\text{arp}} : 0{,}^{\text{h}}510 :: 10^{\text{a}} : x = 5^{\text{h}}{,}10$

ou (525) $100^{\text{a}} : 51_{\text{h}} :: 10_{\text{a}} : x = 5{,}10.$

2°. Combien 10 acres font-ils d'hectares ?

Rép. $1^{\text{acre}} : 0^{\text{h}}{,}817 :: 10^{\text{acres}} : x = 8^{\text{h}}{,}17$

ou (125) $100^{\text{ac}} : 82_{\text{h}} :: 10^{\text{acres}} : x = 8^{\text{h}}$

Pour les hectares, en arpents ou en acres. Voyez (103).

SECTION III.

COMPARAISON DES SOLIDES.

364. Des *cordes* et des *stères*.

1°. Combien faut-il de cordes de 42 pouces pour faire 10 stères ?

(105). *Rép.* 1stère : 0,corde 260 :: 10stères : x = 2cordes, 60,
ou (125) 100st : 260 : 10st :: x = 2,c60.

2°. Combien faut-il de stères pour faire 10 cordes de 42 pouces?
Rép. 26c : 100st :: 10c : x = 38 stères.

SECTION IV.

COMPARAISON DES MESURES DE CAPACITÉ.

Du litre avec le litron et la pinte de Paris, (107).

365. 1°. Combien 10 litres ou 1 déc. font-ils de litrons?
Rép. 1litre : 1,litron23 :: 10litres : x = 12,litrons30
ou (125) 100 : 123 :: 10 : x = 12,litrons30.

2°. Combien 10 litres font-ils de pintes de Paris?
Rép. 1litre : 1,p07 :: 10litres : x = 10,p7 (108)
ou (125) 93l : 100p :: 10l : x = 10,p7.

Pour la comparaison du litron, de la pinte avec le litre, le décalitre, etc. Voyez (108).

SECTION V.

COMPARAISON DES POIDS.

Du kilogramme avec la livre, poids de marc.

366. 1°. Comb. 100 marcs font-ils de kilogrammes? (109).

$1^m : 244,^{gr}75 :: 100^m : x = 244,75^{grammes}$ ou $24^{kil.}475$

2°. Combien 100^{ℓ} font-ils de kilogrammes ?

$1^{\ell} : 489,^{gr}50 :: 100^{\ell} : x = 48950^{grammes}$ ou $48^{kil.}95$

ou (125) $143^{\ell} : 70^{kil} :: 100^{\ell} : x = 48^{kil},95$.

Pour le contraire. Voyez (109).

SECTION VI.

367. *COMPARAISON DES MONNAIES.*

Du franc avec la livre tournois. (124).

Combien 8100^{tt} font-ils de francs ?

$81^{tt} : 80^F :: 8100^{tt} : x = 8000^F$, le contraire sera $80^F : 81^{tt} :: 8000^F : x = 8100^{tt}$.

368. *Comparaison des monnaies des différents pays.*

Pour opérer, il suffit de réduire les 2 antécédents et les 2 conséquents à la même dénomination.

Exemple.

Ayant fait traite sur Londres de 120 lst., au change de 30 d. par écu, combien me produira-t-elle en france ?

Rép. $30^d \;.\; 3^f :: 120^{lst} \times 240^d : x = 2880$ f.

ou $1 \;.\; 1 :: 12 \times 240 = 2880^F$.

Mais comme ces sortes d'opérations se font beaucoup mieux par la règle de trois conjointe. Voyez la règle de trois conjointe, ci-après (369), et les changes étrangers (501), où l'on trouvera plusieurs exemples.

IIe DIVISION.

De la règle de TROIS *composée ou conjointe.*

369. On appelle règle de *trois composée* une règle com-

posée de plusieurs règles de trois, cela arrive quand le rapport de la quantité inconnue à celle à laquelle elle est comparée, n'est pas déterminé par le rapport simple de deux autres quantités seulement, mais par plusieurs rapports simples; de sorte que, pour en avoir le résultat, il faut faire autant de règles de *trois* qu'il y a de rapports simples donnés par l'énoncé de la question, ou bien il faut composer un seul rapport de tous les rapports simples donnés pour trouver la quantité que l'on cherche, qui doit être avec celle à laquelle elle est comparée, et que l'on connoît dans un rapport égal au rapport composé de tous les rapports simples donnés.

1°.

370. Exemple de la règle de trois composée *par parties.*

La question est *directe* ou *indirecte*; *elle est directe*, quand tous les rapports sont directs; *elle est indirecte*; quand tous les rapports ou quelques rapports de la question sont indirects.

1°. *Exemple de la question directe.*

371. *Si 25 hommes ont fait 125 mètres d'ouvrage en 12 jours, combien en feront 50 hommes, en 24 jours, en travaillant le même nombre d'heures?*

Commes 25 hommes feront moins d'ouvrages que 50 hommes, on aura, 1°. 25h : 125m :: 50h : x = 250m;

2°. Comme on fera encore plus d'ouvrage en 24 jours qu'en 12 jours, on aura

12j : 24j :: 250m : x = 500m.

2e *Exemple.*

372. *Si 6 hommes ont fait un mur de 70 toises de long sur 10 de large et 5 de profondeur en 30 jours, combien faudra-*

t-il de jours à ces 6 hommes pour en faire un de 140 toises de long sur 20 de large et 10 de profondeur ?

D'abord l'on peut disposer les termes comme il suit :

6h 70toises 10large et 5prof. : 30 jours
:: 6h 140t 20 10 ÷ x

Comme il faut plus de jours pour faire 140 toises que 70 toises, on aura, 1°. 70 : 140 :: 30 : x = 60 jours.

Comme il faut plus de jours pour 20 toises que pour 10, on aura, 2°. 10 : 20 :: 30 : x = 60 jours.

3°. Pareillement il faut plus de jours pour 10 toises que pour 5, ainsi on aura

5 : 10 :: 30 : x = 60 jours.

Comme toute la question est directe, l'on a eu pour réponse 60 jours à chaque proportion.

2°. *Exemple de la question, partie directe, partie inverse.*

373. *Un homme marchant 8 heures par jour, a mis 15 jours à faire 270 lieues ; mais s'il marchoit 12 heures par jours, l'on demande combien il emploieroit de jours pour faire 360 lieues ?*

Disposition des termes.

8h 15 jours 270l
12h x 360 } comme il faut plus de jours pour faire 360l, que pour 270l on aura,

1°. 270 : 360 :: 15 : x = 20 jours,

et comme il faudra moins de jours en employant 12 heures par jours, on aura d'une manière inverse,

2°. 12h : 8h :: 20j : x = 13j 1/3.

2e *Exemple.*

374. *Si un Fabricant a employé 36 hommes pour faire 240 aunes de 3/8 de large pendant 24 jours, travaillant 12 heures par jour, on demande combien 80 hommes en feront, de 3/4 de large, en 75 jours 3/5, travaillant 16 heures par jour ?*

Disposition des termes.

36hom	240au 3/8	24jours	12 heures par jour	
8chom	x 3/4	75 d°.	16 d°.	d°.

D'après les principes ci-dessus, on aura,

1°. 36hom : 80hom :: 240aunes : x = 533 1/3

2°. 12h : 16h :: 533au1/3 : x = 711 1/9

3° 24j : 75j 3/5 :: 711 1/9 : x = 2240

4°. 3/4 : 3/8 :: 2240 : x = 1120 aunes.

L'on voit dans cet exemple que 3/4 : 3/8, est en raison inverse des autres rapports, parce que le même nombre d'hommes doit faire moins d'aunes de 3/4 de large, que de 3/8 de large dans le même temps donné.

3e Exemple.

375. *Quel est l'intérêt d'une somme de 9600 fr. prêtée à 3/4 pr. 0/0 par mois, pour 3 mois 10 jours ?*

Pour faire cette règle, il faut chercher,

1°. L'intérêt de 9600 francs pour 1 an, et on aura

si 100F : {3/4 par mois ou 9 par an :: 9600F : x = 864F pour un an;

2°. Pour trouver l'intérêt pour 3 mois 10 jours, on aura

si 360 jours : 864F :: 3 mois 10 jours = 100 jours : x = 240 fr.

4e Exemple.

376. *Un Postillon courant 10 heures par jour, fait une route de 360 kilom. en 12 jours, on demande combien il doit courir d'heures par jour pour faire 720 kilomètres en 20 jours ?*

1°. Comme il faut plus d'heures pour faire 720 kilomètres, on aura 360kil : 720kil :: 10h : x = 20h ;

2°. Mais comme 20 jours emploieront moins d'heures que 12 jours, on aura

20 jours : 20 heures :: 12 jours : x = 12 heures; ledit Courrier doit courir 12 heures par jour.

5e Exemple.

377. On voudroit savoir ce que valent 2400 fr. en livres sterling, par la voie d'Amsterdam, d'après les rapports ou changes suivants ;

1°. *Que le change entre Paris et Amsterdam est de* 54 *den. de gros pour* 3 *francs ;*

2°. 12 *den. de gros d'Hollande* = 1 *s. de gros, monnaie d'Hollande ;*

3°. *Que* 36 *s. de gros* = 1 *livre sterling d'Angleterre*, comme le rapport de la valeur des francs à celle des livres sterlings n'est pas connu, et puisqu'on ne connoît que le rapport de la valeur des francs aux deniers de gros, de celle des deniers de gros aux sols de gros, et enfin de celle des sols de gros aux livres sterlings.

Il est évident qu'on ne peut pas réduire les francs en livres sterlings par une seule règle de *trois* simple ; mais on peut, par une première règle de trois, réduire les francs en deniers de gros par une deuxieme règle, réduire les deniers de gros en sols de gros ; et, par une troisième règle, les sols de gros en livres sterling, ainsi on aura

1°.	3F	:	54d	::	2400F	:	x =	43200d de gros;
2°.	12d	:	1s de gr	::	43200d	:	x =	3600s de gros;
3°.	36s de gr	:	1lst	::	3600s	:	x =	1lst 100 sterling.

6e Exemple.

378. On voudroit savoir combien 2100 fr. produiroient en piastre de *Madrid*, par la voie de Hollande et de Londres, en supposant que le change soit

entre { *Paris et Amsterdam, de* 54 *d.* = 3 *fr.*
Amsterd. et Londres, de 36 *s.* = 1 *lst.* = 240 *d.*
Londres et Madrid, de 42 *d. ster.* = 1 *piastre.*

En suivant le principe ci-dessus (377), on aura

1°.	3F	:	54d	::	2100F	.	x =	37800 den.
2°.	12d	:	1s	::	37800d	:	x =	3150 sols.
3°.	36s	:	1lst	::	3150s	:	x =	lst87. 1/2.
4°	1lst	:	240d	::	87lst1/2	:	x =	21000d sterl.
5°.	42d	:	1P	::	21000d	:	x =	500 piastres.

Donc par le moyen des changes intermédiaires, un Négociant qui feroit une remise de 500p à Madrid, paieroit une somme de 2100 francs.

2°.

379. *Exemple de la règle de trois, composant un seul rapport de tous les rapports simples donnés* pour trouver la quantité que l'on cherche, qui doit être avec celle à laquelle elle est comparée dans un rapport égal au rapport composé de tous les rapports simples donnés.

Dans le premier exemple (371), *on peut réunir les deux proportions ainsi*,

$$25^h : 50^h :: 125^m : 250^m$$
$$12^j : 24^j :: 250^m : 500^m ,$$

car on a vu (229) qu'en multipliant 2 proportions l'une par l'autre, terme par terme, on peut en former une seule formée de deux rapports égaux, composés chacun de deux rapports, donc on aura cette proportion composée,

$$25 \times 12 : 50 \times 24 :: 125 \times 250 : 500 \times 250$$

et comme on ne change pas une proportion, soit que l'on divise les moyens et les extrêmes par une même quantité, soit que l'on réduise les 2 termes de chaque rapport aux plus simples termes (214),

on aura, 1°. $25 \times 12 : 50 \times 24 :: 125 : 500$, et en simplifiant,
on aura, 2°. $1 \times 1 : 2 \times 2 :: 125 : 500$.

380. *Dans le deuxième exemple* (372), *on réunira, d'après le même principe, les proportions ainsi*:

$$70^t : 140^t :: 30^j : 60$$
$$30 : 20 :: 30^j : 60$$
$$5 : 10 :: 30 : 60$$

En supprimant et réduisant comme ci-dessus (379),

on aura $1 : 2 :: 30 : 60$ jours.

381. *Dans le premier exemple* (373) *de la question directe et inverse*, on réunit ainsi les proportions.

$$\left.\begin{array}{l} 270^l : 360^l :: 15^j : 20^j \\ \text{et } 12^h : 8^h :: 20^j : 13^j\ 1/3 \end{array}\right\} = 9 : 8 :: 15 : 13^j\ 1/3$$

382. *Dans le deuxième exemple* (374) où les termes sont disposés ainsi,

36^{ho} 240^{aunes} 3/8, 24^{j} 12^{heures} par jour

80^{ho} x » 3/4, 75^{j} 3/5 16^{h} d°.

Comme il y a 3 conséquents ou 3 extrêmes qui sont égaux aux antécédents ou moyens des 3 dernieres proportions, et qu'on peut les supprimer sans changer les rapports, puisque plusieurs antécédents composés sont à plusieurs conséquents composés, comme 1 antécédent est à son conséquent (225),

on aura simplement

$$\left.\begin{array}{l} 36 : 80 \\ 12 : 16 \\ 24 : 75\ 3/5 \\ 3/4 : 3/8 \end{array}\right\} :: 240^{aunes} : x = 1120 \text{ aunes},$$

et en réduisant, on a 1 : 14 :: 80 : x = 1120 aunes.

383. *Dans le troisième exemple* (375), *l'on doit avoir*

$$100 : 9 :: 9600 : x = 864$$
$$360j : 100j :: 864 : x' = 240 \text{ fr.}$$

et en réduisant et supprimant, on aura seulement

$$4000 : 9600 :: 100 : x = 240 \text{ fr.}$$

L'on voit que cette réduction et cette suppression ne change rien, puisqu'on obtient également le terme inconnu, pareillement que 4000 est le diviseur commun.

384. *Dans le quatrième exemple* (376), *on doit avoir*

$$\left.\begin{array}{l} 360^{k} : 720^{k} :: 10^{h} : x \\ 20j : 12j :: x : y \end{array}\right\} = 1 : 12 :: 1 : x = 12 \text{ heures}.$$

l'on voit que j'ai supprimé un moyen et un extrême représenté par x.

385. *Dans le cinquième exemple* (377), on peut avoir la valeur de 2400 fr. en livres sterling de deux manières, 1°. en suivant la règle des fractions de fractions; 2°. en faisant des suppressions et des réductions.

1°. L'on peut se servir de la règle des fractions de fractions (81) et (82), car puisque

$1^{F} = \frac{14}{3}^{d}$ de gros, que

$1^{d\ de\ gr} = \frac{1}{12}^{s}$ de sols de gros, et que

$1^{s\ de\ gr} = \frac{1}{36}$ de livre sterling, il est évident que

les livres sterlings que l'on cherche, sont les $\frac{54}{3}$ de $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{36}$ de $\frac{2400^F}{1} = \frac{54}{3} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{30} \times \frac{2400}{1}$
$= \text{lſt } 100$

En effet, d'après les données ci-dessus (377), on avoit

$$\begin{array}{lllllll} 3^F & : & 54^d & :: & 1^F & : & x = \frac{54}{3} \\ 12^d & : & 1^s & :: & 1^d & : & x = \frac{1}{12}{}^s \\ 36^s & : & 1\text{lſt} & :: & 1^s & : & x = \frac{1}{36} \end{array}$$

2°. En supprimant et réduisant les termes communs, on a

$$\left.\begin{array}{lll} 3 & : & 54 \\ 12 & : & 1 \\ 36 & : & 1 \end{array}\right\} 2400 \; : \; x = \text{lſt } 100$$

$$\text{ou } 24 \; : \; 1 \; :: \; 2400 \; : \; x \; = \; \text{lſt } 100$$

386. *Dans le sixième exemple* (378), on peut réunir les 5 proportions suivantes en une seule proportion, et dans chacune de ces proportions, l'un des 5 rapports simples donnès est le premier rapport.

$$\begin{array}{lllllll} 3^F & : & 54^d & :: & 2100^F & : & 37800^d \\ 12^d & : & 1^s & :: & 37800^d & : & 3150^s \\ 36^s & : & 1^{\text{lſt}} & :: & 3150^d & : & \text{lſt } 87\ 1/2 \\ 1^{\text{lſt}} & : & 240^d & :: & \text{lſt } 87\ 1/2 & : & 21000_d \\ 42^d & : & 1^P & :: & 21000 & : & 500 \textit{ piastres.} \end{array}$$

Comme on peut supprimer tous les moyens et les extrêmes semblables (382), on peut considérer le nombre qui est comparé à celui que l'on cherche, (savoir 500P), comme étant avec ce dernier dans un rapport égal au rapport composé de tous les rapports simples donnés; ainsi tous les premiers antécédents seront considérés comme le premier terme de la proportion, tous les premiers conséquents seront le deuxième terme, et la quantité connue (2100F) le troisième; et celle que l'on cherche (500P) *le quatrième, ainsi on aura*

$$\left.\begin{array}{lll} 3 & : & 54 \\ 12 & : & 1 \\ 36 & : & 1 \\ 1 & : & 240 \\ 42 & : & 10 \end{array}\right\} :: \; 2100 \; : \; x.$$

et réduisant et multipliant les antécédents et les conséquents, on aura cette seule proportion $42 \; : \; 10 \; :: \; 2100 \; : \; x = 500$ *piastres.*

Comme cette regle est très-utile pour les opérations de commerce, et qu'il y a une méthode particulière pour la poser, c'est ce que je vais faire connoître,

MÉTHODE

Pour poser la règle de Trois conjointe.

387. Pour poser tous les termes de cette règle, il faut,

1°. Que le premier antécédent soit de même espece et dénomination que le troisième terme comparé au dernier que l'on cherche.

2°. Que chaque conséquent soit la valeur connue de son antécédent.

3°. Que le premier antécédent de chaque équation ou rapport que l'on descend sous chaque antécédent du rapport précédent, soit de même espèce et même dénomination que le deuxième terme ou le conséquent de l'équation qui précede.

4°. Que le dernier deuxième terme ou conséquent soit de même espèce et dénomination que celui que l'on cherche.

5°. Quand tous les termes sont posés, il faut multiplier tous les antécédents pour avoir le premier terme de la proportion composée; ensuite multiplier tous les conséquents pour avoir le second terme, la quantité connue comparée à celle que l'on cherche sera le troisième terme l'inconnue représentée par x sera le quatrième terme

1er Exemple pour un change direct.

Ayant cédé ma traite sur Amsterdam de 1000 florins, je demande combien je recevrai en livres tournois?

Le change étant entre Paris et Amsterdam de
55 deniers de gros pour 3 francs,
1 Florin valant 40 den. de gros, et
80 francs égalant 81^{tt} tournois, on aura

Opération.

$$\left.\begin{array}{llll} 1^{flor} : 40^{d} :: 1000^{fl} : x \\ 55^{d} : 3\,fr. \\ 80^{f} : 81^{tt} \end{array}\right\} = \begin{array}{c} 55 \times 80 : 40 \times 3 \times 81 :: 1000 : x \\ \text{ou simplement} \\ 11 : 3 \times 81 :: 100 : x \end{array}$$

$$= L.\ 2209^{tt}\ 1\ s.\ 9\ d.\ 9/11$$

L'on voit,

1°. Que le premier antécédent, 1 flor., est de même dénomination que le troisième 1000 flor. comparé à celui que l'on cherche.

2°. Que chaque conséquent $\left.\begin{matrix}40^d \\ 3^F \\ 81^{tt}\end{matrix}\right\}$ est la valeur connue, de son antécédent $\left.\begin{matrix}1\ fl \\ 55d \\ 80F\end{matrix}\right\}$

3°. Que le premier antécédent que l'on descend $\left\{\begin{matrix}55\ d. \\ 80\ F.\end{matrix}\right.$ sont de même dénomination que le deuxième terme de l'équation qui précede $\left\{\begin{matrix}40^d \\ 3^F\end{matrix}\right.$

4°. Que le dernier deuxième terme 81^{tt} est de même espèce et dénomination que £ 2209^{tt} 1. 9 d. 9/11 que je cherchois.

5°. Enfin, que j'ai réduit et multiplié tous les antécédents, = 11 pour premier terme, de même tous les conséquents = 3×81^t pr. deuxième terme, et 100 pour le 3^e comparé au 4^e, = 2209^{tt} 1. 9 d. 9/11 représenté par x.

2^e *Exemple pour un change indirect.*

388. Mon Correspondant de Londres ayant tiré sur moi, par la voie d'Amsterdam, 2400 francs, il s'agit de connoître le montant de sa traite en livres sterlings. Le change étant

entre $\left\{\begin{matrix}\textit{Paris et Amsterdam, de } 3^F = 54^d \textit{ de gros.} \\ \textit{Amsterd. et Londres, de } 36^s = 1 \textit{ lst.}\end{matrix}\right.$

et 1 s. de gros, valant 12 den. de gros.

Pour l'opération, voyez (385 et 377).

3^e *Exemple pour un change continue.*

389. Voulant remettre à Madrid 2100 fr. par la voie d'Amsterdam et de Londres aux changes ci-dessous, quel sera le montant de cette remise en piastres?

entre { *Paris et Amsterdam* $3^{f} = 54^{d}$ *de gr.* 12^{d} *d°.* $= 1^{s}$ *de gr.*
Amsterd. et Londres $36^{s} = 1^{lt} = 240^{d}$ *sterl.*
Londres et Madrid $42^{d} = 1$ *Piastre.* }

Pour l'opération, voyez (378 et 386).

4° *Exemple pour savoir à combien revient en argent de France, une marchandise achetée au poids d'Amsterdam.*

590. Un Négociant ayant acheté à Amsterdam 1^{ℓ} de poivre, aux conditions ci-dessous, desireroit savoir à combien cette livre, poids d'Hollande, lui revient le kilogramme,

99^{ℓ} 1/6 d'Amst	=	100^{ℓ} de Paris	1^{ℓ} poivre coût. 24 d. de gr.
1^{ℓ} de Paris	=	9216 grains.	et le change étant
18827 grains	=	1 kilogr.	de 54 den. de gros pr. 3f.

Opération.

1 *kilogr.*	:	18827 *gr. pesant de poivre*		
9216 *grains*	:	1 ℒ *poids de marc*		
100 ℒ *p. de m.*	:	99 ℒ 1/6 *d'Amsterdam*	:: 1 *kilogr.* :	*x*
1 ℒ *d'Am.*	:	24 *den. de gros*		
54 *d. de gr.*	:	3 *fr.*		
298598400	:	806548680	:: 1 kil :	x

$$= 2^{f}70 + \frac{33300000}{298598400}$$

5. Exemple

391. *Pour déterminer le poids de l'or et de l'argent fin contenu dans la monnaie.*

De la monnaie d'argent ancienne.

392. 1°. L'écu de 6ᵵ étant à la taille de 8 3/10 au marc avec un remède de poids (115) de 36 grains, le marc = 4608 grains est réduit à 4572 grains.

Cet écu étant au titre de 11 den. avec un remède de

Loi

Loi (114) de 3 grains de fin, son titre se réduit à 10 d. 21 grains ou 10 d. 7/8,

On demande comb. 1 écu de 3 ₶ contient de grains d'argent fin?

$$\left.\begin{array}{lll} 6₶ & = & 1 \text{ écu} \\ 8\ 3/10 & = & 4572 \text{ gr.} \\ 12 \text{ gr.} & = & 10.7/8^{\text{gr pur}} \end{array}\right\} :: 3₶ : x = 249\tfrac{399}{664} \text{ gr d'arg. pur}$$

La preuve se fait en raison inverse, comme il suit:

$$\left.\begin{array}{lcl} 10.7/8 \text{ gr} & : & 12 \text{ gr.} \\ 4572 \text{ gr} & : & 8\ 3/10 \text{ écus} \\ 1 \text{ écu} & : & 6₶ \end{array}\right\} :: 249\tfrac{399}{664} : x = 3₶$$

De la monnaie d'or ancienne.

393. 2°. Le louis d'or étant à la taille de 32 au marc de 4608 gr. avec un remède de poids de 15 gr. de fin, se réduit a 4593 grains de fin, (112).

Le titre étant à 22 karats avec un remède de Loi de 12/32, réduit le titre à 21 karats 20/32 ou 5/8,

On demande combien 3₶ d'or contientront d'or pur?

$$\left.\begin{array}{lcl} 24₶ & : & 1^{\text{louis}} \\ 32^{l} & : & 4593 \\ 24 & : & 21\ 5/8 \end{array}\right\} :: 3₶ : x = 16\tfrac{2719}{16384} \text{ gr. d'or pur.}$$

On peut donc conclure que 1₶ contient en argent pur $249^{\text{gr.}}\ \frac{399}{664} \div 3 = 83 \text{ gr.} \frac{133}{664}$ et en or pur $16 \text{ gr.} \frac{2719}{16384} \div 3 = 5 \text{ gr.} \frac{19103}{49152}$ (392)

ou

(116) 1₶ en argent = en argent pur $83^{\text{gr}},207^{\text{milliemes}}$

1₶ mon. d'or = en or pur $5^{\text{gr}},389^{\text{milliemes}}$

par conséquent,

100₶ monnaie d'argent = $8320^{\text{gr}},7$

100 » d'or = 538, 9

Car au lieu de dire (393) :: 3₶ comme ci-dessus, *on peut poser la règle ainsi,*

$$\left.\begin{array}{lcl} 24₶ & : & 1^{L} \\ 32^{l} & : & 4593^{\text{gr}} \\ 24 & : & 21\ 5/8 \end{array}\right\} :: 100₶ : x = 538^{\text{gr}}\,9 \text{ d'or pur.}$$

De la nouvelle monnaie d'argent.

394. 3°. La pièce de 5 francs étant du poids de 25 grammes, au titre de 9/10, et 1 gramme pesant 18 grains 827 millièmes, combien 1 franc contient-il de grains, argent pur ?

Rép. $5^{f} : 25^{\text{grammes}}$
$1^{gr} : 18^{gr}\ 827$ $\Big\}$ $:: 1^{f} : x = 84^{\text{grains}}\ 721$
$10^{gr} : 9^{\text{gr arg. pur}}$

La différence qui existe entre le n°. (119 et celui-ci 394) vient de ce que la parité que l'on a établie, en disant que 5 francs pèsent 6 gros 1/2 n'est pas exacte ; mais comme cette différence n'est pas sensible, on peut se servir des deux principes.

Par conséquent 10 fr. pèseront, argent pur, $847^{gr}\ 21$

De la nouvelle monnaie d'or.

395. 4°. Ayant un *Napoléon* double à la taille de 77 1/2 au kilogramme et le titre à 9/10 de fin, je demande combien 1 franc contient d'or pur ?

40 *francs* : 1 *Napol. double*
77 1/2 *Nap* : 1000 *grammes*
1 *gr.* . . : $18^{gr}\ 827$ $\Big\}$ $:: 1$ *fr* : $x = 5,466$ *gr. d'or pur*
10^{gr} . . : 9 *gr.*

par conséquent, 10 *fr.* = $54.^{gr}\ 466$
100 » = 546, 6
1000 » = 5466,

6e Exemple.

Pour déterminer les poids de différents pays.

396. L'on voudroit savoir combien 100 ℔, poids de Russie, valent de kilogrammes, supposant que 1^{l} de Rus-

sie vaut 8512 as du poids marc d'Amsterdam, que 10 as poids d'Amsterdam valent 9 grains du poids français, et que 18 grains 827 millièmes égalent 1 gramme.

Opération.

$$\left.\begin{array}{lcl} 1l \text{ de Russie} & : & 8512 \text{ as} \\ 10 \text{ as} & : & 9 \text{ grains} \\ 18^{gr} 827 & : & 1 \text{ gramme} \\ 1000 \text{ grammes} & : & 1 \text{ kilogr.} \end{array}\right\} :: 100^{l \text{ de Russie}} : x = 40,^{kil}691$$

C'est ainsi que l'on peut comparer les poids et les mesures d'un pays avec ceux d'un autre, moyennant les rapports intermédiaires connus.

Par exemple, si l'on demande combien 1212 yards ou aunes de Londres valent de mètres à Paris, supposant que 12 aunes de Londres = 8 aunes de Paris, et que 101 aunes de Paris = 120 mètres,

$$\text{on aura} \left.\begin{array}{ccc} \overset{L}{12^{\text{aunes}}} & : & \overset{P}{8^{\text{a}}} :: \overset{L}{1212} : x \\ 101^{\text{aunes}} & : & 120^{\text{m}} \end{array}\right\} = 960 \text{ mètres.}$$

Pareillement, si l'on demande combien 275 aunes d'Amsterdam valent d'aunes de France, en supposant

que 95^{a} d'Amst. = 100^{a} d'Angleterre,

et que 109 1/2 d'Angl. = 100 de France,

$$\text{on aura} \left.\begin{array}{lcl} 95^{a} & : & 100^{a} \text{ d'Angleterre} \\ 109^{a} 1/2 & : & 100 \text{ de France} \end{array}\right\} :: 275^{a} \text{ d'Amsterdam} : x$$

$$= 264^{\text{aunes}},36 \text{ de France.}$$

de même, si l'on demande combien 286 ℔, poids de marc d'Amsterdam, valent de kilogrammes, supposant que 100 ℔ d'Amsterdam = 96 ℔, poids de marc de France,

$$\text{on aura} \quad 100 ℔ \text{ d'Amst.} : 96 ℔ :: 286 ℔ \text{ d'Amst.} : x$$

$$143 ℔ : 70 \text{ kilogrammes} \quad (125)$$

$$= 134 \text{ kilogr. } 40.$$

7e *Exemple.*

De l'intérêt complexe et composé, ou des intérêts des intérêts.

1°.

De l'intérêt complexe.

397. 1°. On entend par l'intérêt complexe celui que l'on cherche, *non sur une somme à tant pour* 0/0 *par mois ou par an comme avec l'intérêt simple* (306), mais sur une somme ou plusieurs sommes à *tant* pour 0/0 par an ou par mois pour un an ou plusieurs années, plusieurs mois et plusieurs jours.

1er *Exemple pour une seule somme.*

398. *Quel est l'intérêt de fr.* 9600 *prêtés à* 3/4 *pour* 0/0 *par mois, pour* 3 *mois* 10 *jours ?* (375).

Pour faire cette règle, on peut établir les deux proportions suivantes.

$$\left.\begin{array}{l} 100 : \frac{3}{4} :: 9600 : x \\ 30^j : x :: 100^j : y \end{array}\right\} = 240\ fr.$$

ou cherchant comb. 3/4 pr. 0/0 par mois font par an, en disant si $1^m : 3/4 :: 12^{mt} = 9$, on aura les deux proportions suivantes.

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 9 :: 9600 : x \\ 360^j : x :: 100^j : y \end{array}\right\} = 240\ fr.$$

Cette derniere méthode pouvant servir dans tous les cas, c'est celle que je préfere.

2e *Exemple.*

Quel est l'intérêt de 9600 fr. au den. 20 ou à 5 pr. 0/0, pour 3 ans, 3 mois 10 jours ?

Opération.

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 5 :: 9600 : x \\ 360^j : x :: 1180^j = 3^{ans}, 3^m\ 10^j \end{array}\right\} = fr.\ 1573.\ 1/3$$

On peut avoir le montant en prenant l'intérêt d'un an, comme 100 : 5 :: 9600 : x = 480, et multiplier ce nombre par 3 ans 3 mois et 10 jours comme il suit,

	480		
	$\times$ 3^{ans} 3^m 10^j		
	1440		
pr. 2 mois	80	*prenez le* 1/6 de 480	
1 d^o.	40	»	*la* 1/2 *de* 80
10j . .	13. 1/3	»	*le* 1/3 *de* 40
	fr. 1573. 1/3		

ou plus simplement en se servant du diviseur commun.

Manière de trouver le diviseur commun.

Pour trouver le diviseur commun il faut réduire les premiers antécédents et les premiers conséquents à la plus simple expression; *dans l'exemple ci-dessous on le trouvera, en réduisant les 2 premiers termes des proportions à la plus simple expression, ainsi les proportions*

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 5 :: 9600 : x \\ 360 : x :: 1180 : y \end{array}\right\} \text{sont réduites à}$$

$$7200 : 1 :: 9600 \times 1180 : x = fr.\ 1573\ 1/3$$

et le premier terme 7200 est le diviseur commun.

De-là il suit que pour avoir l'intérêt d'un nombre quelconque a tant pour o/o, c'est-à-dire, depuis 1 par mois jusqu'à 1/8 il suffit de multiplier le nombre des jours par la somme donnée, et diviser ce produit par le diviseur commun que l'on peut trouver, en réduisant comme ci-dessus ou dans la Table suivante.

TABLE

399. Des DIVISEURS COMMUNS, depuis 1 pr. o/o par mois jusqu'à 1/8, ou depuis 1 1/2 par année, de 360 jours, jusqu'à 12.

Par mois,			Par an.			Div. commun.	
Pr.	1/8	. . .	f. 1	50	ou 1 1/2	24000	pour
»	2/8	ou 1/4	3	»	. . . . .	12000	365 j.
»	3/8	. . .	4	50	» 4 1/2	8000	
»	4/8	» 1/2	6	»	. . . . .	6000	
»	5/8	. . .	7	50	» 7 1/2	4800	(383)
»	6/8	» 3/4	9	»	. . . . .	4000	(398)
»	8/8	» 1	12	»	. . . . .	3000	
»	1/3	. . .	4	»	. . . . .	9000	9125
»	2/3	. . .	8	»	. . . . .	4500	4562,5
»	1/6	. . .	2	»	. . . . .	18000	18250.
»	5/6	. . .	10	»	. . . . .	3600	3650
»	5/12	» ou	5	»	. . . . .	7200	7300

3e *Exemple.*

400. *Quel est l'intérêt des sommes suivantes.*

1°.	f. 240	pour	120 jours,	à 4	pour	o/o par an,	Rép.	f.	3,20
2°.	563	»	126	» 6	»	»	»	»	11,82
3°.	560.	»	60	» 5	»	»	»	»	4,66
4°.	364	»	154	» 3	»	»	»	»	4,67
5°.	463	»	90	» 7 1/2		»	»	»	8,68
6°.	610	»	70	» 8	»	»	»	»	9,48
7°.	200	»	100	» 9	»	»	»	»	5,00
8°.	500	»	110	» 10	»	»	»	»	15,27
9°.	590	»	140	» 12		»	»	»	23,33

4e Exemple.

De plusieurs sommes ensemble.

401. Quel est l'intérêt de toutes les sommes ci-après, à 3/4 pr. o/o par mois, ou 9 pr. o/o par an ?

f. 200	pr.	3	*usan.*	et 20 jrs	=	110 jrs	×	Som.			22000
250	»	3	*d°.*	10	»	100	»	»	=		25000
350	»	3	*d°.*	»	»	90	»	»	=		31500
400	»	2	*d°.*	20	»	80	»	»	=		32000
550	»	2	*d°.*	10	»	70	»	»	=		38500
650	»	2	*d°.*	»	»	60	»	»	=		39000
700	»	1	*d°.*	20	»	50	»	»	=		35000

3100 — 223/000 | 4/000

55. 75 *intérêt* — 2300 | 55. 75

£ 5155. 75 *total* — 300

28

Si lesdites sommes étoient autant de billets, et qu'on voulut les escompter, l'intérêt seroit également 55f,75, *car de* 3100; *montant des billets, il faudroit déduire*

55.75

£ 3044.25 *à payer en argent.*

5e Exemple.

402. Je suppose qu'on me présente les billets ci-dessus, pour être escomptés le 1er *Janvier* 1811, à 3/4 pr. o/o par mois; savoir,

£ 200	du	1er	9bre	à 3	usces	échu	1	Fév.	30 j.		6000
250	»	10	*d°.*	3	»	»	10	»	40		10000
350	»	20	*d°.*	3	»	»	20	»	50		17500
400	»	1	xbre	2	»	»	1	»	30		12000
550	»	10	*d°.*	2	»	»	10	»	40		22000
650	»	20	*d°.*	2	»	»	20	»	50		32500
700	»	1	Jer 1810	1	»	»	1	»	30		21000

3100 — 121/000 | 4/0.00

30. 25 *escompte* — 1000 | 30.25

£. 3069. 75 *argent à payer* — 200

L'on voit, par les exemples ci-dessus, qu'il n'a èté question que de multiplier les sommes données par le jour, à courir du jour où les billets sont présentés, qu'on a divisées par 4000 diviseur commun.

Il y a 5 lettres à observer dans l'intérêt pour abréger les opèrations ; savoir,

C ou P, pour marquer le principal ou capital,
T » » le temps,
R » » la raison ou taux de l'intérêt,
I » » l'intérêt,
M » » le montant,

et quand ces lettres sont ensemble, sans aucune séparation, cela signifie qu'elles sont multipliés les unes par les autres.

403. *Le montant, le temps et la raison de l'intérêt étant donnés, comment trouver le principal, ou M. T. et R. étant donnés, comment trouver P ?*

Principe. Le montant donné est au principal cherché, comme le montant de 100 francs au *taux* et au *temps* donné est à 100 francs, et *vice versâ.*

6e Exemple.

Quel principal, étant mis en intérêt, montera à f. 402. 50 *en* 5 *ans, à* 3 *pr.* 0/0 ?

$100 + 3 \times 5 = 115$; $100 :: 402.50 : x = 350$

Quel P. en I pour 9 *ans M à* 734.f40. à 4 pr. 0/0. Rép. 540
d°. » » » 7 » » » 334. 80. 5 » » 248

404. *Si P. R. et M sont donnés, comment trouver T ?*

Principe. L'intérêt du principal pour 1 an est à 1 an, comme l'intérêt total est au temps cherché.

7e Exemple.

Quand 350 *fr. monteront-ils à f.* 402. 50 *à* 3 *pr.* 0/0 *par an ?*

1°. $\frac{350 \times 3}{100} = 10.50$ *intérêt pour* 1 *an*

2°. $402.50 - 350. = 52.50$ *pour l'intérêt total ;*

3°. 10. 50 : 1^{an} :: 52. 50 : x = $5^{ans.}$ *Réponse.*

Quand 540 *monteront-ils à* 734.40, à 4 pr. o/o ? *Rép.* 5 *ans.*
» 248 » 334.80 » 5 » » 7 *d°.*

405. *Si P. M. et T sont donnés, comment trouver* R ?

Principe. Le principal est a l'intérêt pr. o/o pour tout le temps, comme 100 est à l'intérêt pour le même temps ; ensuite divisez cet intérêt de 100 par le temps, et le quotient sera la raison ou le taux pour o/o.

8e Exemple.

A quel raison pr. o/o 350 *fr. monteront-ils à* 402. 50 *en* 5 *ans ?*

1°. 402. 50 — 350 = 52. 50 *pour l'intérêt total ;*
2°. 350 : 52. 50 :: 100 : x = 15 ;
3°. 15 ÷ 5 = 3 ans.

A quel taux 248 *fr. monteront-ils à* 334. 80 *en* 7^{ans} ? *Rép.* 5 *p.* o/o
» *d°.* 540 » » 734. 40 9 » ? » 4 »

Trouver le capital d'une rente, l'intérêt ou le denier ou la rente.

406. Pour trouver le *capital* d'une rente, il faut multiplier la rente ou l'intérêt par le denier ; pour trouver le denier, il suffit de diviser le capital par la rente, et on trouve l'intérêt en divisant le capital par le denier.

1er Exemple.

1°, Pour connoître *le capital* d'une rente, sachant qu'une rente de 400 est constituée au denier 20, etc. Une autre *d°.* » *d°.* 25
quel en est le capital ?

$$\text{Rép. } 400 \times \left\{ \begin{array}{l} 20 = 8000 \\ 25 = 10000 \end{array} \right\} \text{capital.}$$

2e *Exemple.*

Un Débiteur ayant payé à son Créancier 500 francs à 6 pr. o/o pour 10 ans, demande *quel étoit le capital ?*

1°. L'intérêt de 100 pour 1 an étant 6 pour 10 ans, il sera 60, qui étant réuni avec 100 = 160, exprimera l'intérêt et le capital pr. o/o pour 10 ans, par ce moyen l'on aura la proportion

$$160 : 100 :: 500 : x = 312^F\ 50.\ \text{capital.}$$

En effet, l'intérêt de 312. 50 à 6 pr. o/o =	18F. 75
pour 1 an, lequel étant multiplié par 10 =	187. 50
et réuni avec le capital.	312. 50
fait	500

pour l'intérêt et le capital réunis ensemble.

2°. *Trouver le denier auquel une rente a été constituée.*

3e *Exemple.*

8000 et 10000 } *ont produit 1 rente de 400, quel étoit le denier de l'un et l'autre ?*

Rép. 1°. 8000 } ÷ 400 = 20 } *denier demandé.*
2°. 10000 } » = 25 }

4e *Exemple.*

Tobie a prêté à Gabelus 3650 fr., et au bout de 5 ans 1/2 Gabelus a rendu à Tobie, pour le capital et les intérêts, 4653 fr. 75, *à quel denier Tobie a-t-il prêté à Gabelus ?*

1°. Du capital et intérêt, de.	4653. 75
j'ôte le capital de.	3650.
il reste seulement l'intérêt de 5 ans 1/2, de . .	1003. 75

2°. Je divise cet intérêt par le temps = 1003. 75 ÷ 5 ans,50 = 182F 50 pour l'intérêt d'un an.

3°. Je divise le capital 3650 par 182. 50, intérêt d'un an, et l'on a $3650 \div 182.50 = 20$ pour le denier demandé ou 5 pr. 0/0.

3°. *Trouver l'intérêt d'un capital au denier 20 ou 25.*

5° Exemple.

Quel est l'intérêt de 8000 *au denier* 20 ?
» 10000 » 25 »

Réponse $8000 \div 20 = 400$ *pour l'intérêt*,
$10000 \div 25 = 400$ » *d°.*

6° Exemple.

Quel est l'intérêt de 7450 *fr. au den.* 25 *ou* 4 *pr.* 0/0 *pour* 6 *ans* 9 *mois ?*

1°. *On aura, en divisant le capital par le denier*,
$7450 \div 25 = 298^F$ pr. l'*intérêt d'un an ;*

2°. *En multipliant par* 6^ans 9 *cet intérêt*,

```
 1788
  149
   74. 50
```

on aura 2011. 50 *pr. l'int. de* 6 *ans* 9 *mois.*

Trouver l'époque commune.

407. On appelle *époque commune*, le temps où il faut payer plusieurs sommes ou billets échus à différentes époques.

Pour le trouver il faut multiplier chaque somme par le temps, et diviser le total des produits par le total des sommes particulières, le quotient donnera l'époque commune.

1er Exemple.

Pierre devant à Paul 200 *francs, dont*
40 *sont payables à* 3 *mois*,
60 » » 5 »
100 » » 10 ».

on demande dans combien de temps il paiera le tout ensemble, sans aucun préjudice pour l'un ni pour l'autre?

$$\text{Rép.}\ \left.\begin{array}{l} 40 \times 3^m = 120 \\ 60 \times 5 = 300 \\ 100 \times 10 = 1000 \end{array}\right\} = 200 : 1420 :: 1 : x = 7^m + 1/10$$

2e Exemple.

Ayant 6 billets échus à différentes époques, mais voulant payer le tout ensemble, quel en sera l'époque commune?

Opération.

Billets.	*Date.*			*Echéance.*		*Jours.*		*Sommes.*
f. 100	du 1er 9bre	1810	à 6m	1 Mai 1811.		180 × 100 =		18000
200	»	»	»	» 5	d°. 1 Avril	150 × 200 =		30000
300	»	»	»	» 4	d°. 1 Mars	120 × 300 =		36000
400	»	»	»	» 3	d°. 1 Février	90 × 400 =		36000
500	»	»	»	» 2	d°. 1 Janvier	60 × 500 =		30000
500	»	»	»	» 2	d°. 1 d°.	60 × 500 =		30000
f 2000	pour diviseur de.						j.	180000

ainsi on aura $\frac{180000}{2000} = \frac{180}{2} = 90$ *jours* $= 3$ *mois, époque où tous les billets seront payables ensemble, c'est-à-dire, au premier de Février* 1811.

ou en multipliant seulement par les mois,

$$\text{on aura}\quad \begin{array}{r} 100 \times 6 = 600 \\ 200 \times 5 = 1000 \\ 300 \times 4 = 1200 \\ 400 \times 3 = 1200 \\ 500 \times 2 = 1000 \\ 500 \times 2 = 1000 \end{array}$$

$$2000 : 6000 :: 1 : x = \frac{6000}{2000} = 3 \text{ mois},$$

3e Exemple.

B devant à C fr. 800 dont

$$\left.\begin{array}{llll} 200 \text{ sont payables à} & 3 & \text{mois} \\ 100 \quad » & 4 & » \\ 300 \quad » & 5 & » \\ 200 \quad » & 6 & » \end{array}\right\} \text{quand seront-ils payables ensemble?}$$

Rép. à 4 mois 18 jours.

4^e Exemple.

A. m'ayant vendu pour 360 fr. de marchandise, pour être payées à différentes époques; savoir, 120 à 2 mois, 200 à 4 mois, et le reste à 5 mois, mais désirant payer le tout à la fois, à quel temps? Rép. 3 mois 13 jours.

D doit à E une somme payable en différents temps, savoir,

1/4	à	2	mois	mais s'accordant de n'en faire qu'un seul paiement, quand se doit-il faire?
1/8	»	3	»	
1/8	»	4	»	
1/4	»	5	»	
1/8	»	6	»	
et le reste	»	7	»	

Rép. $\frac{8}{8} : \frac{34}{8} = 8 : 34 :: 1 : x = 4^m\ 1/4.$

5^e Exemple.

F doit à G une somme de fr. 1200 *payable;*

savoir, 1/2 *à* 3 *mois* } *et le reste à* 9 *mois,*
1/4 » 6 » }

on demande quelle sera l'époque commune?

$$
\begin{array}{lrcccr}
\textit{Rép.} & 600 & \times & 3^m & = & 1800 \\
 & 300 & \times & 6 & = & 1800 \\
 & 300 & \times & 9 & = & 2700 \\
\hline
\text{fr.} & 1200 & & & & 6300
\end{array}
$$

$\frac{6300}{1200} = \frac{63}{12} = 5$ *mois* + 7 *jours* 12 *heures.*

2°.

De l'intérêt composé, ou de l'intérêt des intérêts.

408. On entend par intérêt des intérêts, tirer l'intérêt du principal, et de l'intérêt du principal ensemble.

D'apres la Loi, il n'y a que des mineurs qui peuvent exiger les intérêts des intérêts de leurs tuteurs, lorsque ceux-ci ont laissé

écouler 6 mois sans avoir employé l'argent des mineurs, à compter du moment qu'ils l'ont reçu.

Pour faire cette règle, il faut,

1°. Trouver l'intérêt d'un an, lequel on ajoutera au principal; ensuite trouver l'intérêt de cette somme qu'on ajoutera encore, ainsi de suite pour chaque année.

2°. Soustraire la somme donnée de la derniere somme, le reste sera l'intérêt des intérêts.

1er. *Exemple.*

Quel est l'intérêt composé de 500 à 5 pr. 0/0 pr. 3 ans?

1°. $\frac{500}{20}$ = 25 int. de la 1ere an. 2°. $\frac{525}{20}$ = 26,25 + 525 = 551 . 25 P et I de la 2e année

$$\frac{+\ 500}{525}$$ P et I d°.

3° $\frac{551 . 25}{20}$ = 27 . 5625 + 551 . 25 = 578,8125 P et I pr. la 3e année,

d'où déduisant P 500.

il restera . . . . £. 78.8125 *pr. l'intérêt composé.*

En effet, on a trouvé pour l'intérêt

de la 1ere	année	25
2e	»	26. 25
3e	»	27. 5625
		fr. 78. 8125

Le même exemple d'une autre manière.

409. Un Mineur ayant hérité de son père fr. 500, dont le Tuteur a eu l'administration pendant 3 ans, *on demande quelle somme ce Tuteur paiera audit Mineur, au denier* 20 *ou à* 5 *pr.* 0/0, *avec les intérêts des intérêts pendant les* 3 *ans?*

Pour faire cette règle ainsi que toutes les autres de ce genre, il faut en général,

1°. Multiplier P par Denier + 1, élevé à la puissance marquée par le nombre des années.

2°. Diviser ce produit par le Denier seul élevé aussi à la puissance, marquée par le nombre des années, le quotient donnera le Principal avec l'intérêt des intérêts,

ou simplement $\frac{P \times (D + 1)^{\text{nombre des années}}}{D^n} = M$

Opération.

Le den. $20 + 1$ élevé à la 3^e puissance $= 21 \times 21 \times 21 = 9261$
d°. 20 seul 3^e d°. $= 20 \times 20 \times 20 = 8000$
multipl. ensuite 9261 par 500, on aura $4630500. = P \times (D + 1^n)$
et quel nombre étant divisé par $D_n = 8000$
donnera 578^{fr} 8125 pour M, c'est-à-dire, le principal avec l'intérêt des intérêts.

En effet, il sera dû, 1°. *à la fin de la première année*, pour 1 fr. avec son intérêt, au den. 20, 1 fr. $+ \frac{1}{20} = \frac{21}{20}$;

2°. *A la fin de la deuxième année*, on devra ces $\frac{21}{20}$ + le $\frac{1}{20}$e de ces $\frac{21}{20} = \frac{21}{400}$ qui, ajoutés avec $\frac{21}{20}$ ou $\frac{420}{400} = \frac{441}{400}$ élevé à la 2e puissance de $\frac{21}{20}$;

3°. *A la fin de la troisième année*, on devra ces $\frac{441}{400}$ + le $\frac{1}{20}$ de cette fraction $\frac{441}{400} = \frac{441}{8000}$ qui ajoutés à $\frac{441}{400}$ ou $\frac{8820}{8000} = \frac{9261}{8000}$, 3e puissance de $\frac{21}{20}$, et ainsi de suite.

D'où il suit que chaque fraction contient l'unité et ses intérêts composés.

Que l'unité est à la fraction qui répond au denier et au nombre d'années donné comme le capital donné est au quatrième terme cherché, ou dans cet exemple, on aura $1 : \frac{9261}{8000} :: 500 : M$ ou $\overset{D^n}{8000} : \overset{D^n+1}{9261} :: 500 : M$.

Il suit encore que la somme due à la fin de la première année, doit être les $\frac{21}{20}$ de la somme due au commencement, et en appliquant les exemples ci-dessus, elle doit être les $\frac{21}{20}$ de 1 fr. ou de 500; que la somme due à la fin de la deuxième année sera également les $\frac{21}{20}$ de la somme due à la fin de la première, et par conséquent les $\frac{21}{20}$ des $\frac{21}{20}$ de celle due au commencement de la pre-

mière, et qu'enfin la somme due à la fin de la troisième année, sera les $\frac{21}{20}$ de celle due à la fin de la deuxième année, et par conséquent les $\frac{21}{20}$ des $\frac{21}{20}$ des $\frac{21}{20}$ de la somme due d'abord, ou du principal 500 fr. ou 1 fr. = les $\frac{21}{20}$ des $\frac{21}{20}$ des $\frac{21}{20}$ de 1 fr. ou de $500 = \frac{9261}{8000} \times 1$ ou par 500.

L'on voit encore, par cet exemple, que ces sortes de questions peuvent se résoudre par la règle des fractions de fractions (80) ou par la règle de trois conjointe comme il suit,

$$20 : 21 :: 500 : x$$
$$20 : 21$$
$$\underline{20 : 21} \qquad = \frac{9261}{8000} \times 500 = \frac{4630500}{8000} = 578^{f}.8125$$

principal et intérêt des intérêts à payer au bout de 3 ans.

En se servant des décimales, on aura

$100 : 105 :: 1 : x = 1{,}05$ pr. la 1ère année
$100 : 105 :: 1{,}05 : x = 1{,}1025$ 2e année
$100 : 105 :: 1{,}1025 : x = 1{,}15762$ 3e année

ensuite $1{,}15762 \times 500 = 578^{F}81$.

2e *Exemple.*

410. Si un Tuteur garde l'argent des Mineurs pendant 3 ans, 7 mois et 15 jours, *combien remboursera-t-il sur un capital de* 500 *francs, à* 5 *pr.* 0/0, *avec les intérêts des intérêts ?*

Il faut d'abord opérer comme ci-dessus pour 3 ans, et on aura fr. 578. 8125, et si le tuteur veut encore garder l'argent 12 mois de plus, il faudra qu'il paie encore le 1/20 de $578^{F}8125$ = 28,940625, mais ne l'ayant gardé que 7 mois 15 jours, il ne doit donc que l'intérêt de 7 mois 15 jours sur cette dernière année, c'est-à-dire, sur $28^{F}940625$ = fr. 18.087890 qui étant
ajoutés à. 578,812500
font. . . . . fr. 596.900390 à payer pr. tout.

Preuve.

Quel principal faudroit-il prêter pour recevoir, au

au bout de trois ans, 665.50 ? Par la raison contraire, on aura $\frac{8000}{9261} \times 578.8125 = 500$.

3e Exemple.

Quelle somme un tuteur paiera-t-il avec les intérêts des intérêts, à 10 pr. o/o, ou au denier 10, pour le capital de 500 qu'il a gardé pendant 5 ans ?

En suivant le même principe ci-dessus, on aura

$$\left.\begin{array}{l}10 : 11\\ 10 : 11\\ 10 : 11\end{array}\right\} :: 500 : x \text{ ou les } \tfrac{11}{10} \text{ des } \tfrac{11}{10} \text{ des } \tfrac{11}{10} \text{ de } 500 = \tfrac{1331}{1000} \times 500$$

$$= \tfrac{665500}{1000} = 665,^{f}50 \text{ à payer.}$$

4e Exemple.

Pour preuve de l'exemple ci-dessus.

411. *Quelle somme faudroit-il prêter pour recevoir, au bout de 3 ans, 665,F 50, y compris les intérêts des intérêts, à 10 pr. o/o par an ?*

Comme il ne faut prêter que 10 francs pour en recevoir 11 à la fin de la première année, il s'ensuit que ce qu'on lui prête ne sera que les 10/11e de ce qu'il remboursera à la fin de la première année, et la somme dont il jouira la seconde année ne sera aussi que les 10/11 de ce qu'il remboursera quand elle sera terminée, pareillement ce dont il jouira la troisième année ne sera que le 10/11 de ce qu'il remboursera à la fin ; par conséquent, il suffit de lui prêter le 10/11 des 10/11 des 10/11 de

$$665^{f}50 \times \tfrac{1000}{1331} = 500^{f} \text{ ou } \left.\begin{array}{l}11 : 10\\ 11 : 10\\ 11 : 10\end{array}\right\} :: 665.50 : x = \text{fr. } 500$$

5e Exemple.

412. A. m'a prêté 500 fr. au den. 10, mais voulant maintenant rembourser cette somme en 3 paiements égaux, d'année en année, en payant les intérêts des intérêts, *je desire savoir combien je dois payer chaque année ?*

Pour résoudre cette question, il faut,

1o. Multiplier la somme prêtée par le *den.* + 1 (c'est-à-dire 500 par 10) élevé à la puissance, marqué par le nombre des paiements (c'est-à-dire, par 3).

O

2°. Diviser le produit qui en résultera par la différence = (331) de la puissance du Denier simple (c'est-à-dire, 1000) d'avec celle du Denier + 1 (c'est-à-dire, 1331) élevé à la puissance, marqué par le nombre des années ou des paiemens.

3°. Avant de faire la division, il faut auparavant que ladite différence = 331 soit multipliée par le denier, et le quotient donnera ce qu'il faudra payer chaque année,

ou on aura $\dfrac{P \times (D+1)^n}{((D+1)^n - D^n) \times D}$ et réalisant la valeur des lettres

$500 \times \overline{10+1} = 11^3$ ou $500 \times 11 \times 11 \times 11 = 500 \times 1331$ le tout divisé par $10 + 1 = 11^3 - 10^3 = 1331 - 1000 = 331 \times 10 = 3310$

$= 201 + \frac{19}{331}$

pour le paiement de chaque année.

En effet, 1°., l'intérêt de la première année sera les $\frac{11}{10}$ de P = les $\frac{11}{10}$ de 500, et puisqu'il faut payer chaque année une somme égale au capital réuni avec l'intérêt, exprimée par x, le principal ou P à la fin de la première année sera donc les $\frac{11}{10}$ de $P - x$;

2°. L'intérêt de la seconde sera avec P, les $\frac{11}{10}$ des $\frac{11}{10}$ de $P - x = \frac{11}{10}^2$ de $P - \frac{11}{10}x$; mais de cette somme, il faut en ôter la même portion x, donc P, à la fin de la seconde année, sera les $\frac{11}{10}^2$ de $P - \frac{11}{10}x - x$;

3°. Pour l'intérêt de la troisième année, avec le capital restant, on aura encore les $\frac{11}{10}$ de $\frac{11}{10}^2$ de $P - \frac{11}{10}x - x$, $= \frac{11}{10}^3$ de $P - (\frac{11}{10}x)^2 - \frac{11}{10}x$; mais pour avoir le capital net ou P à la fin de l'année, il faut encore ôter x; donc on aura $\frac{11}{10}^3$ de $P - (\frac{11}{10})^2 - \frac{11}{10}x - x$; de plus, ce capital doit être égal à la dernière portion qu'on paiera au bout de 3 ans, donc $x = \frac{11}{10}^3$ de $P - (\frac{11}{10}x)^2 - \frac{11}{10}x = 201\ \frac{19}{331}$.

6e *Exemple.*

413. *Quel principal faut-il donner pour recevoir par an* $201\ \frac{19}{331}$ pendant 3 ans au den. 10, tant pour les intérêts que pour une partie du principal, de manière qu'au bout de 3 ans l'on soit entiérement remboursé?

Pour résoudre cette question, il faut,

1°. La somme à recevoir annuellement par le denier ;

2°. Multiplier ce produit par la différence de la puissance du denier de l'intérêt, plus l'unité d'avec celle du denier simple ; chaque puissance étant élevée suivant le nombre des années de paiement ;

3°. Diviser le produit par la puissance du denier plus l'unité le quotient donnera le principal,

Ainsi dans l'exemple ci-dessus,

soit $R = 201\ 19/331$ *la rente*,

D $10 =$ *le denier*,

$D+1.\ 11 =$ *le denier plus l'unité*,

$(D+1)_3$ 1331 *la 3e puissance de* $10+1=11$,

D_3 1000 *la 3e puissance de* 10,

$(D+1)^3-(D^3)$ 331 *cela posé, on aura* ;

1°. $201\ 19/331 \times 10 = 2020 + 190/331$

2°. $2020 + 190/331 \times 331 = 668600$;

3°. $668600 \div 1331 = 500$ *pour principal*,

ou

$$R \times D = \frac{RD \times (D+1)^3 - (D_3)}{(D+1)^3}$$

Autres questions.

Quel est le montant de 400# prêté depuis 3 ans 1/2, à 6 pour o/o, avec l'intérêt composé	Réponse, 490. 13. 11 1/4
do. pr. 680 pour 5 ans, à 6 pour o/o composé	829. 11. 7 1/2
do. 550. 10 3 ans 6 mois, à 6 pr. o/o do.	675. 6. 6
Quel est l'inrérêt composé de # 764 pour 4 ans 9 mois, à 6 pour o/o,	Rép. 243. 18. 8
do. de 57. 10. 6 pour 5 ans 7 mois 16 jours, à 5 pr. o/o.	18. 3. 8 1/4
do. 259. 10 pr. 3 ans 9 mois 10 j. à 4 1/2 pr. o/o	46 19. 10 1/2

TABLES ET FORMULES

POUR ABRÉGER L'OPÉRATION DES RÈGLES D'INTÉRÊT.

414. TABLE des raisons d'intérêt sur 1F ou 1 ₶ par an, au taux ou à la raison pour o/o proposée.

1°. *Intérêt simple et complexe.*

3	0,03	5 1/2	,055	8	,08
3 1/2	,035	6	,06	8 1/2	,085
4	,04	6 1/2	,065	9	,09
4 1/2	,045	7	,07	9 1/2	,095
5	,05	7 1/2	,075	10	,1

Pour trouver la raison d'intérêt sur 1 ₶, au taux de $\left\{\begin{matrix}3\\5\end{matrix}\right\}$ pour o/o en décimale, on fera les proportions suivantes

$$\left.\begin{matrix}100 : 3 :: 1 ₶ : x = 0,03\\ 100 : 5 :: 1 ₶ : x = 0,05\end{matrix}\right\}\text{ et ainsi de suite.}$$

1ere *Question.*

415. $\left.\begin{matrix}\text{Le principal, le temps et la raison pr. o/o}\\ \text{ou}\quad P\quad T\quad R\quad »\end{matrix}\right\}$ étant donnés, trouver l'intérêt ou I.

Pour le trouver, il faut multiplier P T R ensemble, ou $P \times T \times R$ ou $PRT = I$.

Exemple.

Quel est l'intérêt de fr. 945 . 50, à 5 pr. o/o pr. 3 ans?

Rép. 945 . 50 × 3 × ,05 = 141, 825.

On peut varier les exemples à volonté, en suivant le même principe.

---

416. TABLE

Sur l'intérêt d'une livre ou de 1 fr. pr. 1 jour.

R pr. o/o	Décimales.	R pr. o/o	Décimales.
3	0,00008219178	6 1/2	0,00017808219
3 1/2	,00009589041	7	,00019178082
4	,00010958904	7 1/2	,00020547945
4 1/2	,00012328767	8	,00021917808
5	,00013698630	8 1/2	,00023287671
5 1/2	,00015068493	9	,00024657524
6	,00016438356	9 1/2	,00026027397
	, ...	10	,00027397260

Pour l'intérêt d'une livre à 3 pr. o/o = ,03 } on fera les proportions suivantes 3 1/2 o/o = ,035

365 : ,03 :: 1 : x = ,00008219178

365 : ,035 :: 1 : x = ,000095890041,

Quand on cherche l'intérêt pour un nombre de jours; il faut multiplier l'intérêt d'une livre pour un jour., par le principal et le nombre des jours.

O iij

Exemple.

417. *Quel est l'intérêt* de 240ᵗᵗ pr. 120 jours, à 4 pour o/o?
Rép. ,00010958904 × 240 × 120 = . . £ 3. 3. 1 1/4

En suivant le même principe, on aura

l'int. de £ 563. à 6 p. o/o p. an p. 126 j. = 11. 13. 2 1/2
d°. » » 560 5 » » 60 = 4. 12. 0 1/2
d°. » » 364. 18 5 » » 154 = 7. 13. 11 1/4
d°. » » 725. 15 4 » » 74 = 5. 17. 8 1/2
d°. » » 100 5 depuis le 1ᵉʳ Juin 1810 jusqu'au 8 Mars suivant inclusivement } = 5. 16. 11 61/73

Il y en a qui préfèrent se servir des diviseurs communs. (Voyez 399).

2ᵉ. QUESTION.

P, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER M?

Règle p r t + p = M

Exemples.

418. *Quel sera le montant de* 279ᵗᵗ 12 s. en 7 ans, à 4 1/2 pr. o/o par an?

Rép. 279,6 × ,045 × 7 + 279,6 = 367,674 = . . 367ᵗᵗ 13 s. 5 d. 76.

D'après le même principe,
le mont. de 320ᵗᵗ 17 p. 5 ans, à 3 1/2 p. o/o p. an, sera 376ᵗᵗ 19 s. 11 d. 70
d°. . . » 679,13 » 6 » . 5 . » . » » » 883 10. 10. 80

S'il s'agit de quelques années 1/4 1/2, etc., il faut réduire le tout en jours et suivre le principe ci-dessus (417),

Par conséquent,
le mont. de 926ᵗᵗ 12 p. 5 ans 1/2, à 4 p. o/o p. an = 1130£ 9. 0. 48
d°. . . , 368.16 7 3/4 » 6 1/2 . » = 554. 11. 7. 92
d°. . . , 273.18 4 175 jours 3 . » = 310. 14. 1, 8378

Nota. Les années sont ici calculées de 365 jours.

3. QUESTION.

419. **M, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER P?**

Règle $\frac{M}{rt + 1} = P$

Moyen pour trouver pourquoi l'UNITÉ ci-dessus doit être ajoutée à R × T ou R T.

Pour trouver la raison de 4 1/2 pr. 0/0 × 7 ans, il faut dire, si 1 an : 4 1/2 :: 7 ans = 31 1/2 pr. 0/0,

ensuite pour trouver le principal 279. 12,

on dira

100 + 31 1/2 : 100 principal :: 367, 674 : x principal mais 4 1/2 × 7 = ,045 × 7 = ,315; donc on peut avoir cette autre proportion 100 + 315 : 100 :: 367,674 : x qui, en réduisant 100 antécédent et conséquent, deviendra 1,+315 : 1 :: 367,674 : x = 279. 12, mais 1 + 315 contient ,045 × 7 + 1; donc l'*unité* doit se trouver dans la formule ci-dessus.

Exemples.

Quel principal mis en intérêt, s'élevera à 367ᵗᵗ 13 s. 5 d. 76 pour 7 ans, à 4 1/2 pr. 0/0 par an?

Rép. 367. 13 s. 5 d. 76 = 367.674 ÷ ,045 × 7 + 1 = 1,315 = 279ᵗᵗ 12 s.

D'après le même principe;

le princ. de 576. 19ˢ 11ᵈ 70 p. 6 ans, à 3 1/2 p. 0/0 p. an = 320ᵗᵗ 17 s

dᵒ. . .	883. 10. 10. 80	6 . . . 5 . . » . . . »	=	679. 13
dᵒ. . .	1130. 9. 0. 48	5 1/2, 4 . . » . . . »	=	926. 12
dᵒ. . . .	554. 11. 7. 92	7 3/4 6 1/2 . . . »	=	368. 16
dᵒ. . . .	310. 14. 1,8378	4ª 175j. 3 . . . . »	=	273. 18

4e. QUESTION.

420. M, P, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER R?

Règle $$\frac{m-p}{pt}=R$$

Exemples.

Par quelle raison ou taux d'intérêt pr. o/o 279₶ 12 s. monteront-ils à 367₶ 13, 5. 76, en 7 ans, ou 367.674?

Rép. 367,674 — 279,6 = 88,074 ÷ 279,6 × 7 = ,045 ou 4 1/2 p. o/o

Par quel taux 320₶ 17s mont.-ils à ₶ 376, 19s 11d 70 en 5ans? R. 3 1/2

do.	679. 13	»	»	883. 10 10 80	» 6	» 5
do.	926. 12	»	»	1130. 9 0 48	» 5 1/2	» 4
do.	368. 16	»	»	654. 11 7 92	» 7 3/4	» 6 1/2
do.	273. 18	»	»	310. 14 1,8378	4ans 175 j.	5

En effet, de M ôtant P, il reste P, T, R, c'est-à-dire, (310. 14. 1,8378 — 273. 18 = 36₶ 16 s. 1 d., 8378) tout l'intérêt de (273. 18) qu'on a eu en multipliant P par T × R (4 ans 175 ou $\frac{1635}{365}$ × $\frac{3}{100}$ ou ,03) donc divisant d'abord 36. 16,1. 8378 × 20. × 12 × 365 = 32243507970 par T = 1635 × 240 = 3924000000, on aura 8,217 qui renfermera P × R = (273,90 × ,03), lequel étant divisé par P = 273. 90, doit donner R = ,03, c'est-à-dire, 3 pr. o/o,

ou encore divisant 36. 16. 1, 8378 par P × T (273. 90 × $\frac{1635}{365}$), on aura R = ,03.

Pour avoir 3 seulement, il faut diviser par $\frac{P \times T}{100}$

5e. QUESTION.

421. M, P, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER T?

Règle $$\frac{m-p}{pr}=T$$

Exemples.

Dans quel temps 279₶ 12 *mont.* à 367₶ 13. 5. 76, à *raison* de 4 1/2 pr. o/o par an?

Réponse. 367,674 — 279,6 = 88,074 ÷ 279,6 × ,045 = 12,5820 = 7 ans.

Si on ôte en effet de 367,674 (= M, qui renferme tout ensemble M, P, R, T,) 279,6 = P, il restera encore P, R, T, = 88,074, ou 279,6 × ,045 × 7 ; mais si on divise ce produit P, R, T, par un de ses facteurs P, R, = 279,6 × ,045, il viendra l'autre au quotient qui est T = 7 ans. On peut raisonner de même à l'égard des autres questions.

Dans quel tems l. 320. 17 mont, à l. 376. 19s. 11d. 70, à rai. de 3 1/2 p. 0/0 ? R. 5
» d°. 679 13 » » 883. 10. 10. 80 » » 5 » = 6
» d°. 926. 12 » » 1130. 9. 0, 48 » » 4 » = 5 1/2
» d°. 368. 16 » » 554. 11. 7. 92 » » 6 1/2 = 7 3/4
» d°. 273, 18 » » 310. 14. 1,8378 » 3 » = 4, 175 j.

Des ANNUITÉS ou PENSIONS, etc. et ARRÉRAGES.

422. On appelle annuités ou pensions en *arrérages*, celles qui sont échues et payables, soit par an, par demi année ou par quartier, et dont un nombre de paiements sont arriérés, c'est-à-dire, non payés.

Soit U pour représenter l'annuité ou la pension ou la rente par an, et T, R, M, comme ci-dessus.

1ere. QUESTION.

U, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER M?

Régle $\frac{ttu - tu}{2} \times r, + tu = M.$

Observez que *ttu* signifie le temps × par le temps × par l'annuité, et que toutes les lettres ensemble, qui sont exprimées dans les autres *formules*, signifient qu'elles sont multipliées les unes par les autres.

Exemples.

Si un Négociant a négligé de payer à son Commis un salaire de fr. 150 payable chaque année, à combien se montera-t-il au bout de 5 ans, à raison de 5 pr. 0/0 par an ?

Rép. $5 \times 5 \times 150 - 5 \times 150 = 3000$, ensuite $\frac{3000}{2} \times ,05 + 5 \times 150 =$ fr. 825.

En effet, ledit Négociant ne bénéficiant dudit salaire que la deuxième année, ne devra l'intérêt de

150f *pr. la*	1ere	*an. que pr.*	4ans	*, c à d,*		$4 \times 7{,}50 = 30.$
» »	2	». . .	3	. . »		$3 \times 7{,}50 = 22.50$
» »	3	». . .	2	. . »		$2 \times 7{,}50 = 15.$
» »	4	». . .	1	. . »		$1 \times 7{,}50 = 7.50$
» »	5	». . .	0	. . »		

$10 \times 7{,}50$ intérêt. . $= 75$

en y ajoutant le capital répété 5 fois, $= 5 \times 150 = 750$

le salaire avec l'intérêt, s'élevera à . . . . fr. $= 825$

Il faut observer en outre que la formule $\frac{ttu - tu}{2} \times r$ marque l'intérêt ci-dessus, et $+ tu$ marque l'annuité multipliée par le temps,

1°. $ttu - tu \times r$, suppose (dans l'exemple ci-dessus) que $T \times U \times R - T \times U \times R$ est multiplié encore par T, c'est-à-dire, par 5, comme si l'on répétoit 5 fois l'intérêt de 5 ans, moins 1 fois l'intérêt de 5 ans, ou bien $7{,}50 \times (5 + 5 + 5 + 5 + 5 - 5 = 20) = 150$; comme la première année ne compte point pour l'intérêt de l'annuité, c'est pourquoi j'ai multiplié l'intérêt d'un an $= 7{,}50$ par $25 - 5$; mais il faut répéter cet intérêt en diminuant tous les ans, de manière que au lieu de multiplier l'intérêt 7,50 par le T élevé à son carré $- 1$, ou par $5 \times 5 - 5$, il se trouve que le temps est réellement diminué de moitié; en effet,

$T \times T$ ou $5 \times 5 = 25 - 5$ ou $T = 20$, et on a vu ci-dessus que $4 + 3 + 2 + 1 = 10 \times 7{,}50 = 75$; donc le véritable intérêt doit être la moitié du carré de $T - T \times$ l'intérêt, ou $\frac{7{,}50 \times 20 = 150}{2} = 75$ mais 10 ci-dessus est la 1/2 du $T(5 \times 5 - 5)$ élevé à son carré $- 5$;

donc on peut avoir l'intérêt d'une annuité, en suivant la *formule* $\frac{ttu - tu}{2} \times R$

2o. Pour avoir $+ tu$, il suffit d'ajouter à l'intérêt 75

$U \times T . . . . . = 150 \times = \underline{750}$ 825
$= M$

On peut décomposer ainsi l'annuité pour les autres questions de ce genre.

Pareillement, une pension de fr. 260 arriérée depuis 7 ans, montera à 6 pr. o/o. . . . . fr. 2066.

Un bail de 6 ans et demi pour 60 fr. par an, avec l'intérêt de 4 1/2 pr. o/o par an. . . . . . fr. 563. 4126

Une rente de fr. 28 arriérée depuis 8 ans, montera avec l'intérêt de 6 pr o/o. . . . . . . fr. 263. 20

L'annuité peut se payer par demi année ou par quartier,

1°. Si les paiements se font par demi année, il faut d'abord prendre la moitié de la *raison*, la moitié de l'*annuité* ou *rente*, et prendre le *double* des années et opérer comme ci-dessus;

2°. Si on doit payer par quartier, il faut prendre le 1/4 de la raison, 1/4 de l'annuité, et 4 fois le nombre des années, et opéter comme ci-dessus.

Exemples.

Si une rente de fr. 150 payable par demi année est arriérée pendant 5 ans, à combien s'élevera-t-elle au bout de ce temps à 5 pour o/o?

Rép. $10 \times 10 \times \frac{150}{2} - 10 \times \frac{150}{2} = 7500 - 750 = \frac{6750}{2}$
$= 3375$

ensuite $3375 \times \frac{,05}{2}$ ou $,025 = 84,375 + 10 \times \frac{150}{2}$
$= 750.$

en tout fr. 834,375 au bout de 5 ans.

Si ladite rente de fr. 150 est payable par quartier, et demeure

arriérés pendant 5 ans, quel en sera le montant au bout de ce temps à 5 pour 0/0 par an ?

Rép. $4 \times 5 = 20 \times 20 \times \frac{150}{4} - 20 \times \frac{150}{4} = 15000 - 750$
$= \frac{14250}{2} = 7125,$

ensuite $7125 \times ,\frac{05}{4}$ ou $,0125 = 89^{f},0625 + 20 \times \frac{150}{4}$
$= 750.$

fr. 839,0625

L'on voit, en comparant les exemples ci-dessus, que le montant de la rente payable par quartier, est plus avantageux que celui de la rente payable par demie année, et que celui de celle payable par demi année et plus avantageux que celui de la rente payable par an.

2e. QUESTION.

M, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER U ?

Règle $\dfrac{2\,M}{ttr - tr + 2\,t} = U$

Exemples.

423. *Si un salaire s'est élevé à fr. 825 en 5 ans, à 5 pr. 0/0, on demande quel étoit ce salaire d'abord par an ?*

Rép. $825 \times 2 = 1650 \div (5 \times 5 \times ,05 - 5 \times ,05, + 5 \times 2 = 11) =$ fr. 150. (422).

Une maison ayant été louée pour 5 ans et demi, et le montant de la rente s'étant élevé à fr. 363, 4125, avec l'intérêt de 4 1/2 pr. 0/0, *quelle est la rente par an ?* *Rép.* fr. 60.

Une pension s'est montée, pendant 7 ans, avec 6 pr. 0/0, à fr. 2066, *quelle étoit cette pension par an ?* Rép. . fr. 250

Une rente s'est élevée, en 8 ans, à 5 pr. 0/0, à fr. 263. 20, *quelle étoit cette rente par an ?* Réponse. . . . fr. 28

Si les paiements se font par demi année, alors on prend $4 \times M$, la 1/2 de R., et 2 fois le nombre des années.

. Si les paiements se font par quartier, on prend alors 8 M,

le 1/4 de R, et 4 fois T ou le nombre des années, et ensuite on opere comme ci-dessus.

Exemples.

Si un salaire, payable par demi année, s'est monté, pendant 5 ans et à 5 pr. o/o, à fr. 1834, 375, *quel étoit-il?* Rép. fr. 150.

Si le montant d'une rente s'est élevée, pendant 5 ans, à 5 pr. o/o, à fr. 839, 0625, *quelle étoit-t-elle par an?* Rép. fr. 150.

3e. QUESTION.

U, M, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER R?

Règle $\dfrac{2\,M - 2\,UT}{UTT - UT} = R$

Exemples.

424. *A quel taux pr.* o/o *un salaire de* 150 *fr. par an s'est-il élevé pendant* 5 *ans, à fr.* 825?

R. $(825 \times 2 - 150 \times 5 \times 2) = 150$, ensuite $\dfrac{150}{(150 \times 5 \times 5 - 150 \times)}$ $= ,05 = 5$ pour o/o.

Si une rente annuelle de 60 fr., pendant 5 ans et demi, produit fr. 363, 4125, *à quel taux pr.* o/o *est ladite somme de* 60 *fr.?* Rép. 4 1/2 p. o/o

Pareillement, une pension de fr. 250 qui, pendant 7 ans, a produit fr. 2065, *donnera pour le taux de l'intérêt sur fr.* 250. . . . . = 6 »

De même, *le taux de l'intérêt sur une rente de* 28 *fr.* qui arriérée, a produit, au bout de 8 ans fr. 263 . 20, *sera* . . . . = 5 »

Si les paiements se font par demi année, prenez 4 M — 4 UT pour dividende, ensuite opérez avec la 1/2 de l'annuité et le double des années pour avoir le diviseur.

Si les paiements se font par quartier, prenez 8 M — 8 U T, ensuite opérez avec le 1/4 de l'annuité et 4 fois le nombre des années ou 4 T.

Exemples.

Si un salaire de fr. 150 par an, payable par demi année, monte à fr. 834,375 en 5 ans, *quelle est la raison pr.* o/o = 5 pr. o/o ?

Si une annuité de fr. 150, payable par quartier, monte à fr. 839,0625 en 5 ans, *quelle est la raison p.* o/o = 5 p. o/o ?

4e. QUESTION.

U, M, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER T?

Règle, $1^o. \frac{2}{R} - 1 = x.\ 2^o. \sqrt{}.\left(\frac{2M}{UR} + \frac{xx}{4}\right) - \frac{x}{2} = T$

Exemples.

425. *Dans quel temps un salaire de fr. 150 par an montera-t-il à fr. 825, à raison de 5 pour* o/o ? Rép. 5 ans.

Opération.

$$1^o.\ \frac{2}{r} - 1 = x = \frac{2}{,05} - 1 = x = 39.\ 2^o.\ \sqrt{}.\ \text{de}\left(\frac{2m}{ur} + \frac{xx}{4}\right)$$
$$= \sqrt{}.\left(\frac{825 \times 2}{150 \times ,05}\right) + \left(\frac{39 \times 39}{4}\right) = \sqrt{}.\ \text{de}\left(\frac{1650}{7,50} + \frac{1521}{4}\right)$$
$$= \sqrt{}.\ (220 + 380,25) = \sqrt{}.\ \text{de}\ (600,25) = 24,5 - \frac{x}{2}\ \text{ou}\ \frac{39}{2}$$
$$= 24,5 - 19,5 = 5\ \text{années.}$$

Si un bail de fr. 60 par an se monte à la fin à fr. 363,4125 à raison de 4 1/2 pr. o/o, *pour combien d'années étoit-il fait?* . . . . Rép. 5 ans 1/2

Si une pension de fr. 250, arriérée pour un certain temps, a monté à fr. 3055, à raison de 6 pr. o/o par an, *quel a été ce temps?* . . . . = 7 »

Dans quel temps une rente de fr. 28 montera-t-elle à fr. 263. 20, à 5 pr. o/o. . . . . = 8 »

Si les paiements se font par demi année, prenez la 1/2 de R et la 1/2 de U.

Si c'est par quartier, prenez le 1/4 de R et le 1/4 de U, et T sera égal à ces paiements par demi année ou par quartier.

Exemples.

Si une annuité de fr. 150, payable par demi année, s'est élevée à fr. 834,375, à raison de 5 pr. 0/0, combien de temps a-t-elle été arriérée? . . . . Rép. 5 ans.

Si une pension de fr. 150, payable par quartier, s'est élevée à fr. 839,0625, à 5 pr. 0/0, en combien d'années cela a-t-il eu lieu? . . . Rép. 5 ans.

426. *Valeur PRÉSENTE des annuités, soit P pour représenter la valeur présente, et U, T, R, comme ci-dessus.*

1ere. QUESTION.

U, T, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER P?

Règle $\dfrac{\text{TTR} - \text{TR} + 2\text{T}}{2\text{TR} + 2} : \times \text{U} = \text{P}$

Exemples.

Combien vaut maintenant une rente de liv. 150 par an, à continuer 5 ans, à 5 pr. 0/0?

Rép. $\dfrac{(5 \times 5 \times ,05) - (5 \times ,05) + 2 \times 5 = 11}{(2 \times 5 \times ,05 + 2) = 2,5.}$ ensuite

$11 \div 2,5 = 4,4 \times 150 = 660$ pr. la valeur présente.

En effet, comme les f. 150 ont monté à fr. 825 avec les intérêts à 5 pr. 0/0 pendant 5 ans (422), il faut que la somme qu'il faut payer comptant, puisse aussi s'élever à f. 825 au den. 20 pour 5 ans; or, ladite somme trouvée de f. 660 au denier 20 ou à 5 pr. 0/0 = 33 qui × 5 années. . . . . = 165
pour l'intérêt de 5 ans, et réuni avec . . . . . 660 = 825

On peut encore trouver la somme à payer comptant d'une autre

maniere, soit cette somme exprimée par x, on aura pour intérêt au denier 20 multiplié par 5 ans,

$$x + \frac{x}{20} \times 5 = 825 = x + \frac{5x}{20} = 825 = x + \frac{x}{4} = 825$$

$$= 5x = 3300 = x = \frac{3300}{5} = 660.$$

Com. vaut, arg. comp. la rente de l. 60 à 4 1/2 p. 0/0 p. 5 ans 1/2 ? Rép. 291. 6. 5

d°. » d°. d° . £ 250 à 6 p. 0/0 7 » = 1454. 4. 6

d°. » une pension de £ 28 5 p. 0/0 8 » = 188.

Observez que le *denier* de 4 1/2 = 22 2/9

et *celui* de . . . . 6 = 16 2/3

Si les paiements se font par demi année ou par quartier, il faut faire ce qu'on a fait dans la première *question*. (422)

Exemples.

Combien vaut à présent 150^tt^ *payable par* 1/2 *année*, *pr.* 5 *ans*, *à* 5 *p.* 0/0 ? Rép. 667. 10

par quartier = 671. 5

(422) PREUVE *de la première question.*

$$x + \frac{x}{20} \times 5 = 834.\ 7.\ 6. = x + \frac{x}{4} = 834.\ 7.\ 6. = (5x = 3337.\ 50)$$

$$x = \frac{3337.\ 50}{5} = £\ 667.\ 10.$$ On peut faire la même chose pour la deuxième.

L'on voit que la valeur présente des rentes par demi année ou par quartier, vaut mieux que celle payable par année.

427. 2e. QUESTION.

P, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER U?

Règle $$\frac{tr + 1}{ttr - tr + 2t} : \times 2p = U.$$

Exemples.

Si on a payé comptant 660^tt^ pour une rente, à continuer pendant 5 ans, à raison de 5 pr. 0/0 par an, *on desire savoir quelle étoit cette rente ?*

Rép. $$\frac{(5 \times ,05 + 1 = 1,25)}{(5 \times 5 \times ,05 - 5 \times ,05 + 10 = 11)} = \left(\frac{1,25}{11}\right) \times 2 \times 660 = 150^{tt}$$

Preuve.

Preuve.

Comme 660 est l'argent payé d'avance moins les intérêts, à 5 pour 0/0 pour 5 ans, qui font $660 \div 20 = 33 \times 5 = 165$, lesquelles ajoutés à 165

$\overline{} = 825$ *soit maintenant cette rente exprimée par x, on aura avec les intérêts à 5 pr. 0/0 pendant 5 ans.*

$x \times 5 \quad + \frac{x}{20} \times 4$ pour la 1ere année

$\quad$ » $\times 3$ » . . 2 »

$\quad$ » $\times 2$ » . . 3 »

$\quad$ » $\times 1$ » . . 4 »

$\quad$ » $\times 0$ » . . 5 »

$$\frac{}{20} \times 10 = 5^x + \frac{10}{20}{}^x = 825$$

$$= 5^x + \frac{}{2} = 825 = 11^x = 1650 = x = \frac{1650}{11} = 150.$$

On a fait un bail pour 5 ans et demi pour une certaine somme par an, et quelqu'un a payé comptant £ 291. 6. 3 d'avance pour ladite somme annuelle, en retenant les intérêts à 4 1/2 pr. 0/0, *on demande quelle étoit cette somme?* . . . . . Rép. £ 60

Quelle rente pendant 7 ans à 6 pr. 0/0, a produit, en la payant comptant d'avance, l. 1454. 4. 6? . . . . Rép. l. 250

Quelle annuité pendant 8 *ans* à 5 pr. 0/0, a produit l. 188 en la payant comptant? . . . . Rép. l. 28.

Quand les paiements se font par demi-année, prenez la 1/2 de la raison d'intérêt, 2 fois le nombre des années, et *multipliez par* 4 P.

Quand c'est par quartier, prenez le 1/4 de la raison, et 4 fois le nombre des années, et *multipliez par* 8 P.

Exemples.

Quand une rente, payable par demi année, pour 5 ans, à 5 pr. 0/0; produit, argent comptant d'avance, l. 667. 10, *quelle est-elle?* . . . . Rép. 150.

Quand la même rente, payable par quartier, à 5 pr. 0/0 pour 5 ans, a produit comptant l. 971. 5, *quelle est celle rente?* R. 150.

428. 3. QUESTION.

U, P, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER R?

Règle $\dfrac{UT - P + 2}{2PT + UT - UTT} = R$

Exemples.

Si une rente de 150 ₶ pour 5 ans, a été payée d'avance £ 660, *quelle étoit la raison pour 0/0 par an ?*

Rép. $150 \times 5 - 660 \times 2 = 180$

$2 \times 660 \times 5 + 150 \times 5 - 150 \times 5 \times 5 = 3600$

ensuite $\frac{180}{3600} = \frac{9}{180} = ,05$ ou 5 pr. 0/0 ou le den. 20.

Preuve.

Comme 660 est l'argent net de la rente de 150 pour 5 ans, à 5 pr. 0/0, ou au denier 20, il suit que 660, avec le *denier* de cette somme, multipliée par le temps, = 5, doit égaler la rente elle-même de 150 multipliée par le temps, plus l'intérêt de la rente multipliée par 4 pour la 1ère année à courir

»	5	»	2e
»	2	»	3e
»	1	»	4e
»	0	»	5e

Ainsi exprimant le denier inconnu par x, j'aurai

$\left(660 \times \frac{660}{x} \times 5 = 150 \times 5 + \frac{150}{x} \times \begin{matrix}4\\3\\2\\1\end{matrix}\right\} = \left(660 \times \frac{3300}{x} = 750 + \frac{1500}{x}\right)$
$= \frac{3300}{x} - \frac{1500}{x} = 750 - 660 = \frac{1800}{x} = 90 = x = \frac{90}{1800} = ,05$ ou 5 p. 0/0
ou $1800 = 90x = x = \frac{1800}{90} =$ le denier 20 ou 5 pr. 0/0.

Si une rente de 60 l. par an pour 5 ans 1/2 a été payée d'avance, 291 l. 6. 3, *quel étoit le taux pr. 0/0 ?* Rép. 4 ans 1/2.

Si une annuité de 250 l. par an pour 7 ans, a été payée d'avance, 1454 l. 4. 6, *quel est le taux pr. 0/0.* Rép. . . 6 pr. 0/0.

Si une pension de 28 l., payable par an, pendant 8 ans, a été achetée d'avance et payée 188 l., *quel étoit le taux.* R. 5 p. 0/0.

Si les paiemens se font par demi année, *prenez la 1/2 de la rente*, et 2 fois le nombre des années; le quotient donnera le résultat de la 1/2 du taux pr. 0/0

Si c'est par quartier, *prenez le 1/4 de l'annuité* et quatre fois le nombre des années, le quotient donnera le résultat du 1/4 du taux par 0/0

Exemples.

Si une annuité de 150 l. par an, payable par demi année, ayant à courir 5 ans, a été vendue comptant pour 667 l. 10, *quel étoit le taux pr. 0/0 ?* . . . . . . Rép. 5 pr. 0/0.

Si la même, payable par quartier, a produit 671 l. 5, argent comptant, *quel étoit le taux ?* . . . . . Rép. 5 pr. 0/0.

429. 4e QUESTION.

U, P, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER T?

Règle $\frac{2}{r} - \frac{2p}{u} - 1 = x$ ensuite $\sqrt{\frac{2p}{ur} + \frac{xx}{4}} - \frac{x}{2} = T.$

Exemples.

Si une annuité de 150 l. par an produit 660 l. pour le présent, à 5 pr. 0/0, *combien de temps a-t-elle à courir?*

Opération.

Rép. $\frac{2}{,05} - \frac{2 \times 660}{150} - 1 = 30,2$ *ensuite* $\sqrt{\frac{2 \times 660}{150+,05} + \frac{30,2 \times 30,2}{4}} - \frac{30,2}{2}$

$= \sqrt{176 + 228,01} = \sqrt{}$ de $404,01 = 20,1$ *ensuite*

$20,1 - \frac{30,2}{2} = 5$ années.

Preuve.

Comme on a vu (428) que 660 plus le denier $\times$ par le temps où $x = 825$, on aura par conséquent

$660 + \frac{660}{20} \times x = 825 = 660 + 33^x = 825$

$\therefore 33^x = 825 - 660 \,.\, x = \frac{165}{33} = 5$ années.

Si on a acheté une rente de 60 l. à courir un certain temps, à 4 1/2 pr. 0/0, pour 291 l. 6. 5, argent comptant, *quel a été ce temps?* . . . . Rép. 5 ans.

Combien d'années doit courir une rente de 250 l. à 6 pr. 0/0, achetée comptant, 1454 l. 4. 6 1/2 . Rép. 7 ans

Combien d'années peut courir une pension de 28 l., à 5 pr. 0/0, payée d'avance, 188 l. . . . Rép. 8 ans.

Quand les paiements se font par demi année, alors U *sera égal à la* 1/2 de l'annuité, R = 1/2 de la raison d'intérêt, et T = le nombre des paiements.

Quand c'est par 1/4, *U* = 1/4 *de* l'annuité, R = 1/4 de la raison, et T = le nombre des paiements.

Exemples.

Si une annuité de 150tt payable par demi année, a été vendue comptant 667tt 10, à 5 pour 0/0, *quel a été le nombre des paiements?* . . . . . . Rép. 10 paiements = 5 ans.

Si la même annuité de 150tt payable par 1/4, a été vendue comptant 671tt 5, à 5 pr. 0/0, *combien y a-t-il eu de paiements et d'années à courir?* . Rép. 20 paiements = 5 ans.

430. *ANNUITÉ en REVERSION après un nombre d'années, ou la mort de quelqu'un.*

Ière QUESTION.

1°. *Trouver la valeur présente d'une rente en réversion.*

1ere *Règle.* $\frac{TTR - TR + 2T}{2TR + 2} \times U = P.$ (425).

c'est-à-dire, trouver la valeur présente de l'annuité au taux donné, et pour le temps de sa durée.

2°. *Règle.* $\frac{M}{TR + 1} = P.$ (419).

c'est-à-dire, il faut changer la lettre P en M, et chercher quel principal mis en intérêt donnera M au même taux et pour le temps à venir avant que l'annuité commence.

Exemples.

Quelle est la valeur présente d'une annuité de 150 ₶ par an, pour continuer pendant 5 ans, mais qui ne commencera qu'au bout de 4 ans, accordant 5 pr. o/o à l'acheteur? . . . . Rep. 550 ₶.

1°. $\left(\frac{5 \times 5 \times ,05 - 5 \times ,05 + 2 \times 5}{5 \times ,05 \times 2 + 2} =\right) 4,4 \times 150 = 660 = P.$

2°. *Maintenant P changé en M* $= \frac{660}{4 \times ,05 + 1} = 550$ devenu P ou *la somme présente que l'acheteur paieroit 4 ans avant que la rente commence.*

En effet, 550 × ,05 × 4 = 660, car après avoir trouvé la valeur de l'annuité pour le temps qu'elle commencera, de 660, il faut encore déduire de ce montant l'intérêt à 5 pr. o/o pr. 4 ans, et on trouvera 660 — 110 = 550.

Quelle est la valeur présente d'un bail de 50 ₶ par an, pour 4 ans, mais qui ne commencera qu'au bout de 5 ans, accordant 4 pr. o/o à l'acheteur. Rép. 152 ₶ 5. 11.

Quelqu'un ayant la promesse d'une pension de 20 ₶ par an, pour 8 ans, mais à ne commencer qu'au bout de 4 ans, veut la vendre à 5 pr. o/o, *combien vaut-t-elle maintenant?* . . . . Rép. 111 ₶ 18. 1

Un legs de 40 ₶ ayant été laissé à une personne de 15 ans, mais dont elle ne peut jouir qu'à 21 an, voulant le vendre à 4 pr. o/o; *combien vaut-il?* Rép. 171 ₶ 14.

431. 2°. *Trouver la rente annuelle en reversion.*

1ere *Règle.* $PTR + P = M.$ (418).

Il faut d'abord trouver le montant de la valeur présente au taux donné, et pour le temps à courir devant la *reversion*.

3 *Règle.* $\frac{TR + 1}{TTR - TR + 2T} ; \times 2P = U.$ (427).

Il faut ensuite changer M en P, et chercher quelle annuité, étant vendue, produiroit P au même taux et pour le temps de sa durée.

Exemples.

Quelqu'un ayant hérité d'une annuité pour 5 ans, mais dont il ne pourra jouir qu'au bout de 4 ans, la vend 550 ₶, accordant 5 pr. o/o à son acheteur, *quelle étoit la rente annuelle ?* . . . . Rép. 150 ₶.

1°. $550 \times 4 \times ,05 + 550 = 660 = M$ qu'on remplace par P.

2°. $\left(\frac{5 \times ,05 + 1 = 1,25}{5 \times 5 \times ,05 - 5 \times ,05 + 5\,2 = 11}\right) = \frac{1,25}{11} = ,113636 \times \overset{P}{660} \times 2$

$= 150$ ₶.

On a fait un bail d'une maison pour 4 ans; mais à ne commencer qu'au bout de 5 ans, le bailleur voudroit le vendre à présent 152 ₶ 6 au comptant, accordant à l'acheteur 4 pour o/o, *quelle est la rente annuelle du bail ?* . . . . Rép. 50 ₶.

Quelqu'un ayant reçu la promesse d'une pension pour 8 ans, à commencer après 4 ans révolus, l'a vendue pour 111. 18. 1, argent comptant, accordant à l'acheteur 5 pr. o/o, *quelle étoit la pension annuelle ?* Rép. 20 ₶.

Il y a une jeune personne de 15 ans qui a reçu en héritage une annuité pour 6 ans, mais à ne commencer que quand elle aura atteint l'âge de 21; cette personne ayant besoin d'argent, vend sa rente, au comptant, pour 171 ₶ 14, accordant 4 pr. o/o à l'acheteur, *quelle étoit l'annuité ?* . . . . Rép. 40 ₶.

432. DE L'ESCOMPTE.

Soit S pour représenter la somme à escompter.
P » la valeur présente.
T » le temps.
R » la raison d'intérêt

1ere QUESTION.

S, T, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER P?

Règle. $\frac{S}{TR+1} = P.$

Exemples.

Combien vaut maintenant un billet de 357# 10, *payable à 9 mois, à 5 pr. 0/0?* . . . Rép. 344# 11. 6,795. +

$$\frac{357,5}{,75 \times ,05 + 1} = 344,5783.$$

Preuve.

1°. Je dis si 12 mois : 5# :: 9 mois = 3,75.

2°. Comme ladite somme de . . . . . 357,5 contient l'intérêt et le principal pr. 0/0, j'établirai la proportion suivante.

$$103,75 = I + P : 100 :: 357,5 = I + P : x$$
$$= \frac{357,5000}{103,75} = ₤\ 344.\ 11.\ 6,795 +$$

mais $\frac{357,5}{103,75}$ = M ou S
et = TR + 1 ou 75 × 05 + 1, donc l'opération est juste.

Nota. *Par la voie ordinaire, on auroit*

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 5 :: 357,5 : x \\ \text{et } 360 : x :: 270 \end{array}\right\} = 7200 : 96525 :: 1 : x$$
$$= 13.\ 8.\ 1,50$$

ou 357,5 × ,05 × 75 ÷ 100000 = 13. 8. 1, 50 qui *étant soustrait de* 357.10. } = £ 344. 1. 10
13. 8. 1. 50

mais ce n'est pas aussi exact.

Quelle est la val. prés. de 275# 10 p. 7 mois, à 5 p. 0/0 £ 267. 13. 10, 154
d°. » » 875. 5. 6. 5 p. 4 1/2 = 859. 3. 3. 7546
d°. » » 75. 15 p. 5 = 70. 11. 9. 1764

2e QUESTION.

P, T, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER S?

Règle. P R T + P = S, (418).

Exemples.

433. Si une somme d'argent, échue dans 9 mois, vaut aujourd'hui, à 5 pour 0/0 d'escompte 344# 11. 6, 795, *quelle sera la somme échue?* . . . . Rép. 357. 10.
ou 344,5783 × 75 × ,05 + 344,5783 = ... 357. 10.

Quelqu'un devant une certaine somme, payable à 7 mois, d'accord avec son Créancier, lui paie comptant, à 5 pr. 0/0 d'escompte, 267# 13. 10, 154, *quelle est sa dette?* Rép. 275. 10.

Quelqu'un reçoit comptant 859# 3. 3, 7546 pour un billet, payable à 5 mois, accordant l'escompte 4 1/2 pour 0/0, *quel est le montant du billet?* . . . . Rép. 875. 5. 6.

La même personne a payé comptant, avec la déduction de l'escompte à 5 pr. 0/0 pour 15 mois, 70# 11, 9, 1764 pour une dette échue à 15 mois, *quel étoit le montant de la dette?* R. 75.

3e QUESTION.

S, P, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER R?

Règle. $\frac{S - P}{T P} = R$ (420).

Exemples.

434. *A quel taux* pr. 0/0 £ 357. 10, payable à 9 mois, peuvent produire à présent 344. 11. 6, 795? . . . Rép. 5 p. 0/0.
ou (357,5 — 344,5783) ÷ (344,5783 × ,75) = ,05 = 5 p. 0/0.

A quel taux £ 275. 10 payable à 7 mois, donneront ils comptant 267 l. 13. 10, 164 à présent? . . . Rép. 5 pr. 0/0.

A quel taux £ 875. 5. 5, payable à 5 mois, donneront-ils maintenant sous escompte de 5 pr. 0/0; 859. 3. 5, 7546. R. 4 1/2.

A quel taux pr. 0/0 £ 75, payable à 15 mois, peuvent donner sous escompte £ 70. 11. 9, 1765? . . . . . . Rép. 6 pr. 0/0.

455. 4e. QUESTION.

S, P, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER T?

Règle. $\frac{S - P}{P\,R} = T$ (421).

Exemples.

Le montant d'un billet de 357. 10 qui doit échoir à une époque future, a produit, sous escompte de 5 pour 0/0, 344. 11. 6, 795: *quel sera le temps de son échéance?* . . . . . Rép. 9 mois.

ou $\frac{357,5 - 344,5783}{344,5783 \times ,05} = ,75 = 9$ mois.

On a payé comptant 267. 13. 10, 154 pour l'escompte, à 5 pr. 0/0, d'un billet de 275. 10, *dans quel temps ledit billet devoit-il être payé sous escompte?* . . . . Rép. 7 mois.

Quelqu'un reçoit 859. 3. 3,7546 pour £ 875. 5. 6, échu à un certain temps, à l'escompte de 4 1/2 pour 0/0, *on demande à quel temps la dette seroit payable sous escompte?* Rép. 5 mois.

J'ai reçu 70. 11. 9,1764 pour une dette de 75 l. sous escompte de 5 pr. 0/0, *quand cette dette devoit-elle être payable sans déduction?* . . . . Rép. 15 mois.

456. *Epoque commune.*

Règle. Trouver la valeur présente de chaque paiement pour son temps respectif. . . . . $\left.\right\} = \frac{S}{T\,R + 1} = P$

Trouver la valeur présente de toutes les sommes ensemble . . . . $= S - P = D$

Et l'époque commune. . . . . $= \frac{D}{P\,R} = E.$

Exemples.

PIERRE devant à PAUL 200 fr. dont

40 fr.	est payable	à	3	mois	*desire savoir à quel*
60	»	»	6	»	
100	»	»	9	»	

temps est payable sous escompte de 5 pour 0/0 ?

$$1^{\circ}.\quad \left.\begin{array}{l} \frac{40}{10125} = 39{,}5061 \\ \frac{9}{1025} = 58{,}5365 \\ \frac{100}{10375} = 96{,}3855 \end{array}\right\} = 194{,}4281$$

$$2^{\circ}.\quad 200 - 194{,}4281 = 5{,}5719$$

$$3^{\circ}.\quad \frac{5{,}5719}{194{,}4281 \times 05} = 0{,}57315 = 0^{an}, 6\text{ m. } 27\text{ j.}$$

Preuve.

$$1^{\circ}.\quad \left.\begin{array}{r} 40 \times 3 = 120 \\ 60 \times 6 = 360 \\ 100 \times 9 = 900 \\ \overline{200} \end{array}\right\} = 1380 \div 200 = 6\text{ m. } 27\text{ j. } (407)$$

2°. L'escompte sur 200 à 5 pr. 0/0, sera pr. 6 m. 27 jours

$102\ 7/8 : 100 :: 200 : x = 20000 \times 8 = 160000$

$\div 823 = 194 . 42$

2e *Exemple.*

PHILIPPE doit 800 fr. en 3 billets ; savoir,

200	payable à	3	mois	*quelle sera l'époque commune à*
200	»	4	»	*l'escompte de 5 pour 0/0 ?*
400	»	6	»	

Réponse 4 mois 22 jours.

3e. *Exemple.*

MATTHIEU doit 1200 fr. payable comme il suit,

200 fr.	payable argent comptant		
500	»	10 mois et	*on demande*
le reste	»	20 mois	

quand il pourra payer le tout ensemble sous escompte de 3 pour 0/0 ? . . . . Rép. 1 an 11 jours.

437. De l'intérêt composé.

Soit M *le montant*,
P *le principal ou capital*,
T *le temps*,
R *le montant de 1 fr. pour 1 an au taux donné*,
qu'on peut trouver de la manière suivante :
100 : 105 :: 1 : x = 1,05 à 5 pr. o/o et
100 : 105,5 :: 1 : x = 1,055 » 5 1/2 pr. o/o, etc.

438. Table des taux ou raisons pr. o/o depuis 3 jusqu'à 10 pour o/o pour 1 an.

Raisons pr. o/o.	Montant de 1F.	Raisons pr. o/o.	Montant de 1F.	Raisons pr. o/o.	Montant de 1F.
3. . . .	1,03	5 1/2 .	1,055	8. . . .	1,08
3 1/2. .	1,035	6. . . .	1,06	8 1/2 .	1,085
4. . . .	1,04	6 1/2 .	1,065	9. . . .	1,09
4 1/2 .	1,045	7. . . .	1,07	9 1/2 .	1,095
5. . . .	1,05	7 1/2. .	1,075	10. . . .	1,10

439 TABLE DES DENIERS suivants pour trois *ans*, avec leur *taux* pour o/o correspondant au moyen de laquelle on peut trouver d'un *capital* donné, à quel somme ledit capital et intérêt peut se monter depuis 1 an jusqu'à 3.

Den. 10. ou 10 p. o/o.		11 9 1/11 p. o/o.	12 8 1/3 p. o/o.	14 7 1/7 p. o/o.	15 6 2/3 p. o/o.	16 6 1/4 p. o/o.	20 5 p. o/o.	21 4 16/21 p. o/o.	22 4 6/11 p. o/o.	25 4 p. o/o.
année										
1	$\frac{11}{10}$	$\frac{12}{11}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{15}{14}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{21}{20}$	$\frac{22}{21}$	$\frac{23}{22}$	$\frac{26}{25}$
2	$\frac{121}{100}$	$\frac{144}{121}$	$\frac{169}{144}$	$\frac{225}{196}$	$\frac{256}{225}$	$\frac{289}{256}$	$\frac{441}{400}$	$\frac{484}{441}$	$\frac{529}{484}$	$\frac{676}{625}$
3	$\frac{1331}{1000}$	$\frac{1728}{1331}$	$\frac{2197}{1728}$	$\frac{3375}{2744}$	$\frac{4096}{3375}$	$\frac{4913}{4096}$	$\frac{9261}{8000}$	$\frac{10648}{9261}$	$\frac{12167}{10648}$	$\frac{17576}{15625}$

L'on voit, par cette Table, que chaque fraction contient l'unité et son intérêt composé ; par exemple, 11/10 contient 1 et l'intérêt pour 1 an ; 121/120 l'unité avec l'intérêt composé pour 2 ans, etc., de manière que pour trouver le capital et l'intérêt composé d'une somme au denier 10 pour 1 an (soit de 500), il suffit d'établir la proportion suivante, 10 : 11 :: 500 : x, ou de prendre les $\frac{11}{10}$ de 500 = 500 + 50 ou 550 ; et si l'on veut le capital et l'intérêt de 500 pour 3 ans, on l'obtiendra en prenant les $\frac{1331}{1000}$ de 500 = 665,50.

Pareillement on aura l'intérêt et le principal de ladite somme de 500 pour 3 ans au denier 20, en prenant les $\frac{9261}{8000}$ de 500 = 578,8125 ; si l'on demandoit la même chose pour plus de 3 ans, par exemple pour 4 ans, 5 ans, etc., au denier 10,

19. On aura la fraction pour l'unité avec son intérêt, en élevant la fraction $\frac{121}{100}$ à son carré, ou en multipliant 4 fois la première fraction $\frac{11}{10} = \frac{14641}{10000}$;

2°. On aura la fraction pour 5 ans, en multipliant la fraction de la quatrième puissance de $\frac{11}{10}$ par la première de $\frac{11}{10}$;

En général on aura toujours la fraction demandée, en élevant la fraction de la première année, au degré de puissance marqué par le nombre des années; par exemple, l'unité avec son intérêt composé au denier 20 pour 5 ans, sera $\frac{21}{20}$ ou $\frac{21}{20}$ multiplié 5 fois $= \frac{4084101}{3200000}$, et pour 500, on auroit le capital et l'intérêt composé, en prenant les $\frac{4084101}{3200000}$ de $500 = 638^{fr}, 14234375$.

440. TABLE qui fait connoître le montant de 1 fr. avec l'intérêt composé, depuis 1 an jusqu'à 10 inclusivement, à 5 *et* 6 pour o/o par an.

Années.	Taux pr. o/o 5 p. o/o.	6 p. o/o	Années.	Taux pr. o/o 5 p. o/o	6 p. o/o
1. . . .	1,05000	1,06000	6. . . .	1,34009	1,41852
2. . . .	1,10250	1,12360	7. . . .	1,40710	1,50363
3. . . .	1,15762	1,09101	8. . . .	1,47745	1,59384
4. . . .	1,21550	1,26247	9. . . .	1,55132	1,68948
5. . . .	1,27628	1,33822	10. . . .	1,62889	1,79084

Cette Table se fait de cette manière 100 : 105 : : 1 : x = 1,05 *pour la* 1ère *année, ensuite* . . . 100 : 105 : : 1,05 : x = 1,1025 *pr. la* 2e *année, etc.* ou les 21/20 de 1 = 1,05, les 21/20 de 1,05 = 1,1025.

441. 1ère. QUESTION.

P, T, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER M?

Règle. $P \times R\ T = M$.

Exemples.

1°. *Quel sera l'intérêt et le principal de fr. 225 pour 3 ans,*

à 5 pr. o/o ? Rép. 1,05 × 1,05 × 1,05 = 1,157625 × 225, ou d'après la Table 1,15762 × 225 = f. 260. 465625 ;

2°. *Quel sera le montant et l'intérêt* de 200, à 5 pr. o/o pour 4 ans ? . . . . Rép. 243 f. 10132.

3°. *Quel sera le montant de fr.* 450 *en* 5 *ans, à* 4 pr. o/o ? . . . . Rép. 547 f. 4938.

4°. *Quel sera le montant de fr.* 500 *en* 4 *ans, à* 5 1/2 pr. o/o ? . . . . . Rép. 619 f. 4123.

Pour ces deux derniers exemples, consultez la Table ci-dessus (438).

442. 2e. QUESTION.

M, R, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER P ?

Règle. $\frac{M}{RT} = P$

Exemples.

1°. *Quel principal, avec l'intérêt* composé, à 5 p. o/o mont. en 3 ans à fr. 260,465625 ? *Rép.* 1,05 × 1,05 × 1,05 = 1,157625, $\frac{260465625}{1157625}$ = 225 fr.

2°. *Quel principal avec son intérêt*, à 5 p. o/o, montera pendant 4 ans à 243 fr. 10135 ? . . . . . . *Rép.* 200.

3°. *Quel principal avec son intérêt, à* 4 pr. o/o, montera pendant 5 ans, à fr. 547, 4938 ? . . . *Rép.* 450.

4°. *Quel principal avec son intérêt, à* 5 pr. o/o pour 4 ans, montera à fr. 619, 4123 ? . . . *Rép.* 500.

443. 3e QUESTION.

P, M, T, ÉTANT DONNÉS, TROUVER R ?

Règle. $\frac{M}{P} = RT$ dont il faut extraire la racine suivant le nombre des années pour la raison d'intérêt.

Exemples.

1°. *A quel taux* pour o/o, fr. 225 monteront-ils à fr. 260, 465625 en 3 ans? *Rép.* $\frac{260,465625}{225} = 1,157625$ dont tirant la racine cubique (comme il y a 3 ans) on aura 1,05 = 5 ponr o/o.

2°. *A quelle raison* pour o/o, fr. s'éleveront-ils à fr. 242, 10135 pendant 4 ans? . . . *Rép.* 5 pr. o/o

3°. *A quel taux* pr. o/o, fr. 450 monteront-ils à fr. 547, 4938 en 5 ans? . *Rép.* 4 pr. o/o

4°. *A quelle raison* pr. o/o, fr. 500 s'éleveront-ils à fr. 619, 4123 pendant 4 ans? . . . . *Rép.* 5 1/2 p. o/o

444. 4e QUESTION.

P, M, R, ÉTANT DONNÉS, TROUVER T?

Règle. $\frac{M}{P} = RT$ qui étant divisé par R, jusqu'à ce qu'il ne reste rien, le nombre des divisions donnera le nombre des années ou le degré de la racine de RT, exprimeroit le nombre des années.

Exemples.

1°. *Dans quel temps, fr.* 225 monteront-ils à fr. 260, 465625 à 5 p. o/o? *R.* $\frac{260,465625}{225} = \frac{1,157625}{1,05} = \frac{1,1025}{1,05} = \frac{1,05}{1,05} = 1$ pr. 1 année » d°. 3 d°.

ces 3 divisions dénotent 3 années = T.

2°. *Dans quel temps*, fr. 200 monteront-ils à fr. 243, 10135, à 5 pour o/o? . . } *Rép.* . . 4 ans.

3°. *Dans quel temps*, fr. 450 monteront-ils à fr. 547, 4938, à 4 pour o/o? . . . } *Rép.* . . 5 ans.

4°. *Dans quel temps*, fr. 500 monteront-ils à fr. 619, 4123, à 5 1/2 pour o/o? . } *Rép.* . . 4 ans.

5. DIVISION.

445 RÈGLE de COMPAGNIE.

Cette règle est une opération par laquelle on partage un nombre donné en parties proportionnelles à des rapports donnés.

Elle sert dans les cas suivants,

1°. Quand plusieurs ont fait un fonds commun, on trouve le profit ou la perte à raison de la mise de chacun ;

2°. Dans une faillite, sur le fonds qui reste, on trouve ce qui revient à chaque créditeur à raison de sa créance,

3°. Dans un héritage, on trouve ce qui revient à chaque héritier.

La règle de Compagnie peut se faire sans avoir rapport au temps, ou ayant rapport au temps, *& est fondée sur le principe établi* (226).

RÈGLE DE COMPAGNIE sans avoir égard au temps.

1er Exemple.

446. Partageant 3600 en parties proportionnelles à 4. 3. 2, à x. y. z, *quelles seront ces parties ?*

Règle, le total des parties : la somme totale à partager :: 1 partie donnée : la partie cherchée, *ainsi on aura les proportions suivantes.*

$$9 : 3600 :: \left\{\begin{array}{l} 4 : x = \\ 3 : y = \\ 2 : z = \end{array}\right\} 1 : 400 :: \left\{\begin{array}{l} 4 : x = 1600 \\ 3 : y = 1200 \\ 2 : z = 800 \end{array}\right.$$

La preuve se fait en additionnant les parties trouvées qui doivent égaler la somme totale, ainsi dans l'exemple ci-dessus l'on voit que

$$1600 + 1200 + 800 = 3600.$$

L'on

L'on voit encore qu'il faut faire autant de règles de trois qu'il y a de proportions.

2e. *Exemple.*

Trois Marchands A. B. C. ont mis une somme ensemble, A. a mis 20 } B. » 30 } C. » 40 } et ont fait un bénéfice de 180, *on demande quel est le gain de chacun ?*

Réponse,

90 : 180 :: { 20 : A / 30 : B / 40 : C } *en réduisant*, on aura

{ 20 : A = 40 / 30 : B = 60 / 40 : C = 80 } gain de chacun.

3e. *Exemple.*

Trois Marchands ont fait société,

D a mis pour sa part 750 } E » » 460 } F » » 500 } et au bout de 12 mois, ils ont gagné . . fr. 684, *on demande quel est le bénéfice de chacun ?*

Rép. D a gagné . . fr. 300
E » » 184
F » » 200

4e. *Exemple.*

Un Négociant a failli, doit à divers ; *savoir*,

à B 2800 } » C 3200 } » D 1600 } » E 2400 } = 10,000, mais il ne possede que . . fr. 8000, *savoir combien il reviendra à chaque Créancier ?*

Cette question peut se résoudre de deux manières, la première comme il suit :

$$10{,}000 : 8000 \text{ ou } 10 : 8 :: \left\{\begin{array}{l} 2800 : B = 2240 \\ 3200 : C = 2560 \\ 1600 : D = 1280 \\ 2400 : E = 1920 \end{array}\right.$$

La deuxième méthode sert à faire connoître combien le Failli peut donner pour 0/0, comme il suit :

10/000 : 8/000 :: 100 : x = 1 : 8 :: 10 : x = 80 p. 0/0, ensuite on fait proportion suivantes,

$$100 : 80 :: \left.\begin{array}{r} 2800 : B \\ 3200 : C \\ 1600 : D \\ 2400 : E \end{array}\right\} = 1 : 80 :: \left\{\begin{array}{l} 28 : B = 2240 \\ 32 : C = 2560 \\ 16 : D = 1280 \\ 24 : E = 1920 \end{array}\right.$$

Dans cette sorte de questions, quand il y a des fractions, on les néglige ordinairement.

5e. *Exemple.*

Quatre personnes se sont réunies pour faire un capital, et au bout de six mois ils ont gagné 114 francs, *on demande quelle est la part du gain de chacun*, sachant que

$$\left.\begin{array}{llll} A & a & mis & 1/3 \\ B & » & » & 1/4 \\ C & » & » & 1/5 \\ D & » & » & 1/6 \end{array}\right\} \textit{en réduisant ces fractions}$$

au même dénominateur, on aura $\dfrac{20.\ 15.\ 12.\ 10,}{60}$

et avec ces parties proportionnelles, on formera

$$\text{la proportion } 57 : 114 :: \left\{\begin{array}{l} 20 : A = 40 \\ 15 : B = 30 \\ 12 : C = 24 \\ 10 : D = 20 \end{array}\right\}$$

6e. *Exemple.*

Deux particuliers ont acheté un franc-fief de 1700 fr. par an de rente, pour la somme de 27200 fr., quand l'argent étoit

à 6 pr. o/o, *dont D a payé pour sa part* fr. 15000 et E *le reste*; quelque temps après l'intérêt de l'argent tombant à 5 pr. o/o, ils ont vendu ledit fief pour l'espace de vingt-quatre ans, *on desire savoir quelle a été la part de chacun?*

Puisqu'ils ont vendu ce fief pour 24, le montant est donc la rente de 1700 × 24 = 40800 *dont*

déduisant . . . . . 27200 *ce qu'il a coûté*

il reste. . . . . . . 13600 de bénéfice en tout, et comme avec 27200 ils ont *gagné* 13600, on aura la part de chacun en faisant la proportion suivante,

$$27200 : 13600 :: \left\{ \begin{matrix} 15000 : D \\ 12200 : E \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} 7500 \\ 6100 \end{matrix}$$

ainsi 7500 + 15000 = 22500 est *la part totale de* D

et 6100 + 12200 = 18300 *celle de* . . . E

7° *Exemple.*

D, E, F, ont placé leur capital ensemble, montant en tout à fr. 360, et sont chacun entr'eux comme 4, 6, 8, et tout le bénéfice est égal à la mise de D, *on demande quelle est,*

1°. la mise } *de chacun?*
2°. le gain }

Rép. fr. 80	est la mise	de D	et fr.	17 7/9	le bénéfice
120 »	celle	» E	»	26 6/9	»
160 »	»	» F	»	35 5/9	»

Autre exemple.

A, B, C, ayant mis leurs fonds ensemble, montant en tout à fr. 10,000, l'on a su que

A a gagné fr. 30 }
B » 50 } *quelle a été la mise de chacun?*
C » 80 }

Rép.	1875	*mise*	de A
	3125	»	» B
	5000	»	» C

8°. *Exemple.*

Trois particuliers, dans une entreprise, ont *gagné* 12000, *on demande ce qui revient à chacun à raison de sa mise*, la société

accordant au troisième qui a èté chargé de l'achat et de la vente, 4 pr. o/o de commission, outre sa part du bénéfice comme Associé ?

A	a	mis	24000
B		»	18000
C		»	12000

avant de partager le bénéfice, on doit déduire de 12000, 4 pr. o/o = 480, et le reste de 11520 doit être partagé selon sa mise ci-dessus, et l'on trouvera

que	5120	est	le gain	de	A.
	3840	»	celui	»	B.
	2560	»	d°.	»	C.

9e. *Exemple.*

5 personnes en société ont *gagné* 24000 ₶, *on demande quel a été le bénéfice de chacun ?*

A	ayant mis le 1/4 de la somme totale				
	ou	5 s.	pour	livre	
B		6	»	»	
C		4	»	»	= 20
D		3	»	»	
E		2	»	»	

Comme 20 peut être considéré comme la mise totale, et 2. 3. 4. 6. 5. comme les mises partielles, on trouvera

que	6000	est	le	gain de	A
	7200	»		»	B
	4800	»		»	C
	3600	»		»	D
	2400	»		»	E

10. *Exemple.*

Un Oncle laisse par testament 24000 à ses trois Neveux, dont le premier a 30 ans, le deuxième 20, et le troisième 10 ans, mais à condition qu'ils auront davantage à proportion qu'ils seront plus âgés, *on demande quelle sera la part de chacun ?*

D'après l'intention du Testateur, l'aîné des Neveux, qui a 30 ans, ne doit avoir que le 1/30 de ce qu'il auroit s'il n'avoit qu'un an, et ainsi de même pour les deux autres, conséquemment leurs parts peuvent être considérées comme 1/30, 1/20, 1/10 s'ils n'avoient qu'un an, leurs rapports entr'elles étant comme ces fractions.

Donc en réduisant ces fractions au même dénominateur, on aura pour numérateurs 2, 3, 6, qui expriment aussi les rapports ci-dessus, et on trouvera que leurs parts sont, pour celle du 3e 4363 7/11
2e 6545 5/11
1er 13090 10/11

11e. Exemple.

Quatre particuliers ont une somme à partager, de manière que le 1er en aura 1/3
2e » 1/4
3e » 1/6
4e » le reste = 28 ₶.

l'on demande quelle étoit la somme à partager ?

En réduisant les fractions au même dénominateur, on trouvera que la part

du	1er	sera	37 1/3	*qui font 112 ensemble, dont 28 ₶ est le 1/4.*
»	2e	»	28	
»	3e	»	18 2/3	
»	4e	»	28	

12e. Exemple.

Un jeune homme, lors du partage de la succession de son père, reçut 2100₶ qui n'étoit que les 2/3 de la part de son aîné,

et trois fois la part de l'aîné n'étoit encore que la moitié de ladite succession, *quel en étoit donc le montant ?*

Puisque la part du jeune est les 2/3 de la part de l'aîné, celle de celui-ci sera donc en proportion 3/3 qui, étant multiplié par 3, = 9/3 qui étant doublé ou $\times$ 2 = 18/3, par conséquent les parties proportionnelles sont entr'elles comme 2, 3, 18, connoissant donc la part du jeune = 2100, on aura les deux autres par les proportions suivantes,

$$2 : 2100 :: \begin{cases} 3 : x = 3150 & \text{part de l'aîné} \\ 18 : y = 18900 & \text{total de la succes.} \end{cases}$$

Règle de Compagnie, eu égard au temps.

447. La seule différence qu'il y a entre cette règle et la précédente (446), c'est que pour avoir la mise totale, il faut multiplier chaque mise par chaque tems respectif à courir, dont le produit sera considéré comme une simple mise pour 1 an ou 1 mois ou 1 jour, etc.

1er. *Exemple.*

D et E, en se mettant ensemble, ont fait un capital. D a mis 40 fr. pour 3 mois, E » 75 » 4 », et *ils ont gagné* fr. 70, *quel est le bénéfice de chacun ?*

Rép. $\left.\begin{array}{l} 40 \times 3 = 120 \\ 75 \times 4 = 300 \end{array}\right\} = 420 : 70 :: \begin{cases} 120 : D = 20 \\ 300 : E = 50 \end{cases}$ *dont l'addition* = 70 *pour la preuve.*

2e. *Exemple.*

Trois Négocians se sont mis en société pour 18 mois, D y a mis fr. 800, et au bout de 5 mois en a ôté 200 fr.; au bout de 10 mois il y a remis 300 fr., et à la fin de 14 mois il en retire 130 francs.

E, y a mis 400 fr., et au bout de 3 mois il y met 270 fr. de plus; après 9 mois il en retire 140 fr., mais y remet 100 fr. à la fin de 12 mois, et en retire 99 fr. au bout de 15 mois.

F. y a mis 900 fr., et après 6 mois en a ôté 300 fr.; à la fin

de 11 mois il remet 600 fr. ; mais retire cette somme, et 100 f. de plus à l'expiration de 13 mois ; ils ont gagné 200 francs, *l'on demande quel a été leur gain respectif?*

Rép. 1°. $18^m \times 500 = 9000 - 200 \times 13^m = 6400 + 8^m \times 300 = 8800 - 4^m \times 130 = 8280$ pour la mise de D.

2°. $18^m \times 400 = 7200 + 15^m \times 270 = 11250 - 9^m \times 140 = 9990 + 6^m \times 100 = 10590 - 3^m \times 99 = 10293$, mise de E.

3°. $18^m \times 900 = 16200 - 12^m \times 200 = 13800 + 7^m \times 500 = 17300 - 600 + 100 \times 5^m = 14300$, pour la mise de F.

D'après le principe ci-dessus (417) D. ayant mis 500 pour 18 mois, c'est comme s'il eût mis 9000 pour 1 mois, et ôtant 200 au bout de 5 mois, c'est comme s'il avoit ôté 200 $\times$ par 13 mois ce qui reste jusqu'à 18 mois, ensuite ajoutant 300 au bout de 10 mois, c'est comme s'il mettoit 300 $\times$ 8 mois ce qui reste jusqu'à 18 mois, et enfin ôtant 130 au bout de 14 mois, c'est comme s'il ôtoit 130 $\times$ 4 mois ce qui reste jusqu'au temps marqué 18 mois, de manière que toute la mise de D, pendant les 18 mois,

se réduit à 8280 }
que *celle de* E = 10293 } par la même raison on a trouvé = 32873 mise totale, par
celle de F = 14300 }

conséquent en suivant les principes (416), on trouvera

que le D	a *gagné*	50.	12350	32873 qui ajoutez ensemble = 200 fr.
E	»	62.	10474	
F	»	87.	49	

Règle de fausse position.

448. Cette règle est une opération par laquelle on cherche des nombres, par le moyen de quantités supposées ; elle est *simple* ou *double*.

Position simple.

449. Par la simple position, on suppose un nombre, et ses parties proportionnelles servent à trouver celui que l'on cherche, en observant que

le total des quantités supposées est au véritable total,

comme un nombre supposé est au total véritable requis, et l'opération sera bien faite si l'addition des parties ensemble égale le total donné.

1er Exemple.

Un Chef d'institution répondit à quelqu'un qui lui demandoit le nombre de ses Elèves, que s'il en avoit encore autant qu'il avoit, plus la 1/2 d'autant, et le 1/4 d'autant, il en auroit 88; combien en avoit-il?

Supposition	40	total.	total	N sup.	N, véritable		
autant . .	40	= 110 :	88. ::	40 : x =	32		
la 1/2 d^o. .	20				32	autant	
1/4 d^o. .	10	supposé vrai			16	la 1/2 d^o.	
					8	1/4 d^o.	

Preuve par l'addition. 88

Autre preuve, soit x l'inconnue

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 88 = 11^x = 352$$

$$x = 352 \div 11 = 32$$

2e. Exemple.

Quelqu'un, interrogé sur le nombre de ses Napoléons, *répondit*, que si l'on ajoutoit ensemble le 1/3, le 1/4 et le 1/6 de ce qu'il en avoit, on en trouveroit 54; *savoir, combien il en avoit?* . . . . Rép. 72.

3e. Exemple.

A, B et C achetent ensemble de la marchandise pour fr. 1200, à condition que B en aura 1/3 plus que A, et C 1/4 plus que B; je desire *savoir combien chacun doit payer à proportion?* . . . . . Rép. A 300, B 400, C 500

4e. *Exemple.*

Un Propriétaire rencontrant un jeune homme qui menoit des poulains à la foire, *lui dit* : où allez-vous avec vos 30 bêtes ? Celui-ci répondit, je n'en ai point 30, mais si j'en avois encore autant que j'en ai, la 1/2 d'autant et 5 de plus, j'en aurois véritablement 30, *combien en avoit-il ?* . . . . Rép. 10.

5e. *Exemple.*

Quelqu'un ayant prêté une somme d'argent à l'intérêt simple de 6 pr. o/o par an, et au bout de 10 ans, a reçu pour principal et intérêt, fr. 3000, *quelle étoit la somme prêtée ?* . . . . Rép. 1875. (419).

6e. *Exemple.*

Un Fermier rencontrant un Berger qui conduisoit ses moutons, lui en demanda le nombre; celui-ci répondit, si j'en avois autant comme autant,

la 1/2 de autant,
le 1/4 d'autant
et 1 de plus,
j'en aurois 100,
combien en avoit-il ?
Rép. . . . 36.

Position double.

450. Cette règle sert, non pas à partager le nombre proposé, mais seulement une partie de ce nombre en parties proportionnelles à des nombres donnés.

1er *Exemple.*

On voudroit partager 200 fr. entre A, B, C, de manière que

B ait fr. 6 plus que A et C fr. 8 plus que B, *quelle doit être la part de chacun?* soit 40 le nombre supposé du premier, alors on aura

$$\left.\begin{array}{lll} \text{pour} & A\ldots & 40 \\ \text{»} & B\ldots & 40+6 \\ \text{»} & C\ldots & 40+6+8 \end{array}\right\} = 120 + 20 = 140$$

L'on voit, par cette supposition, que 140 contient 3 parts égales de 40 fr. plus 20 fr.

Par conséquent, 200 fr. doit contenir aussi 3 parts égales, et 20 fr. de plus, ôtant donc 20 de 200 fr., il restera 180 proportionnel à 120, et on aura la proportion $120 : 40 :: 180 : x = 60$, ou plus simplement comme 180 doit contenir 3 parts égales comme 120, on aura

$$\frac{180}{3} = 60 \text{ part de A}$$

autre manière — ensuite $60 + 6 = 66$ » B

$$\left.\begin{array}{l} x \\ x+6 \\ x+14 \end{array}\right\} = 3x + 20 = 200 \quad 3x = 200 - 20$$

$60 + 6 + 8 = 74$ » C

preuve fr. 200

$$x = \frac{180}{3} = 60.$$

2e *Exemple.*

Quelqu'un ayant demandé à un Marchand combien il avoit gagné de Napoléons, celui-ci lui répondit que, si, outre ce qu'il a gagné, il en avoit encore gagné de plus, la 1/2, le 1/4, les 2/3 et 5 par-dessus, il en auroit gagné 150; *on demande combien il en a gagné en tout?*

Comme les 5 Napoléons de plus ne sont pas en proportion avec 1/2, 1/4, 2/3, on peut d'abord ôter les 5 Napoléons de 150 = 145; par conséquent, les nombres 145 doit égaler le gain inconnu, + la 1/2, le 1/4, les 2/3 dudit gain, supposant donc ce gain de 24, on aura

pour la	1/2. . . .	12
	1/4. . .	6
	2/3. .	16
		58

alors $58 : 145 :: 24 : x = 60$ *pour le gain cherché*

dont la $1/2 = 30$

$1/4 = 15$

$2/3 = 40$

145

plus, les 5 Napol. 5 déduits ci-dessus.

Preuve 150

Autre manière.

Soit x le gain inconnu, on aura

$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{2x}{3} + 5 = 150$ de cette égalité ôtant 5 de part et d'autre, le rapport sera le même, et on aura

$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{2x}{3} = 145$; comme on peut effacer les fractions en multipliant les 2 côtés par un même nombre sans changer le rapport, on aura

$$\left.\begin{array}{l} 2x + x + \frac{2x}{4} + \frac{4x}{3} = 290 \\ 8x + 4x + 2x + \frac{16x}{3} = 1160 \\ 24x + 12x + 6x + 16x = 3480 \end{array}\right\} \begin{array}{l} = 58x = 3480 \text{ ou} \\ x = 3480 \div 58 = 60. \end{array}$$

l'on voit par cet exemple que les parties proportionnelles de 60 *correspondantes à* $1/2$, $1/4$, $2/3$, *sont entr'elles comme* 24, 12, 6, 16, *c'est-à-dire, que l'on auroit*

$$\left.\begin{array}{l} 24 : 12 :: 60 : x = 30 \\ 24 : 6 :: 60 : x = 15 \\ 24 : 16 :: 60 : x = 40 \end{array}\right\} = 85 + 60 + 5 = 150$$

3e. *Exemple.*

Un particulier a *deux pots d'argent* de poids différent, avec un *seul couvert* pour les 2, pesant 5 grammes, de façon que quand il est sur le pot le plus leger, ils pesent ensemble le double du

pot le plus lourd, et que quand le couvert est placé sur le pot le plus lourd, ils pesent ensemble trois fois autant que le plus leger, *on demande quel est le poids des 2 pots d'argent?*

Réponse. 3 *grammes* pour *le pot le plus leger*,
» 4 » » » » *lourd*.

En effet, soit x le poids du pot le moins pesant,
y celui » plus lourd,

on aura, 1°. $x + 5 = 2^y$ } ou $y = 3^x - 5$
2°. $y + 5 = 3^x$ } $x = 2^y - 5$

ou $y = 2y - 5 \times 3 - 5 = y = 6y - 15 - 5 = 20 = 5y = 4$
et $x = 6x - 10 - 5 = 15 = 5x$, $x = \frac{15}{5} = 3$

4e. *Exemple.*

Un jour A, B, C jouoient à un jeu de hasard, l'argent qu'ils avoient mis bas se montoit à 196 Napoléons doubles; mais survenant une dispute, chacun en prit autant qu'il put. A en prit une quantité, B autant que A, et 16 de plus, et C la 1/6e partie de leur somme ensemble; *savoir, combien chacun en prit?*

Rép.	A	en prit	76
	B	»	92
	C	»	28
	Preuve		196

5e. *Exemple.*

Un capitaliste ayant acheté une maison avec un jardin et un cheval pour 500 louis d'or, *on desire savoir le prix de chacun?* l'on sait seulement qu'il a payé 4 fois le prix du cheval pour le jardin, et 5 fois le prix du jardin pour la maison.

Réponse. { 20 prix *du cheval*,
80 » » *jardin*,
400 » » *de la maison*,

Preuve 500 louis d'or.

6e. *Exemple.*

Trois personnes R, S, T, s'entretenant de leur âge, R se

mit à dire qu'il avoit 30 ans, pour moi, dit S, je suis aussi vieux que R, et de plus, j'ai un 1/4 de l'âge de T; je suis aussi âgé que vous deux ensemble, repliqua T, *quel étoit l'âge de chacun?*

Réponse.	R	avoit	30
	S	»	50
	T	»	80

7e. *Exemple.*

Un Ecolier ayant pris des pommes dans un jardin fut surpris par B, mais pour l'appaiser il lui en donna la 1/2, et B *lui en rend* 10;

Plus loin, il rencontre C, qui lui prend la 1/2 de ce qui lui restoit, et *lui en rend* 4;

Peu après il rencontre D, qui lui prend encore la 1/2 de ce qu'il lui restoit, et *lui en rend* 1;

Enfin, arrivé chez lui sain et sauf, il trouve qu'il ne lui *en reste que* 13; savoir, *combien il en avoit d'abord?* Rép. 60.

8e. *Exemple.*

Un Seigneur entrant dans un jardin, rencontra quelques Dames, et leur dit: mes 10 Dames, je vous souhaite le bon jour; une d'elles répondit, si nous étions 2 fois autant que nous sommes, nous serions autant au-dessus de 10 que nous sommes maintenant au-dessous, *combien étoient-elles?* . . Rép. 5.

9e. *Exemple.*

Un particulier a un bassin avec deux robinets,

L'un procure de l'eau, de manière à emplir seul le bassin en 3 heures 3/4, et l'autre le videroit seul en 2 heures 1/2; mais laissant les 2 robinets libres à la fois; il voudroit savoir dans combien d'heures le bassin seroit vidé.

Pour résoudre cette question, il faut, 1°. voir quelle

partie du bassin seroit emplie par un robinet et vidée par l'autre en 1 heure ; 2°. voyant qu'il seroit plutôt vide que plein, il faut chercher en combien de temps il seroit vide,

1°. Prenant le bassin pour unité, on aura

$3^h\ 3/4 : 1^b :: 1^h : x = 4/15^b$ du bassin de plein,

$2^h\ 1/2 : 1^b :: 1^h : x = 6/15$ d^o. de vide

pendant une heure, donc dans l'espace d'une heure, le bassin auroit $6/15 - 4/15 = 2/15$ de vide ;

2°. Maintenant il faut dire, si les 2/15 du bassin sont vides en 1 heure, dans combien de temps tout le bassin le sera-t-il entiérement, ou

$\frac{2}{15}^b : 1^h :: 1^b : x = \frac{15}{2}$ ou $7^h\ 1/2$; c'est-à-dire, qu'il seroit tout-à-fait vide au bout de 7 heures 1/2.

En renversant la question, on trouveroit que ledit bassin seroit 7 heures 1/2 à s'emplir.

4e. DIVISION.

451. *Règle* D'ALLIAGE.

Il y a deux sortes de Règle d'alliage, ALLIAGE MOYEN ET ALTERNATIF.

De L'ALLIAGE MOYEN.

452. Cette règle est une opération par laquelle on cherche le prix moyen entre plusieurs valeurs différentes, dont la quantité et la valeur particulière est connue, de manière que *toute la composition est à la valeur totale*, comme *une partie de la composition est au prix moyen.*

Elle se fait en suivant le même principe qu'avec l'époque commune (407), c'est-à-dire, en multipliant chaque quantité donnée par sa valeur respective, et diviser la somme des produits par la somme des quantités données.

1er. Exemple.

Un Fermier ayant différents grains ;
savoir, 20 boisseaux de *blé*, à 5# le boisseau,
36 » » *riz* 3# »
40 » » *d'orge* 2# »
voudroit savoir à quel prix moyen il pourroit vendre le tout ?

$$\left.\begin{array}{r} 20 \times 5 = 100 \\ 36 \times 3 = 108 \\ 40 \times 2 = \ \ 80 \\ \hline 96 \qquad\quad 288 \end{array}\right\} = 96 : 288 :: 1 : x = 3^{\#}$$

pour prix moyen par boisseau

Preuve 96 × 3# = 288 pour valeur totale.

2e. Exemple.

Un Marchand de vin a différents vins ; savoir,
100 litres de *vin français*, à 1 franc le litre,
160 » » » *commun* » 0. 75c »
40 » » » *macon* » 1. 60 »
50 » » » *bourgogne* » 1. 25 »
350

s'il mêle ces vins, à *combien reviendra le litre de ce mélange ?* . . . . Rép. 0f, 99 le litre.

3e Exemple.

Un Fabricant emploie 600 Ouvriers ; savoir,

100	à	20 s.	par	jour	*savoir à combien lui revient chaque Ouvrier ?*
200	»	40	»	»	
100	»	30	»	»	
200	»	50	»	»	Rép. . . . 38 s. 4 d.
600					

4e Exemple.

Un Orfèvre a fondu plusieurs matières d'argent,
2 kilogr. à 100f
2 » 96 } on demande à combien lui
1 » 92
5
revient le kilogramme de cette fonte ?

Réponse. $\frac{480}{5} = 96$ fr.

5e. Exemple.

Un Affineur a de l'or à différents titres,

3 hect.	au	titre	de	900 millièmes,
3	»	»		974
3	»	»		925
9				

il veut fondre le tout ensemble, et savoir quel en sera le titre moyen? . . . . Rép. $\frac{8397}{9}$ = 933 millièmes.

6e. Exemple.

Ayant fondu 3 lingots d'or ensemble, pesant

le 1er	3 hect.	75 grammes	=	375	au titre de	800 millièmes,
2e	4 »	25	=	425	» »	900
3e	4 »	0	=	400	» »	700

je demande quel est le titre moyen de la fonte?

Rép. 375 × 800 = 300000
425 × 900 = 382500
400 × 700 = 280000
1200 . . . 962500 ÷ 1200 = 802 1/12 millièmes.

7e. Exemple.

Ayant fondu 2 lingots d'or, l'un pesant
2 marcs 7 onces 3 gros, au titre de 20 karats 20/32
3 » 7 » 5 » » 21 » 18/32.
quel est le titre de la fonte?

Rép. en réduisant les marcs en gros et les kar. en 32ièmes,
on aura 297990 32e. ÷ 440 gros = $\frac{677}{32}$ = 21 karats 5/32.

8e. Exemple.

Ayant pris du papier à différents taux d'intérêts;
savoir, 6000 à 5 pr. o/o par an
10000 » 6 » » »
14000 » 7 » » »
quel est l'intérêt moyen?

Rép. 6000 × 5/100 = 300
10000 × 6/100 = 600
14000 × 7/100 = 980
30000 . . . 1880 = 3000 : 188 :: 100 : x = 6 4/15

De

De l'ALLIAGE alternatif.

453. Par cette règle, quand le prix de plusieurs articles sont donnés, on trouve quelle quantité il faut de chacun pour en former un mélange qui revienne au prix proposé. *Pour cela, il faut,*

1°. Placer les prix des articles donnés les uns sous les autres, de manière que le prix moyen proposé soit placé seul à gauche;

2°. Chercher la différence du plus grand des prix particulier, d'avec le prix proposé, et considérant le nombre qui exprime cette différence comme la quantité qui doit entrer dans le mélange proposé des marchandises du *prix* le *plus bas*, on écrit cette différence à droite vis-à-vis du chiffre qui exprime le *prix* le *plus bas*;

3°. Chercher ensuite la différence du prix le plus bas d'avec le prix proposé, et considérant cette différence comme la quantité qui doit entrer dans le mélange proposé des marchandises *du prix le plus haut*, on écrit cette différence à droite, vis-à-vis du chiffre qui exprime le *prix* le *plus haut*.

Cela posé, il peut y avoir 3 cas,

1°. Les prix des différents articles peuvent être donnés ainsi que le prix moyen proposé, sans aucune quantité donnée, pour chercher combien il faut de chaque article pour composer le mélange;

2°. Outre les prix des différents articles et le prix moyen proposé donné, on peut aussi donner une quantité totale de ce articles pour trouver les autres proportionnelles à celle qui est donnée;

3°. Outre les prix des différents articles et le moyen proposé donné, on peut aussi donner le total de toute la composition pour chercher combien il faut d'articles de chaque sorte pour faire ce mélange.

454. SECTION Iere.

De l'ALLIAGE alternatif sans aucune quantité donnée.

RÈGLE. Il faut prendre la différence entre le prix de

chaque article et le prix moyen, et placer la différence du prix le *plus haut* vis-à-vis du prix le plus bas, et ensuite placer la différence du prix le *plus bas* vis-à-vis du prix le plus haut, (423).

1er. *Exemple.*

Un Marchand de vin a de l'eau-de-vie de deux qualités, l'une à 30 s. la bouteille, et l'autre à 60 s.; *il demande combien il en faut de l'un et l'autre prix* pour faire un mélange qui revienne à 40 s. *la bouteille?*

40)	30 s.	20b de 30s =	600	ce qui sert de preuve, car
	60 s.	10 de 60 =	600	
à 40 s.		30 bouteilles =	1200 s.	

ayant trouvé que le total du mélange étoit 30 bouteilles, on a la proportion 1bout : 40 s. moyen :: 30 bout : x = 1200 s.

L'on voit aussi par cet exemple que pour faire de l'eau-de-vie à 40 s., il faudroit 10 bouteilles à 60 s. et 20 bouteilles à 30 s., et qu'il y a compensation; car en supposant qu'on vende cette eau-de-vie séparément, on aura 1200 s. comme avec la composition.

La preuve ci-dessus se fait comme avec l'alliage moyen. (422)

$$\left.\begin{array}{l} 20^b \times 30\text{ s.} = 600 \\ 10 \times 60 = 600 \end{array}\right\} = 1200\text{ s.}$$

2e. *Exemple.*

Un Marchand de vin veut faire un mélange avec du vin de 18 fr., de 20 fr., 24 fr. et 28 fr. par décalitre, *il demande quelle quantité il doit employer de chacune pour vendre le tout ensemble à 22 fr. par décalitre?*

		D	×	F		preuve
Réponse.	18	6	de	18	=	108 fr.
	20	2	»	20	=	40
moyen 22.	24	2	»	24	=	48
	28	4	»	28	=	112
Total du mélange. .		14 D				308F. prix total

En effet, 1D : 14D :: 22F : x = 308F.

Nota. Il y a autant de manières d'avoir la solution de ces sortes de questions, qu'il y a de manières de comparer les différents prix donnés.

3e. *Exemple.*

Un Épicier ayant du thé à 16 ₶, 14 ₶, 9 ₶ *et à* 8 ₶, demande combien il peut en vendre un mélange de chaque sorte à 10 ₶ *par livre ?*

Réponse. . . .	2 ₶	à	16 ₶
	1	»	14
	4	»	9
	6	»	8

4e. *Exemple.*

Un Fermier voulant vendre différents grains; savoir,

de l'orge	à	3 s.	6 d.	le	litre,
du riz	»	4 s.		»	»
de l'avoine	»	2 s.		»	»

demande combien il doit en donner de litres de chaque sorte pour que le tout se vende à 2 s. 6 d. le litre ?

Réponse 6 lit. d'*orge*,
6 » *de riz*,
30 » *d'avoine* = 18 + 12.

Voyez la note ci-dessous, après le 6e exemple.

5e. *Exemple.*

Un Négociant ayant du *raisin*

du Levant,	à	7 ₶	par	kil.		*il demande*
de *Malaga*,	»	6 ₶	»	»		
de *Smirne*,	»	4 ₶	»	»		

combien il doit en mêler de chaque sorte pour le vendre ensemble 5 ₶ *par kilogramme ?*

Rép. 1 kil. de *raisin du Levant*,
1 » » *de Malaga*,
3 » » *de Smirne.*

6e. Exemple.

Un Marchand de tabac ayant du tabac
à 1 franc par livre }
1. 25 » » } *il demande*
1. 50 » » }
combien il doit en mêler de chaque sorte pour le vendre ensemble, à 1F. 20 *la livre ?*

Rép. . 30 + 5 = 35# de 1F
20 » 1. 25
20 » 1. 50

Nota. Il faut observer que quand il n'y a que trois prix de marchandises proposés, le prix du milieu donne non-seulement une différence que l'on écrit avec le signe + à côté du chiffre déjà écrit vis-à-vis du prix le *plus bas*, mais encore on a coutume d'écrire au vis-à-vis du prix du milieu une quantité égale à celle écrite vis-à-vis du prix le plus haut comme en a vu dans les exemples précédents ; *ainsi dans le* 6e, *on a opéré ainsi*,

1,20	150	. . . . . .	20	×	150	=	3000
	125	. . . . . .	20	×	125	=	2500
	100	. 30 + 5 =	35	×	100	=	3500
			75#				90,

par conséquent,
1# : 75# :: 1,20 : x = 90.

1,20)	150	. . . . . .	20	×	1,50.	=	3000
	125	. . . . . .	20	×	1,25	=	2500
	100	. . 30 + 5 =	35	×	1,00	=	3500
			75#				90, : x

par conséquent, 1# : 75# :: 1,20 : x = 90

7e. Exemple.

Un Marchand ayant du café à 1F 50, 2F 10, 2F 80, 3F 60

et 4 fr. le kilogramme, demande combien il lui en faut de chaque sorte pour qu'il revienne à 2 fr. 40 ?

Rép. 2,40	1,50	160 + 40 = 200kil	× 1,50 =	30000
	2,10	 120	× 2,10 =	25200
	2,80	 90	× 2,80 —	25200
	3,60	 30	× 3,60 =	10800
	4,00	 90	× 4,00 =	36000
		k. 530		1272,00

1k : 530k :: 2,40F : x = 1272,00

8e. *Exemple.*

Le même ayant du Café de 2 fr., de 3 fr., de 5 fr., de 6 fr., de 7 fr. et de 8 fr., desire savoir combien il en faut de chacun pour qu'il revienne à 4 francs le kilog. ?

	F	kil.	kil. de	
Réponse, 4	2	4 + 2 + 1 = 7	× 2 =	14
	3	 3	× 3 =	9
	5	 2	× 5 =	10
	6	 2	× 6 =	12
	7	 1	× 7 =	7
	8	 2	× 8 =	16
	4F	× 17k	=	68F

Dans les deux exemples précédents, la différence des prix restants est portée avec le signe + au côté du prix le *plus bas*; et, outre cela, l'on écrit au vis-à-vis des prix restants, la différence du plus bas prix avec le prix moyen proposé, comme 90 dans le 7e exemple = 90 différence,
et 2 dans le 8e » = 2 diff. du prix le plus *bas*.

9e. *Exemple.*

Ayant de l'argent *au titre* de 11 den. 15 gr. de fin,
et au titre de 10 den. 6 » »
je demande combien il en faut de l'un et l'autre pour le mettre à 10 d. et 20 gr. ?

Rép. 14^m du titre de 11 d. 15 gr. = 279 gr. de fin,
19 *d'.* 10 d. 6 gr. = 246 gr. »

10e Exemple.

Ayant de *l'or à* 23 *kar.* 15/32 et *à* 21 *kar.* 18/32 } combien en faut-il de chaque sorte pour en faire de l'or, à 22 kar. 25/32?

Rép. 22 marcs au titre de 21^k. 18/32 = 690 gr. de fin.
39^m » 23^k 15/32 = 751 » »

11e. Exemple.

Ayant de l'or ou de l'argent au *titre suivant*
de 800 *millièmes*,
de 820 »
de 900 »
de 950 »
combien de kilog. en faut-il de chaque titre pour en faire un mélange au titre de 840 millièmes?

			kil.	×				
Rép.	840	800	110	de	800 mill^e	de fin	=	88000. mill^e
		820	60	»	820	»	=	49200.
		900	20	»	900	»	=	18000.
		950	40	»	950	»	=	38000.

1 *kilog.* : 230 kil. :: 840 mil^e : 193200 mil^e.

ou $\frac{193200}{230}$ = 840 millièmes.

455. IIe SECTION.

De l'alliage alternatif partiel, ou on donne une quantité *des prix proposés avec le prix moyen.*

RÈGLE. Il faut prendre la différence entre chaque prix et le prix-moyen, comme dans la section précédente. (424).

De-là il suit que la différence de l'article dont la *quantité* est donnée; est au reste de chaque différence séparément, comme la *quantité* donnée est à chaque quantité cherchée.

1er *Exemple.*

Un Distillateur ayant intention de faire *un mélange* de différentes eaux-de-vie ; savoir , 40 *veltes* à 12 ₶ *par velte* , avec de la Rochelle à 7 ₶ , et de la commune à 4 ₶ , *demande* combien il faut de chacune pour que le mélange revienne à 8 ₶ par velte ?

			quantité donnée		*pour trouv. les autres on aura*
Rép. 8	12	4 + 1 = 5v	40v à 12₶	= 480₶	5v : 4v :: 40 : x = 32
	7	 4	32 » 7	= 224	5 : 4 :: 40 : x = 32
	4	 4	32 » 4	= 128	
			104	832₶	

* *Preuve* 104v : 1v :: 832₶ : x = $\frac{832}{104}$ = 8₶ pr. v

l'on voit que	40v	à	12₶	font	480₶
	32	»	7	»	224
	32	»	4	»	128

} = 832₶

pareillement que 104v à 8₶ moyen donné = 832₶.

Suivez le même principe pour les questions suivantes.

2^e. *Exemple.*

Un Marchand de tabac veut faire *un mélange de 20 kilog. de tabac , à 15 fr. par kilog. , avec d'autres tabacs à 16 fr. , 18 fr. et 22 fr. le kilog.* , on demande combien il lui en faut de kilogrammes , de chaque sorte , pour qu'il revienne à 17 fr. le kilogramme ?

	F	k	kil.		kil.		kil.
Rép.	15	5. . .	20	*ensuite*	5 : 1 ::	20 :	4
F 17	16	1. . .	4		5 : 1 ::	20 :	4
	18	1. . .	4		5 : 2 ::	20 :	8
	22	2. . .	8				
		9	36				

Preuve 36k × 17F = 612F

ou

20 × 15 = 300
4 × 16 = 64
4 × 18 = 72
8 × 22 = 176

36k : 1k :: 612 : x = 17F

Si on veut avoir des parties proportionnelles à 20 kil. donnés, qui soient entr'elles comme les nombres 5. 1. 1. 2. on aura

$$9^k : 20^k :: 5 : x = 11.\ 1/9$$
$$9 : 20 :: 1 : x = 2.\ 2/9$$
$$9 : 20 :: 1 : x = 2.\ 2/9$$
$$9 : 20 :: 2 : x = 4.\ 4/9$$

3e. Exemple.

Un Fermier voulant *mêler* 20 *sacs de blé à* 60 ₶ *le sac, avec du riz, à* 36 *fr. le sac ; de l'orge, à* 24 *fr., et de l'avoine, à* 18 *fr. le sac*, demande combien il faut qu'il en prenne de chaque sorte pour que tout revienne à 32 fr. le sac ?

Réponse	20	sacs de	*blé*,
	11 3/7	»	de *riz*,
	5 5/7	»	d'*orge*,
	40	»	d'*avoine*.

4e. Exemple.

Le même voulant *mêler du blé à* 4 *fr. le décalitre, du riz à* 3 fr., de *l'orge* à 2 fr. *par décalitre*, avec 12 *décalitres d'avoine*, à 18 s. par décalitre, desire savoir combien il doit en prendre de décalitres de chaque sorte pour vendre le tout à 3 fr. 50 par décalitre ?

Réponse	110,4	*décalitres*	de *blé*,
	12	»	*riz*,
	12	»	d'*orge*,
	12	»	d'*avoine*.

5e. Exemple.

Un Négociant ayant 200 *kil. de café à* 1 *fr.* 50 *le kil.*, *et voulant le mêler avec du café de* 2 *fr.* 50, 2 *fr.* 80, 3 *fr.* 60 *et* 4 *fr.*, demande combien il faut en prendre des autres sortes pour que le mélange revienne à 2 fr. 40 le kilogramme ?

Rép. 200	*kilogr.*	à	$1^F,50$	(424)
120	»		2, 10	
90	»		2, 80	
30	»		3, 60	
90	»		4, 00	

6. *Exemple.*

Un Marchand ayant acheté, au premier Janvier, pour 42770 fr. de marchandises, payables à 9 mois, c'est-à-dire, au premier Octobre suivant, à condition que s'il paie une partie de la somme, on lui accordera du temps à proportion pour payer le reste, mais il a fait un

paiement au 1^{er} *Mars*,
1 *autre* 1 *Juin*,
1 *autre* 1 *d'Août*, on lui a accordé d'en
faire 1 *autre* le 1 *Février* de l'année suivante,
et il a enfin *soldé le tout le* 1 *Juillet d'après*; on demande combien il a payé chaque fois ?

Réponse. Voyant que la première somme s'est payée au bout de 2 mois, la seconde au bont de 5, la troisième au bout de 7 mois, etc.; on aura

	2	. . . .	9^F
	5	. . . .	9
1^{er} Oct. 9^m	7	. . . .	4
	13	. . . .	2
	18	. . . 7 + 4 =	11
			35^F

ce qui prouve qu'on auroit payé, sur 35 *fr.*, *la somme*

de 9 fr.	au bout de	2 mois,
9	»	5
4	»	7
2	»	13
11	»	18

par conséquent on aura les proportions suivantes,

	9 : x =	10998.	1er	paiement.
	9 : x =	10998.	2	d°.
35F : 42770F ::	4 : x =	4888.	3	d°.
	2 : x =	2444.	4	d°.
	11 : x =	13442.	5	d°.

456. ## SECTION III.

De L'ALLIAGE alternatif total ou le prix moyen, les prix des différents articles et leur quantité totale sont donnés, pour trouver combien il en faut de chaque sorte pour former cette quantité.

Règle. Il faut chercher la différence entre chaque prix, et le moyen comme ci-dessus. (424).

Cela posé, on trouvera que

la somme de la différence : chaque différence particulière :: la quantité totale donnée : la quantité demandée.

1er. *Exemple.*

Un Epicier a 4 *sortes de sucre à* 12 *fr.*, 10 *fr.*, 6 *fr.*, *et* 4 *fr. le kilogramme*, et voudroit en mêler ensemble 144 kil° à 8 fr. le kilogr., combien doit-il en prendre de chacun?

R.	F	diff.	part. total.		Preuve.	
	12	4	48k	à 12f =	576f	12k : 4 :: 144 : x = 48
8	10	2	24	» 10 =	240	12 : 2 :: 144 : x = 24
	6	2	24	» 6 =	144	12 : 2 :: 144 : x = 24
	4	4	48	» 4 =	192	12 : 4 :: 144 : x = 48
		12	144k		1152F	

ou si 144k : 1152F :: 1k : x = 8F *ou encore*

1k : 8F :: 48 : x = 384F
1 : 8 :: 24 : x = 192
1 : 8 :: 24 : x = 192
1 : 8 :: 48 : x = 384
= 1152F

2e. *Exemple.*

Un Droguiste *ayant* 4 *sortes de thé à* 5 *fr.*, 6 *fr.*, 8 *fr. et* 9 *fr. par* ℔, voudroit en faire un mélange de 87 ℔, à

7 fr. la ℔, quelle quantité en faut-il prendre de chaque sorte ?

Réponse.	14 ℔ 1/2	du *thé*,	à	5 fr.
	29	»	»	6
	29	»	»	8
	14 1/2	»	»	9

3e. *Exemple.*

Le même ayant des *drogues à* 8 *s.*, 5 *s. et* 4 *s. le kil.*, *en a fait* 2 *paquets ; l'un de* 28 *kil.*, *à* 6 *s. le kil.* *et l'autre de* 42 *d°.* 7 *s.* *d°.* } combien en faut-il de chaque sorte pour chaque paquet ?

Rép.	12 kil. de 8 s.		30 kil. de 8 s.
	8 » 5 s.		6 » 5 s.
	8 » 4 s.		6 » 4 s.
pour	28 kil. le 1er *paquet* pr.	42	le 2e *paquet.*

4e. *Exemple.*

Un Marchand de vin a 4 sortes de vin ; savoir,

du	*vin blanc*,	à 4 s.	la *pinte*,
d°.	*de Macon*	» 6 s.	*d°.*
d°.	*Malaga*	» 8 s.	*d°.*
d°.	*Madère*	» 10 s.	*d°.*

il voudroit en faire 60 *pintes* à 5 s., combien lui en faut-il de chaque sorte ?

Réponse.	45	pintes du	*vin blanc*,
	5	»	» *Macon*,
	5	»	» *Malaga*,
	5	»	» *Madère*.
	60	à 5 s. = 300 s. = 15 ₶	

5e. *Exemple.*

Un Orfévre a *de l'or à* 24 *et à* 20 *karats*, *mais il en voudroit faire* 60 *marcs au titre de* 22 *karats*, combien de marcs doit-il prendre de chacun des 2 premiers titres ?

Réponse.		2	*marcs*	de 20	*karats*,
	et	2	*d°*	à 24	*d°*.

car la différence des titres étant égale, la quantité que l'on prend doit être égale.

6^e^. *Exemple.*

Un Horloger veut faire des montres d'or au titre de 21 karats 21/32, pesant 120 marcs ; *mais ayant de l'or à 21 karats* 17/32 *et à* 24 *karats*, demande combien il faut de marcs d'or de ces deux derniers titres pour faire ladite composition de 120 marcs, à 21 karats 21/32 ?

Rép. *En réduisant les karats en* 32^{emes}, *on aura*

$$21\text{ k. }21/32 = 693 \left| \begin{array}{l} 689 \\ 768 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 75 \textit{ marcs, ensuite on fait les pp}^{\textit{tions}} \textit{ suiv.} \\ \dfrac{4}{79^m} \quad » \; 79^m : 120^m :: 75 : x = 113^m\ 73/79 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 4 : x = \;\; 6^m\ 6/79 \end{array}$$

7^e^. *Exemple.*

Un Fondeur a 10^m	d'*argent au titre* de	9^d	20^{gr}	= 236	gr.
8	» »	10	20	= 260	»
55	» »	11	9	= 273	»

on demande combien il faut qu'il prenne de marcs de chaque titre pour faire un *mélange de* 100 *marcs* au titre de 10 d. 22 gr. = 262 grains ?

$$\textit{Rép.} \quad \begin{array}{r} \\ \text{gr.} \\ 262 \end{array} \left| \begin{array}{l} 236^{gr} \\ 260 \\ \\ 273 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \ldots\ldots 11^m \quad 22^m \times 236^{gr} \\ \ldots\ldots 11 \quad 22 \times 260 \\ \\ 26 + 2 = 28 \quad 56 \times 273 \\ \hline \qquad\quad 50^m \quad 100 \end{array} \right\} \begin{array}{r} 11^m : x = 22^m \\ 50^m : 100^m :: 11 : x = 22 \\ 28 : x = 56 \end{array}$$

$$\frac{26200}{262} = 100^m$$

8e. *Exemple.*

Le même ayant *de l'or à* 4 *titres différents* ;

savoir, à 800 *millièmes*,
» 820 »
» 900 »
» 950 »

et voudroit en mêler ensemble 690 *kilogrammes au titre*

de 840 *millièmes*, combien de kilogrammes faut-il employer de chaque titre ?

Réponse,

titre	800	110k	330k	*du tit.* de 800	*mill.*
m	820	60	180	». . . 820	»
840	900	20	60	». . . 900	»
moyen.	950	40	120	». . . 950	»
		230k	690k	3470 ÷ 690 = 840mill.	

$$\text{ou}\quad \left\{\begin{array}{l} 230 : 690 :: 100 : x = 330 \\ 230 : 690 :: 60 : x = 180 \\ 230 : 690 :: 20 : x = 60 \\ 230 : 690 :: 40 : x = 120 \end{array}\right\} = 690 \text{ kil.}$$

CHAPITRE IV.

DES PROGRESSIONS.

457. Les progressions ne sont autre chose que des proportions continues prolongées au-delà de 3 termes, et par conséquent une suite de raisons égales dans lesquelles le conséquent de l'une est l'antécédent de l'autre.

Mais comme il y a deux sortes de raisons, il y a aussi deux sortes de progressions.

SECTION Iere.

Des progressions arithmétiques.

458. Une progression arithmétique est une suite de termes dont chacun surpasse celui qui le précede, ou en est surpassé.

Exemple.

÷ 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25, etc.

÷ 25. 22. 19. 16. 13. 10. 7. 4. 1.

Comme les propriétés de la progression *croissante* et *décrois-*

deux nombres donnés autant de moyens arithmétiques que l'on veut), » *il faut ôter le plus petit de ces deux nombres du plus » grand, et diviser le reste par le nombre des moyens* + 1, *le » quotient sera la raison ou différence qui doit régner dans la » progression* ». Par exemple, pour interposer 8 moyens arithmétiques, entre 4 et 11, je soustrais 4 de 11, il reste 7 que je divise par 8 + 1 = 9; le quotient 7/9 est la raison qui doit régner dans la progression qui sera par conséquent

÷ 4. 4 7/9. 5 5/9. 6 3/9. 7 1/9. 7 8/9. 8 6/9. 9 4/9. 10 2/9. 11.

Pareillement si l'on veut avoir 9 moyens arithmétiques entre 0 et 1; ôtant 0 de 1, il reste 1 qu'il faut diviser par 10 (nombre des moyens + 1), on aura 1/10 ou 0,1 pour raison, et *conséquemment la progression sera*

÷ 0, 0,1. 0,2. 0,3. 0,4. 0,5. 0,6. 0,7. 0,8. 0,9. 1.

ou considérant le plus petit terme comme le premier, et le plus grand comme le dernier, on aura $\frac{P - D}{N + 1} = R$

464. » *Dans une progression arithmétique, la somme des » extrêmes est égale aux deux termes également éloignés des » extrêmes* «.

Démonstration.

En effet, cela est si les 4 termes sont en proportion; or, les 4 termes sont en proportion, car si le premier extrême surpasse ou est surpassé autant de fois par le premier moyen; de même, le second extrême est surpassé ou surpasse le second moyen autant de fois, conséquemment les 4 termes sont en proportion, *par conséquent dans une progression arithmétique, la somme des extrêmes est égale à la somme de deux termes également éloignés des extrêmes*; ainsi dans cette progression ÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. le premier extrême = 1, et le dernier = 6 ensemble 7, = 3 + 4 moyens également éloignés des extrêmes.

» *Si le nombre des termes est impair, la somme des extrêmes » est égale au double du terme moyen* »; car il est évident que ce moyen terme est également éloigné des extrêmes, ainsi dans la progression ÷ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 1 + 7 = 8 = 4 + 4 double moyen.

» *Pareillement la somme de deux termes, également éloignés*

» des

» *des extrêmes, est égale à la somme des extrêmes* ». En effet, soit la progression 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. l'on verra que $10 + 1 = 11$ égalera toujours la somme de deux termes également éloignés des extrêmes; *ainsi on aura*

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
11.	11.	11.	11.	11.	11.	11.	11.	11.	11.

465. » Dans toute progression arithmétique, *la somme* » *de tous les termes est égale à celle des extrêmes multipliée par* » *la moitié du nombre des termes, ou à la moitié de la somme* » *des extrêmes multipliée par le nombre des termes* «.

Démonstration.

En effet, nous avons vu ci-dessus que la somme des extrêmes est égale à deux termes également éloignés des extrêmes; donc la somme des extrêmes est égale à la somme des termes pris 2 à 2 (ou la somme des termes est égale à la somme des extrêmes répétés autant de fois qu'il y a de termes doubles); mais répéter les extrêmes autant de fois qu'il y a de termes doubles, c'est multiplier les extrêmes par la moitié du nombre des termes; par conséquent dans une progression arithmétique, *la somme des termes est égale à la somme des extrêmes multipliée par la 1/2 du nombre des termes; ainsi la somme de* 1. 3. 5. 7. 9. 11. $= 1 + 11 \times 6/2 = 56$, *ou* $P + D \times \frac{N}{2} = S$.

466. » Dans une progression arithmétique, *la différence* » *commune est égale à la différence entre le premier et dernier* » *terme, divisé par le nombre des termes moins un* «.

Démonstration.

En effet, si on retranche le premier du dernier, le reste sera la différence commune, et le nombre des termes $- 1$; par conséquent, divisant ce reste $= N \times R$ par $N - I$, ou le nombre des termes $- I$, on aura R ou la différence commune; donc

S

dans une progression arithmétique , *la différence commune est égale , etc. ; ainsi dans la progression* ÷ 1. 3. 5. 7. 9. 11. *on a* 11 — 1 = 10 ÷ 6 — 1 = 2 *diff. com. ou* $\frac{D - P}{N - I} = R.$

467. Il suit de-là que » *le nombre des termes est égal à la » différence du premier au dernier terme, divisée par la différence » commune* + *I* «.

Démonstration.

En effet, on a observé qu'après avoir retranché le premier terme du dernier, le reste renfermoit la différence commune × par le nombre des termes — 1, donc en divisant ce reste par la différence commune + 1, on aura le nombre des termes; *ainsi dans* ÷ 1. 3. 5. 7. 9. 11. *on aura*

$$11 - 1 = 10 \div 2 = 5 + 1 \quad ou \quad \frac{D - P}{R + I} = N$$

1ere *Question.* (461.)

P, N, R, *étant donnés, trouver x . ou* D?

$$P + R \times N - 1 = x$$

Exemple.

468. Ayant une somme à payer en 100 paiements, dont le premier est 4 fr., le deuxième 9, et les autres à proportion, en augmentant de 5, *on demande quel a été le* 100e *paiement ?*

Réponse. 4 + 5 × 100 — 1 = 4 + 5 × 99 = 499 *pour le* 100e *paiement.*

2e *Question.* (462.)

D, R, N, *étant donnés, trouver* P?

$$D - R \times N - 1 = P.$$

Exemple.

469. On a payé une somme en 15 paiements, dont

le dernier a été de 33, et tous les autres en diminuant de 2 fr., *on demande quel a été le premier paiement ?*

Rép. $33 - 2 \times 15 - 1 = 33 - 28 = 5$ pr. 1er terme.

3e Question. (466.)

P, D, N, *étant donnés, trouver* R ?

$$\frac{D - P}{N - I} = R.$$

Exemple.

470. Un homme se propose d'aller à Paris en dix heures, augmentant sa marche régulièrement, de manière qu'il a fait 4 milles la première heure; et, la dernière heure, il a fait 11 milles, *on demande combien il a fait de milles la 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9e; enfin dans les 8 heures qu'il y a entre 1 et 10, et aussi combien il a augmenté sa marche à chaque heure ?*

Rép. $\frac{11 - 4}{10 - 1} = 7/9$ *différence entre la 1ère heure et la 2e.*

c'est pourquoi ayant fait 4 milles la première heure, il fera 4 7/9 milles la deuxième heure, etc., et enfin 11 milles la dixième heure.

Autre exemple.

Un père avoit 8 enfants, dont le plus jeune avoit 4 ans, et l'aîné 32, augmentant en progression arithmétique, *quelle étoit la différence commune de leur âge ?*

Rép. $32 - 4 = 28 \div 8 - 1 = 4$ différence *commune.*

2e Question. (465.)

P, D, N, *étant donnés, trouver* S ?

$$P + D \times \frac{N}{2} = S.$$

Exemple.

Un Écolier ayant acheté 17 mètres de ruban, à

donné 2 s. pour le premier mètre et 10 s. pour le dernier, *on demande la somme totale ?*

Réponse. $2 + 10 = 12 \times \frac{17}{2} = 5^{\#}\ 2$ s.

Si on place 100 œufs en droite ligne, à une distance de 1 mètre l'un de l'autre, le premier à 1 mètre du panier, les plaçant et les ramassant 1 à 1 dans le panier, *combien fera-t-on de chemin ?*

Rép. $1 + 100 \times \frac{100}{2} = 101 \times 50 = 5050^{\text{mètres}}$ et en le *doublant* pour *le retour*,

on aura $5050 \times 2 = 10100^{\text{m}}$, ou $10^{\text{kil}},100$.

Autre exemple.

Combien de coups le marteau d'une horloge frappe-t-il en douze heures ? . . . . *Rép.* 78.

5e *Question.* (467.)

P, D, R, *étant donnés, trouver* N ?

$$\frac{D - P}{R} + 1 = N.$$

Exemple.

472. Un Voyageur ayant fait 3 milles le premier jour de son départ et 8 milles le second jour, en augmentant chaque jour de 5 milles, est parvenu à en faire 58 milles en un jour, *on demande combien il a employé de jours à voyager ?*

Réponse. $\frac{58 - 3}{5} + 1 = \frac{55}{5} = 11 + 1 = 12$ jours.

Autre exemple.

Un père, interrogé sur le nombre de ses enfants, répondit : qu'il en avoit eu tous les 4 ans, que l'aîné en avoit 32, et le plus jeune 4 ans. *Rép.* 8 *enfants.*

6e Question. (461.)

P, N, R, *étant donnés, trouver* D?
P + N × R — R = D.

473. On a payé une somme de 285 fr. en 15 paiements qui se surpassent tous également de 2, et dont le premier terme a été 5 fr., *on demande quel a été le dernier paiement?*

Réponse. 5 + 15 × 2 — 2 = 28 + 5 = 33.

SECTION II.

Des progressions géométriques.

474. *Une progression géométrique* est une suite de termes dont chacun contient ou est contenu dans celui qui le précede un même nombre de fois, et ce nombre de fois s'appelle la *raison* de la progression, qui est *inverse* ou *directe.* Exemple.

1°. 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000.
2°. 1000000 : 100000 : 10000 : 1000 : 100 : 10 : 1

Comme dans le premier cas *le deuxième terme* contient *le premier* autant de fois qu'il y a *d'unités*, il est donc composé du premier multiplié par la *raison*, qui est 10.

Pareillement, le *troisième* contenant le *second* autant de fois qu'il y a *d'unités* dans ladite raison inverse., il est par conséquent composé *du second multiplié par la raison*, ou composé du *premier* et de la *raison multipliée deux fois* ou par son *carré* et ainsi de suite; ainsi dans la progression ci-dessus, 10 *est composé du premier terme*, 1 *multiplié par* 10. 100 = 1 × 10 × 10, 1000 = 1 × 10 × 10 × 10 et ainsi de suite.

475. *Par conséquent un terme quelconque*, dans une

» progression géométrique, est composé du premier
» multiplié par la raison élevée à une puissance marquée
» par le nombre des termes précédents «.

Démonstration.

En effet, dans une progression géométrique, nous avons vu que le deuxième terme n'est autre chose que le premier multiplié par la raison; que le troisième n'est autre chose que le premier multiplié par le carré de la raison, ou le premier multiplié par la raison deux fois, c'est-à-dire, autant de fois qu'il y a de termes précédents; mais un terme quelconque, plus éloigné, sera aussi le premier multiplié, par la raison autant qu'il y a de termes devant ce terme quelconque; *par conséquent dans une progression géométrique, un terme quelconque est égal au premier multiplié par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre des termes précédents, ou par le nombre de tous les termes moins un,*

ou $x = P\ R \times N - 1$ Exemple. *Dans la progression* 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64. *Le terme* $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$$\text{ou} = \underset{1}{2 \times 2} = \underset{2}{4 \times 2} = \underset{3}{8 \times 2} = \underset{4}{16 \times 2} = 32$$

De-là il suit que si, dans une progression géométrique, le premier terme est 1, *tout autre terme sera seulement la raison élevée au degré de puissance marqué par le nombre des termes moins un. Exemple, dans la progression* 1, 2, 4, 8, 16, 32, *le terme* $16 = 2^{\text{raisons}} \times 2 \times 2 \times 2$.

476. » Dans une *progression géométrique*, la somme des
» antécédents est à la somme des conséquents, comme un
» antécédent est à son conséquent «.

Nota. Dans une progression géométrique, on peut aussi observer six choses que l'on peut représenter ainsi;	1°. soit le terme quelconque . . . . x 2°. le premier terme . . . . P 3°. le dernier, d^o. . . . . D 4°. le nombre des termes. . . . . N 5°. la différence ou raison . . . . R 6°. la somme de tous les termes . S

Démonstration.

En effet, une progression géométrique est une progression dans laquelle un terme est en même-temps antécédent d'une raison et conséquent de l'autre ; or, dans une telle progression, la somme des antécédents est à la somme des conséquents, comme un antécédent est à son conséquent ; car la somme des antécédents est contenue dans la somme des conséquents précisément autant de fois qu'un antécédent contient son conséquent. » *Donc, » dans une progression géométrique, la somme des antécédents » est, etc.* «. Par exemple, *dans cette progression,*

$$\because 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64. \left\{\begin{matrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \\ 32 & 64 \end{matrix}\right\} \text{ou } 42 : 84 :: 2 : 4$$

477. D'après le principe (475) ci-dessus, on pourra calculer tel terme de la progression que l'on voudra, sans être obligé de calculer ceux qui précedent ; *par exemple*, si l'on demandoit *quel est le* 12e *terme de la progression* $\because 3 : 6 : 12 : 24$, *etc.*

Sachant que ce 12e *terme* est composé *du* 1er, 3 × *par la raison* 2 *élevée au degré de puissance, marqué par le nombre des termes précédents qui est* 11 = 3 × 2 × 11 *fois*, *on aura* $\overset{R}{2} \times \overset{N-1}{11}$ *fois* = 2048 × $\overset{P}{3}$ = 6144 *qui est le* 12e *terme demandé*, ou $R \times N - I \times P = x$.

478. Si l'on demandoit *quel seroit le* 1er *terme* d'une progression *dont le* 12e *terme* = 6144 et *dont la raison* = 2 ; comme ce 12e terme est composé du premier multiplié par la raison élevée à la 11e puissance ; *il suffit de diviser* 6144 *par* 2048, c'est-à-dire *par* 2 × 11 *fois*, et *on obtient* 3 1er *terme demandé*, ou $P = \dfrac{x}{RN-I}$

479. Il suit de-là qu'entre deux nombres donnés, on peut trouver autant de moyens proportionnels géométriques que l'on voudra ; *par exemple, pour trouver* 3 *moyens*

géométriques entre 4 *et* 64, on le trouvera en *cherchant la raison qui doit régner dans la progression ;* ainsi on aura $\frac{64}{4} = 16$, dont la 4^e^ racine $= 2$; car $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, mais le 2^e^ terme est le 1^er^ $\times$ par R ou $2 = 2 \times 4 = 8$; de même le 3^e^ terme est le 1^er^ $\times$ 2 fois par 2 $= 2 \times 2 \times 4 = 16$; le 4^e^ sera 32 et ainsi de suite, *donc on aura la progression* $\div\!\div$ 4 : 8 : 16 : 32 : 64, *par conséquent* 8 : 16 : 32 *sont les moyens proportionnels demandés.*

Si l'on vouloit trouver 9 moyens géomètriques entre 2 et 2048, 2048 sera donc considéré comme le dernier terme d'une progression qui commence par 2, et qui doit 9 termes entre deux. 2048 est donc composé du 1^er^ terme 2 multiplié par la raison inverse, élevée à la puissance marquée par le nombre des termes qui doivent précéder 2048 ; donc si l'on divise 2048 par le 1^er^ terme 2, le quotient sera la raison élevée au degré de puissance, marquée par le nombre des termes précédents, c'est-à-dire, la dixième puissance, puisque devant 2048 il y a 9 moyens, et le 1^er^ terme $2 = 10$ termes) par conséquent pour avoir la raison, il faut extraire la racine 10^e^ du quotient du plus grand nombre 2048 par le plus petit $= \frac{2048}{2} = 1024$ dont la racine 10^e^ $= 2$; ensuite multipliant continuellement le 1^er^ terme 2 par la raison 2, et après avoir formé 9 moyens, *je retombe sur* 2048 *comme il suit*,

$\div\!\div$ 2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	64 :	128 :	256 :	512 :	1024 :	2048.
1.	2	3	4	5.	6.	7	8	9	10	

480. » Dans une *progression géométrique*, le produit des » extrêmes est égal à celui des deux termes également » éloignés des extrêmes «. (*et vice versâ*).

Démonstration.

En effet, le produit des extrêmes est égal, etc. si les 4 termes sont en proportion ; or, les 4 termes sont en proportion, car dans la progression

$\div\!\div$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 *on voit que*

2×64 extrêmes $= 4 \times 32$ également éloignés des extrêmes

donc, dans une progression géométrique, le produit des extrêmes est égal, etc.

Il suit de-là que, si le nombre des termes est impair, le produit des extrêmes est égal au carré du moyen, comme dans une proportion continue; *par exemple, dans la progression*

$\div 2 : 4 : 8 : 16 : 32 \qquad 2 \times 32 = 8 \times 8$

481. » Dans toute ***progression géométrique*****, le produit de » tous les termes est égal à celui des extrêmes élevé à » une puissance marquée par la moitié du nombre des » termes «.**

Démonstration.

En effet, on a vu ci-dessus que le produit des extrêmes étoit égal au produit des 2 moyens également éloignés des extrêmes; par conséquent le produit de tous les termes est égal au produit des extrêmes multipliés autant de fois qu'il y a de termes pris deux à deux; mais multiplier les extrêmes autant de fois qu'il y a de termes pris deux à deux, c'est élever les extrêmes au degré de puissance marqué par la moitié du nombre des termes: *» donc dans toute progression géométrique, le produit de tous » les termes est égal, etc.* «. Par exemple, *dans la progression* $\div 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32$. $32 \times 32 \times 32$ *élevée à la* 3^e *puissance, marquée par la 1/2 du nombre des termes* $= 3$, *donnera* 32768, *et le produit de tous les termes* $1 \times 2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 = 32768$.

482. » Dans toute ***progression géométrique*****, quand la raison » est 2, la somme de tous les termes est égale au double » du dernier moins le premier «.**

Démonstration.

En effet, soit la progression,

$\div 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256$ *ou la raison est* 2, en représentant cette progression par x, *on aura* $x = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256$; et, si l'on multiplie les 2 quantités par 2, *leur somme sera le double de ce qu'elle étoit*, et on aura

$$2x = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$$

mais $x = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256$

et cette somme étant ôtée de la somme supérieure, en supprimant les termes qui se détruisent, il restera x = 512 — 1 = 511 demandé, c'est-à-dire, le double du dernier moins le premier; » *donc, dans toute progression géométrique, si la raison est* » 2, *etc.* «.

483. Si le *quotient* ou la *raison* est 3, la somme de tous les termes est égale au triple du dernier, moins le premier divisé par 2.

Démonstration.

En effet, soit la progression géométrique 1. 3. 9. 27. 81. 243, où la raison est 3, en supposant que x représente cette progression, si l'on multiplie les 2 quantités par 3, leur somme sera trois fois plus grande, et *on aura*

$3x = \div 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729$

mais $x = 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243$ qui étant ôté des quantités supérieures et supprimant tous les termes qui se détruisent, *donnera*

2 fois x ou $2^x = 729 - 1 = 728$, *lequel étant divisé par* $2 = 364$ *demandé, donc si la raison, etc.*

» En général, pour avoir la somme de tous les termes » d'une progression géométrique croissante, *il faut,* » 1°. *multiplier le dernier terme par la raison;* 2°. *ôter du* » *produit le* 1er *terme;* 3°. *diviser le reste par la raison moins* » *l'unité* «.

484. » Dans une *progression géométrique*, quand la raison » est 2 ou 1/2, la somme de tous les termes, excepté le plus » grand, est égale à la différence du premier au dernier terme; » *par exemple*, dans la progression

$\div 2 . 4 : 8 : 16 : 32 : 64.$ $2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$

et $64 - 2 = 62$

Si le *quotient* ou la *raison est* 3, la somme de tous les termes, excepté le plus grand, est égale à la différence du premier au dernier terme divisé par 2; *par exemple, dans la progression*

$\div 1 : 3 : 9 : 27 : 81 .$ $1 + 3 + 9 + 27 = 40$

et $81 - 1 = 80 \div 2 = 40.$

en général *on aura la somme de tous les termes d'une progression géométrique*, excepté le plus grand, *en prenant,*

1°. *Le plus grand terme ;*

2°. *La différence du premier au dernier ;*

3°. *Divisant cette différence par* 1 *si la raison est* 2.
d°. . . . . . *d°.* . . » 2 . . . . » . . 3.
d°. . . . . . *d°.* . . » 3 . . . . » . . 4.

et ainsi de suite.

485. » Dans une *progression géométrique* décroissante, on » aura la valeur ou la somme de tous les termes, en » multipliant le 1er terme (*qui est le plus grand*) par la » raison, et divisant le produit par la raison moins l'unité «.

Exemple.

$$\div 1 : \tfrac{1}{2} : \tfrac{1}{4} : \tfrac{1}{8} : \tfrac{1}{16} : \tfrac{1}{32} : \tfrac{1}{64}, \text{etc.} \quad = \frac{1 \times 2}{2 - 1} = \frac{2}{1}$$

$$\div 1 : \tfrac{1}{3} : \tfrac{1}{9} : \tfrac{1}{27} : \tfrac{1}{81} : \tfrac{1}{143}, \text{etc.} \quad = \frac{1 \times 3}{3 - 1} = \frac{3}{2}$$

$$\div 1 : \tfrac{1}{4} : \tfrac{1}{16} : \tfrac{1}{64} : \tfrac{1}{256}, \text{etc.} \quad = \frac{1 \times 4}{4 - 1} = \frac{4}{3}$$

en ôtant l'unité de ces progressions, on aura

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{32} + \tfrac{1}{64} \quad = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{2}{1} = \tfrac{2}{2} \div 2 - 1 = \tfrac{2}{2} \text{ ou } \tfrac{1}{1}$$

$$\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{27} + \tfrac{1}{81}, \text{etc.} \quad = \tfrac{1}{3} \times \tfrac{3}{1} = \tfrac{3}{3} \div 3 - 1 = \tfrac{3}{6} \text{ ou } \tfrac{1}{2}$$

$$\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{64} + \tfrac{1}{256}, \text{etc.} \quad = \tfrac{1}{4} \times \tfrac{4}{1} = \tfrac{4}{4} \div 4 - 1 = \tfrac{4}{12} \text{ ou } \tfrac{1}{3}$$

1ère Question. (477.)

486. Dans une progression géométrique, commençant par l'unité, la raison étant connue, *trouver un terme quelconque sans produire les termes intermédiaires.*

Règle. Il faut additionner les exposans, et la somme prouvera le terme dont on a besoin, en multipliant ceux qui sont au-dessus des exposans l'un par l'autre, observant que, quand le premier terme diffère de la raison, le premier exposant doit commencer par un zéro ; et, dans ce cas, le nombre des exposans doit égaler le nombre des termes moins un.

1er. *Exemple.*

Quelqu'un voulant acheter 12 pêches, ne veut en payer que le prix de la dernière, estimant la première à 1 centime ; la deuxième, à 2 centimes, et doublant ainsi le prix de chacune jusqu'à la dernière, on demande combien il l'a payée ?

Réponse. $1 \times 2 = 2 \times 11$ fois $= 20,48$ ou

∺ 1 :	2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	64 :	128 :	256 :	512 :	1024 :	2048
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11

ou encore $16 \times 16 = 256 \times 8 =$ 20f, 48 *onzième terme*

$4 + 4 = 8 + 3 =$ 11 *indiqué par* 11 *ou N — I.*

la dernière pêche coûte donc 20f, 48.

2e. *Exemple.*

Un Paysan allant à la foire pour acheter des veaux, rencontra quelqu'un qui en avoit 23 ; il lui en demanda le prix, on lui répondit : 16₶ la pièce ; le Paysan en offrit 15₶ la pièce, et voulut acheter le tout sur ce pied là ; l'autre refusa, en ajoutant que s'il vouloit payer ce que coûteroit le dernier, en payant le premier veau 1 liard, et doublant jusqu'à la fin, il auroit le tout ; quel étoit le prix du dernier ?

Réponse, 4369₶ 1 *s.* 4 *d. pour le dernier terme.*

2e *Question.* (475.)

487. Dans une *progression géométrique*, dont le 1er n'est point l'unité, la raison étant donnée, *trouver un terme quelconque ?*

Règle. Il faut procéder comme dans l'exemple précédent, et diviser chaque produit par le premier terme.

1er. *Exemple.*

Un Père de famille a partagé une somme d'argent à ses 8 Serviteurs ; au dernier venu, il a donné 20₶ ; à celui d'avant 60₶, et ainsi de suite, en triplant jusqu'au premier Serviteur, *savoir quelle sera sa part ?*

Rép. 20. 60. 180, 540 etc. $\frac{540 \times 540}{} = \frac{14380 \times 60}{20} = 43740^{tt}$
0. 1. 2. 3

on voit que $3 + 3 + 1 = 7 = N - I$ *correspondants*
à $540 \times 540 \times 60$

2e. *Exemple.*

Un *Seigneur*, en mourant, fit un testament à ses 9 enfans ainsi qu'à l'Exécuteur du testament, de la manière suivante :

Il laissa à l'Exécuteur 50 Napoléons,

» à son plus jeune fils, une fois plus qu'à l'Exécuteur, en doublant ainsi à chaque enfant jusqu'à l'aîné, *on demande* quelle étoit la part de l'aîné ?

Rép. $800 \times 800 \times 100 = \frac{628000}{50} = N.\ 25600.$

3e *Question.* (482.)

488. Le premier terme, la raison et le nombre des termes étant donnés, *trouver la somme de tous les termes ?*

Règle. Il faut trouver le dernier terme, en ôter le premier, et diviser le rest par la raison moins un, et ensuite ajouter le plus grand terme au quotient trouvé.

1er. *Exemple.*

Un Serviteur, avant de s'engager avec son Maître, consentit a le servir pendant un an, à condition qu'il lui donneroit un liard pour le premier mois de service, 1 s. pour le deuxième mois, 4 s. pour le troisième, et ainsi de suite jusqu'au dernier ; *on demande* quel fut le montant de son salaire ? *R.* 5825tt 8. 5 1/4.

en effet, on a eu $\div 1 : 4 : 16 : 64 : 256 = 256 \times 256 = 65536$
0 . 1 . 2 3 4 4 + 4

ensuite $65536 \times 64 = \frac{4194304 - 1}{4-1} = 1398101 + 4194304 = 5592405$ liards
+ 3

or $5592405^{liards} \div 4 \times 12 \times 20 = 5825^{tt}\ 8\ s.\ 5\ d.\ 1/4.$

2e. *Exemple.*

Ayant acheté un cheval, à condition de payer 1 liard pour

le premier clou, 3 pour le second, etc., jusqu'au dernier; comme il avoit 4 fers et 8 clous à chaque fer, *quel étoit le prix du cheval?* . . . . Rép. 963,114,681,693^{tt} 13 s. 4 d.

3e Exemple.

Un Père de famille mariant sa fille le jour de l'an, lui donna 1 louis à-compte sur sa dot, avec promesse de lui doubler tous les premiers jours de chaque mois, pendant un an, *on demande* quel étoit le montant de sa dot? *Rép.* 4095 *louis.*

4e. Exemple.

Un Marchand de dentelle, en vendant 22 aunes de gallon à quelqu'un, s'est accordé à lui donner la 1ere aune pour une épingle, la 2e aune pour 6 épingles, et triplant ainsi jusqu'à la fin; *on demande, 1°. pour combien il a vendu de gallon*, supposant les épingles à 1 liard le o/o; 2°. *combien il a gagné ou perdu*, en supposant que le gallon lui coûte 7^{tt} l'aune?

Rép. *Le gallon a été vendu* 326886. o. 9
» *gain a été.* . . . 328732. o. 9
» *la différence de* 154. o. o = 22^{au} × 7^{tt}
» *ce qu'à coûté le gallon d'abord.*

Comme c'est trop long de multiplier la raison d'une progression terme par terme, on peut le faire d'une manière plus abrégée en se servant des *logarithmes*.

DES LOGARITHMES.

489. » Les *logarithmes* sont des nombres en progression » arithmétique qui répondent, terme pour terme, à une » pareille suite de nombres en progression géométrique, » et qui sont chacun l'exposant de la puissance à laquelle » la raison de la progression géométrique est élevée dans » le terme correspondant «. *Par exemple*, dans la progression géométrique et la progression arithmétique suivantes,

$$\div\div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000$$
$$\div 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6.$$

chaque terme de la progression inférieure s'appelle le *logarithme* du terme qui est exactement au-dessus dans la progression géométrique supérieure, parce qu'il est l'exposant de la puissance que ce dernier terme exprime ; en effet, c'est comme si on avoit

$$\because 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000$$
$$\because 10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : 10^5 : 10^6$$

car la suite inférieure montre que le 1er n'étant point multiplié par la raison $10 = 10^0$, le 2e étant la raison multiplié par 1 est désigné par 10^1 ; le 3e étant la raison multipliée 2 fois, est désigné par 10^2 et ainsi de suite ; mais si au lieu d'écrire 10^0, 10^1, 10^2, etc., on écrit seulement *les exposants*, les termes géométriques seront également désignés ; donc on peut exprimer les *logarithmes* seulement avec les *exposants* qui se trouvent en progression arithmétique *comme il suit*,

$$\because 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000$$
$$\div\ 0 \,.\, 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 6.$$

490. Pour former les Tables des *logarithmes*, on a choisi la progression décuple pour la progression géométrique, et pour progression arithmétique, les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc.

Ainsi, il sera toujours aisé de reconnoître quel est le *logarithme* de l'unité suivie de tant de zéros ; car il y a toujours autant d'unités qu'il y a de zéros à la suite de cette unité.

$$\because 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000$$
$$\div\ 0 \,.\, 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 \,.\, 6.$$

491. Pour avoir *des nombres intermédiaires entre* 1 *et* 10, on a imaginé d'insérer 10,000,000 de moyens géométriques entre ces deux nombres ; *pareil nombre* entre 10 et 100, *le même* entre 100 et 1000, entre 10000 et 100000, entre 100000 et 1000000 ; on a aussi inséré *un même nombre*

de moyens arithmétiques entre o. et 1., *même nombre* entre 1 et 2, entre 2 et 3, 3 et 4, etc. On a rangé tous les premiers sur une même ligne, et tous les seconds au-dessous; on a cherché, dans la 1ère, le nombre le plus approchant de 2, et on a pris, dans la suite inférieure, le nombre correspondant; on a cherché de même, dans la 1ère, le nombre le plus approchant de 3, et on a pris, dans la suite inférieure, le nombre correspondant; on en a fait de même successivement pour les nombres 4, 5, 6, 7, etc. On a écrit dans une même colonne, *comme on le voit par la Table suivante*, les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc. On a écrit, dans une colonne *à côté, les termes de la progression arithmétique correspondants à ceux-là, ou qui en approchent le plus.*

Telle est l'idée qu'on peut avoir de la formation des logarithmes, et de leur disposition dans les Tables.

On peut consulter les Tables de Gardiner, continuées par Callet et par Jérôme Lalande; les premières sont calculées depuis 1 jusqu'à 100000, et les secondes » » » 1 » 10000.

Celles de M. Rivard, de l'Abbé de la Caille, sont très-commodes pour éviter bien des multiplications et des divisions.

TABLE

age 188.

Nombre.
0
1
2
3
4
5
6
[illegible]
1[illegible]
1[illegible]
1[illegible]
1[illegible]
1[illegible]

492. Tous les nombres de cette Table ne sont que des différentes puissances du nombre 10, qui est rempli par une suite de puissances fractionnaires de 10, etc.

Il suit que les *logarithmes* des moyens insérés entre 1 et 10 sont inférieurs à l'unité qui est le logarithme de 10, et sont par conséquent des fractions proprement dites.

Que les *logarithmes* de 10 100. 1000, etc. sont 1, 2, 3, etc., dont chacun est un entier : mais les *logarithmes* intermédiaires sont composés d'un entier et d'une fraction décimale, et ces deux parties réunies sont l'*exposant* d'une puissance de 10 égale au nombre écrit vis-à-vis ; comme 2,00000 est l'exposant de la puissance de 100, de même 1,07918 *logarithme* de 12, est l'*exposant* de la puissance égale à 12.

493. La première partie du *logarithme*, c'est-à-dire, de celle où se trouve l'entier, ou un zéro quand le *logarithme* est une fraction, se nomme la *caractéristique* du *logarithme*. De 1 à 10, la caractéristique est 0 ; de 10 à 100, elle est 1 ; de 100 à 1000, elle est 2, d'où l'on voit quel est l'exposant des puissances du nombre 10, ou des produits du nombre 10 pris 1. 2. 3. ou 4 fois pour facteur.

Propriétés des logarithmes.

494. Il suit de la nature et de la correspondance de deux progressions ; l'une géométrique, dont le premier terme est l'unité ; l'autre arithmétique, dont le premier terme est zéro telles que les suivantes,

$\div\div$ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048 : 4096.
$\div$ 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 . 11 . 12 ;

qu'un terme quelconque de la progression géométrique a toujours pour correspondant, dans la progression arithmétique, un terme qui contient la raison de celle-ci autant de fois que la raison de l'autre est facteur dans le premier ; par exemple, *dans le terme* 128, la raison 2 est 7 fois facteur, *et dans le terme* 7, la raison 1 est contenue 7 fois.

En effet, la raison est facteur dans un terme quelconque de la première autant de fois qu'il y a de termes avant celui-là (446),

et dans la seconde, un terme quelconque est composé d'autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui (430), mais les deux termes qui se correspondent dans l'une et l'autre sont précédés chacun d'un égal nombre de termes.

» *Donc si l'on multiplie, l'un par l'autre*, deux termes de » la progression géométrique, et si l'on ajoute en même- » temps les 2 termes correspondants de la progression » arithmétique, *le produit et la somme* seront deux termes » qui se correspondront «.

495. Par conséquent, par l'addition seule de deux termes de la progression arithmétique, on pourra connoître le produit de 2 termes correspondants de la progression géométrique, en supposant ces 2 progressions prolongées suffisamment; *par exemple*, ajoutant ensemble *les deux termes* 5 et 6 *qui correspondent*

à 32 et 64, *j'ai* $5 + 6 = 11$ *qui correspondent à* 2048, *d'où je conclus que* $32 \times 64 = 2048$.

Il suit que les nombres naturels qui composent la première colonne de la Table ci-dessus, ayant été tirés d'une progression qui commence par l'unité, et leurs logarithmes étant les termes correspondants d'une progression arithmétique qui commence par zéro; on en peut conclure les usages suivants.

Usage des logarithmes.

496. » En ajoutant les *logarithmes* de deux nombres, on » a le logarithme de leur produit, et on trouvera ce » produit dans la Table vis-à-vis la somme des *logarithmes* » de ces deux nombres, sans avoir besoin de multiplier » ces derniers ».

Par exemple, si vous ajoutez 1,07918; *logarithme* de 12
à celui de 15 . = . . 1,17609
leur somme de . . . . 2,25527 répond *dans la Table* au nombre 180 qui est le produit de 15×12.
Cette opération s'appelle multiplier par logarithme.

497. *Pour carrer* un nombre il suffit de doubler son

logarithme; car pour multiplier ce nombre par lui-même, il faudroit ajouter ce *logarithme* à lui-même.

Pareillement pour *cuber* un nombre, il faudra tripler son *logarithme*, et en général *pour élever un nombre à une puissance quelconque*, il faudra multiplier son logarithme par l'exposant de cette puissance, c'est-à-dire, par 2. 3. 4 ou 5, etc.; *par exemple*, pour élever un nombre à la 11e puissance, *il faudra multiplier par* 11 *le logarithme de ce nombre* (468). Par la raison contraire, » *pour avoir le* » *quotient de la division d'un nombre par un autre*, il faut » chercher dans les Tables le logarithme du dividende » ainsi que celui du diviseur, et retrancher le logarithme » de ce dernier du logarithme du dividende; *le reste sera* » *le logarithme du quotient*; en cherchant ensuite ce reste » parmi les *logarithmes* des Tables, on trouvera le *quotient* » à côté «.

Par exemple, *si l'on veut diviser* 180 *par* 12, je cherche dans les Tables, les *logarithmes* de ces 2 nombres, qui sont

celui	*de*	180	2,25527	*dévidende*,
»	»	12	1,07918	*diviseur*,
le reste de		. . . . . .	1,17609	répond dans *les Tables*

à 15 qui en est le quotient, car $\frac{180}{12} = 15$.

Si la division ne pouvoit pas se faire exactement, le logarithme restant ne se trouveroit qu'en partie dans la Table.

La raison de cette règle est fondée sur ce que le quotient, multiplié par le diviseur, est égal au dividende, d'où il suit que le logarithme du quotient vaut celui du dividende moins celui du diviseur.

498. Pour *extraire* la racine carrée, cubique, 4e, 5e, et ainsi de suite d'un nombre proposé, il faudra diviser son *logarithme* par 2, par 3, par 4 ou par 5, etc.

Par exemple, si l'on demande la *racine carrée* de 144, ayant trouvé dans la Table que le *logarithme* de 144 = 2,15836, j'en prends la moitié = 1,07918, *ensuite* je cherche parmi les *logarithmes* à quel endroit se trouve

1,07918, *il répond à* 12 qui en effet est la racine carrée de 144, car 12 × 12 = 144.

Si l'on demande la racine 7ᵉ de 128, je trouve dans la Table que son logarithme = 2,10721 ; je divise ce nombre par 7, qui me donne 0,30103, et cherchant à quoi il répond dans la Table, je trouve que c'est à 2 qui est en effet la racine 7ᵉ de 128.

499. De-là il est facile de voir que pour faire *une règle de trois* par logarithmes, il faut *ajouter* le logarithme du second terme à celui du troisième, et de la *somme* retrancher le logarithme du premier.

Pour la *règle de trois conjointe*, il faut d'abord réunir toutes les équations jusqu'à ce qu'il n'y ait que 3 termes, en réduisant les fractions, s'il y en a, au même dénominateur, et ensuite opérer comme pour une simple règle de trois.

Comme il y a beaucoup de nombres qui ne peuvent être dans les Tables, et que ce que j'ai dit sur les logarithmes peu usitées dans le commerce suffit pour en donner une idée aux jeunes Négociants auxquels je destine cet Ouvrage. Je vais seulement ajouter quelques exemples sur l'intérêt composé avant de passer à la troisième Partie, c'est-à-dire, au Traité des changes étrangers.

QUESTION.

500. Chercher la valeur d'un capital qui a été prêté pendant un nombre d'années, comme à 4, 5, 6, etc. pour o/o.

Règle. Si on a prêté à tant pr. o/o par an, *ajoutez* à 100 *l'intérêt* d'un an, *cherchez* le *logarithme* de ce nombre, *mettez* 0 au lieu de 2 pour le premier chiffre de ce logarithme, *multipliez-les alors* par le nombre des années, et *ajoutez-y* le *logarithme* du capital primitif, la *somme* sera le *logarithme* de la valeur du capital.

1er. Exemple.

Quel est l'intérêt composé (410) de 1000 francs, à 5 1/2 pr. 0/0 pendant 20 ans ?

Rép. 100 + 5 1/2 = 1,05,5 *dont le logarithme diminué* de 2 est . . . . 0,02325.

lequel *multiplié* par 20 . . . . = 0,46500.
ajoutant le logarithme de 1000 = . . . 3,00000.
on aura. . . . . 3,46500.

qui donne le nombre correspondant de ce *logarithme*, = 2917 fr. 40, *ainsi on recevra*, *au bout de* 20 *ans*, pour 1000 fr. prêtés à 5 1/2 pr. 0/0 et intérêts composés, 2917 fr. 40.

Preuve (440) du 1er exemple.

Comme l'intérêt composé de 1 fr. pour un an avec le capital à 5 1/2 pour 0/0 = 1,055, *si on élève cette somme de* 1,055 à la 20e puissance, ou si on la multiplie 20 fois par elle-même suivant le nombre des années, *on aura l'intérêt composé de* 1 *fr. pour* 20 *ans* ; donc multipliant ce produit par le capital qui est 1000 fr., on en aura l'intérêt composé.

Voyez l'Opération de la preuve ci-après, page 294.

2°. Exemple.

Combien d'années faut-il prêter 1000 fr. à 5 1/2 pr. 0/0, intérêts composés, pour rembour. 10,000 fr.?

Rép. Du logarithme de 10000 *fr.* = 4,0000
ôtez le logarithme de 1000 = 3,0000

le reste est 10,000

divisant ce *reste* par le logarithme de 105,5 *diminué* de 2, *c'est-à-dire*, de $\frac{105,5}{100}$, ou par 0,02325, on aura 43 pour le quotient *qui est le nombre des années cherché.*

3e. Exemple.

Quel capital faut-il prêter, pendant 20 ans, à 5 1/2 pour 0/0, intérêts composés, pour rembourser 10,000 fr.?

Réponse. On a trouvé ci-dessus 20 fois le *logarithme* de 105 1/2 *diminué* de 2, égal à 0,46500
ôtant ce logarithme de celui de 10000 . . 4,00000
le reste de. . . . . 3,53500 *sera le logarithme du capital cherché* = ... 3428 francs

Page 294.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

Nos.
1 DÉFINITION de l'ARITHMÉTIQUE,

10 De *la numération.*

20 De la composition des nombres.
21 De la décomposition des nombres.
22 Des QUANTITÉS INCOMPLEXES.

id. De *l'addition.*

id. Définition de l'addition.
25 Addition des entiers et des décimales.

26 De la *soustraction.*

id. Définition de la soustraction.
27 Soustraction des entiers et des décimales.

31 De la *multiplication.*

id. Définition de la multiplication.
36 Multiplication des entiers et des décimales.

37 De la *division.*

id. Définition de la division.
43 Division des entiers et des décimales.

51 Des *fractions.*

id. De la définition des fractions.
60 De leur transformation sous 3 rapports.
64 De leur réduction. *d°.* 3 *d°.*

74 De leurs opérations. . d°. 4 d°.
90 ABRÉGÉ du SYSTÈME MÉTRIQUE.

92 Des *mesures linéaires*.

93 Comparaison des degrés du cercle avec le grade.
94 . . . . du mètre avec la toise.
96 . . . . du mètre avec l'aune.

98 Des *surfaces*.

99 Rapport des toises carrées avec les métres carrés.
100 Des perches, arpents et acres avec les hectares.
105 . . . . des *solides*.
id. Rapport des cordes avec les stères.
106 . . . . des *mesures* de *capacité*.
107 Comparaison du litre avec le litron.
108 Avec la pinte de Paris.

109 Des *mesures* de *pesanteur*.

id. Rapport de la livre avec le kilogramme.

110 Des *mesures* des *valeurs* des *monnaies*.

111 De la livre tournois.
117 Du franc.
121 Comparaison du titre des monnaies.
122 de leur poids.
123 de leur valeur
125 Egalités approximatives des poids et mesures.

126 Des QUANTITÉS COMPLEXES.

127 de l'addition.
128 De la soustraction.
129 De la multiplication.
154 De la division.
161 De la formation des carrés.

169 De l'extraction de leurs racines de 2 figures.
174 De la formation des cubes.
178 De l'extraction de leurs racines.

IIe PARTIE.

181 Des RAISONS.

id. De la définition des raisons.

De la raison arithmétique.

182 Qu'est-ce qu'une raison *arithmétique ?*
184 Qu'est-ce qu'un antécédent et un conséquent ?
185 Que faut-il faire pour avoir un rapport arithmétique ?

De la raison géométrique.

187 Qu'est-ce qu'une raison *géométrique ?*
188 Que faut-il faire pour avoir un rapport géométrique ?
189 Comment peut-on exprimer un rapport ?
190 Un rapport peut-il être inverse ?
193 Un rapport change-t-il en $\times$ ou $\div$ ses 2 termes par un même nombre ?
194 Comment simplifie-t-on les rapports ?

195 Des PROPORTIONS.

id. De la définition des proportions.

De la proportion arithmétique.

197 Qu'est-ce qu'une proportion *arithmétique ?*
198 Qu'entend-on par les *extrêmes* et les *moyens ?*
199 Combien y a t-il *d'antécédents* et de *conséquents ?*
200 Qu'est-ce qu'une proportion inverse ?
203 Quelle est la principale propriété de la proportion arithmétique ?

205 Comment s'appelle une proportion dont les moyens sont égaux ?
206 Quelle est la propriété d'une proportion continue ?
207 Comment trouver un terme inconnu dans une proportion arithmétique ?

De la proportion géométrique.

208 Qu'est-ce qu'une proportion géométrique ?
210 Qu'est-ce qu'une proportion géométrique continue ?
212 Quelle est la principale propriété de la proportion géométrique ?
214 Peut-on $\times$ ou $\div$ également les termes d'une proportion sans en changer les rapports ?
215 Quelle est la propriété d'une proport. géom. continue ?
216 Comment trouver un moyen terme dans une proportion géométrique continue ?
217 Que faut-il faire pour trouver un des extrêmes ou un des moyens inconnu ?
220 Comment s'appelle une proportion qui n'a que trois termes connus ?
221 Ne change-t-on pas une proportion en mettant les moyens à la place des extrêmes, *et vice versâ.*
223 Peut-on, sans troubler la proportion, multiplier ou diviser 2 antécédents et 2 conséquents par une même quantité ?
224 Si on ôte, ou si on ajoute à chaque antécédent une quantité égale à chaque conséquent, les termes seront-ils en proportion ?
225 La somme de 2 antécédents de chaque proportion contient-elle ou est-elle contenue dans la somme de 2 conséquents, comme 1 antécédent contient son conséquent ?
226 En est-il de même de la somme d'un grand nombre d'antécédents de rapports égaux ?

227 Qu'est-ce qu'un rapport composé ?
228 Qu'est-ce qu'un rapport double, triple ?
229 Si dans une proportion l'on multiplie le 1, 2, 3 et 4e terme par le 1, 2, 3 et 4 terme de l'autre, les 4 produits seront-ils en proportion ?
230 Les carrés, les cubes et leurs racines qui procedent de termes en proportion, sont-ils aussi en proportion ?

231 *De la règle de Trois.*

id. Qu'est-ce qu'une règle de *trois* ?
232 Qu'est-ce qu'une règle de *trois* simple ?
233 Qu'est-ce qu'une règle de *trois* composée ou conjointe ?
235 Dans une règle de *trois*, quel doit être le 1, 2 et 3e terme ?
236 Si le 1 terme est une fraction, que faut-il faire ?
237 Si c'est un entier et une fraction, que faut-il faire ?
238 Si les 2 termes du 1 rapport, ou si les 2 antécédents sont de même espece, mais exprimés en unités de différente dénomination, que faut-il faire ?

241 De l'*escompte.*

id. Qu'est-ce que l'escompte ?
242 Combien y a-t-il de sortes d'escompte ?
243 Qu'est-ce que l'escompte en dehors ?
251 *d°.* en dedans ?
261 *d°.* la *tare* ?
271 *d°.* la *prime* d'assurance ?
280 *d°.* la *commission* ?
292 *d°.* la *perte* ou le *gain* ?
303 *d°.* l'*avarie* ?
306 *d°.* l'*intérêt* ?

311 Des matières d'or et d'argent.

312 Comment peut-on abaisser ou élever le titre de l'or ou de l'argent ?

320 S'il s'agit de fondre plusieurs masses d'or ou d'argent de différents titres, et d'élever le titre de cette fonte à un titre supérieur donné, que faut-il faire ?
325 Si au contraire il faut baisser le titre de la fonte, que faut-il faire ?
329 Si la fonte doit être faite avec des parties d'un titre supérieur et inférieur à celui donné, que faut-il faire ?
333 Comment déterminer le fin de l'or ?
346 Qu'est-ce que le *fin* du *doré* ?
350 Rapport entre le titre et les prix des matières d'or ou d'argent.

352 Comparaison des *mesures* de *longueur*.

id. . . . ». . du degré et du grade.
354 . . . ». . de la toise et du mètre.
356 . . . ». . des lieues, et des kilom. et myriamètres.
358 . . . ». . des aunes et des mètres.

360 Des *surfaces*.

id. . . . ». . de la toise carrée avec le mètre carré.
362 . . . ». . des perches et des ares.
363 . . . ». . des arpents, des ares et des hectares.
364 Comparaison des *solides*.
id. . . . ». . des cordes et des stères.
Des mesures de capacité.
365 . . . ». . du litre avec le litron et la pinte.
366 Des *poids*.
id. . . . ». . de la livre avec le kilogramme.

367 Des *monnaies*.

id. . . . ». . du franc avec la livre tournois.

368 . . » . . des monnaies de différents pays.

De la règle de Trois composée.

370 Règle de *trois composée* par parties.
379 Règle de *trois conjointe*, composant un simple rapport de tous les rapports donnés.
387 Méthode pour poser la règle de *trois* conjointe.

397 De l'*intérêt complexe*.

id. Qu'est-ce que l'intérêt complexe ?
398 Méthode pour trouver le diviseur commun.
399 Table des diviseurs communs.
406 Trouver le capital d'une rente, l'intérêt ou le denier ou la rente.
407 Trouver l'époque commune.

408 De l'*intérêt* des *intérêts*.

414 Tables et formules pour les intérêts.
415 P, R, T étant donnés, trouver I.
418 P, R, T » » » M.
419 M, R, T » » » P.
420 M, P, T » » » R.
421 M, P, R » » » T.

422 *Des annuités, pensions ou arrérages.*

id. U, R, T étant donnés, trouver M.
423 M, R, T » » » U.
424 U, M, T » » » R.
425 U, M, R » » » T.

426 *Valeur présente des annuités.*

id. U, R, T étant donnés, trouver P.
427 P, R, T » » » U.
428 U, P, T » » » R.
429 U, P, R » » » T.

430 *Annuité ou reversion.*

id. Trouver la valeur présente d'une rente en reversion.
431 Trouver la rente annuelle en reversion.

432 De l'*escompte.*

id. R, S, T étant donnés, trouver P.
433 P, R, T » » » S.
434 P, S, T » » » R.
435 P, S, R » » » T.

436 De l'*époque commune.*

437 De l'*intérêt composé.*

441 P, R, T étant donnés, trouver M.
442 M, R, T » » » P.
443 P, M, T » » » R.
444 P, M, R » » » T.

445 Règle de *compagnie.*

id. Qu'est-ce que la règle de compagnie ?
446 . . d°. . . . sans avoir égard au temps
447 . . d°. . . . eu égard au temps.
448 Règle de *fausse position.*
id. Qu'est-ce qu'une règle de fausse position ?
449 . . . . . . position simple,
450 . . . . . . position double,

452 *Règle d'alliage.*

id. Règle d'alliage moyen.
453 » . . d°. . alternatif.
454 » . . d°. . alternatif sans quantité donnée.
455 » . . d°. . alternatif, partiel.
456 » . . d°. . alternatif, total.

457 Des *progressions.*

id. Qu'est-ce qu'une progression ?

458 De la progression *arithmétique.*

id. Qu'est-ce qu'une progression arithmétique ?
460 Est-il vrai que $x = P + R^{N-1}$?
462 » » » $P = D - R \times N - 1$?
463 » » » $R = \frac{P - D}{N - 1}$
465 » » » $S = P + D \times \frac{N}{2}$
466 » » » $R = \frac{D - P}{N - 1}$
467 » » » $N = \frac{D - P}{R + 1}$

468 P, N, R étant donnés, trouver X ou D.
469 D, N, R » » » P.
470 P, D, N » » » R.
471 P, D, N » » » S.
472 P, D, R » » » N.
473 P, N, R » » » D.

474 De la *progression géométrique.*

id. Qu'est-ce qu'une progression géométrique ?

475 Est-il vrai que $x = P R \times N - 1$

478 . d°. . que $P = \frac{x}{R N = 1}$

489 Des *logarithmes.*

id. Qu'entend-on par les logarithmes ?

491 Table des logarithmes.
494 Propriétés des logarithmes.
496 Usage des logarithmes.
500 Chercher la valeur d'un capital prêté pendant un nombre d'années, à 4, 5 pr. o/o, etc.

Fin de la Table.

IIIe. PARTIE.

DES CHANGES ETRANGERS.

501. On entend par **CHANGES ÉTRANGERS**, *acheter ou vendre dans son pays des sommes qui doivent être reçues dans les différentes villes de l'étranger par le moyen des lettres de change.*

502. Une lettre de change est un *ordre* qu'un Négociant donne à un de ses Débiteurs ou un de ses Correspondants d'un autre pays, de payer, au porteur de cet *ordre*, la somme d'argent y énoncée, et dont il déclare avoir reçu la valeur.

D'où il suit que pour qu'une lettre de change soit bonne, il faut,

1°. Qu'elle soit tirée sur une personne résidant dans une autre ville, en lui ordonnant, par une lettre, de payer, à une époque fixe, la somme exprimée dans ladite lettre, à celui qui en est porteur;

2°. Qu'il y intervienne trois personnes y énoncées; savoir; le **TIREUR** de la lettre de change, et qui cede ou vend la somme y exprimée. Le **PRENEUR** de ladite lettre de change en achetant la somme qu'elle exprime, enfin le **PAYEUR**, c'est-à-dire, celui sur lequel elle est tirée, et qui doit l'accepter et en payer la valeur;

3°. Que la lettre de change datée, porte que le *tireur* en a reçu la valeur du preneur, soit en argent, en marchandises, en monnaie réelle, ou en toute autre nature.

503. Quand la lettre de change (*a*) est acceptée, elle oblige au moins trois personnes ; savoir, le TIREUR, le PRENEUR et l'ACCEPTEUR.

Elle oblige le *tireur* de faire acquitter sa lettre de change au temps et au lieu convenu, sous peine de contrainte par corps.

L'accepteur qui, par son acceptation, a fait de la lettre de change une représentation exacte de la somme y énoncée, est obligé de la payer sous la même peine, c'est-à-dire, s'il a accepté une lettre de change de 1000 lst. sur Londres, il doit payer à l'échéance ces 1000 lst. en monnaie réelle qui étoit représentée par cette lettre décorée de son acceptation. *Par ces mots : accepté le. . . . . . Février, an . . . . . avec sa signature*, elle oblige le *preneur* ; car s'il ne fait point acquitter la lettre de change, ou si, faute de paiement, il ne l'a point fait protester, il perd son recours contre le *tireur*.

504. Il suit que quand on vend une lettre de change portant 1000 lst. sur Londres, c'est comme si l'on vendoit les 1000 lst. en argent, puisqu'on les y recevra en

---

(a) *Voici la formule ordinaire des lettres de change.*

Madrid, ce 10 Janvier 1811. B. pr. 1000 piastres.

A deux usances de ce jour, payez par cette première de change, à l'ordre de Jean-Baptiste *Bertin*, la somme de mille piastres, valeur reçue comptant, que passerez suivant l'avis de P. P. P.

A M. Ant. *MOREL*, Négociant,

A MADRID.

On dit *première de change*, parce qu'ordinairement on en fait une seconde, et même une troisième suivant l'éloignement du lieu sur lequel on tire ; et, en cas que la première s'égare, on présente l'une des deux autres que paie celui sur qui elle est tirée, la premiere ne l'étant pas.

effet par son moyen, et que *tirer*, *vendre*, *céder*, *fournir* ou *négocier* ladite lettre de change, c'est la même chose que vendre les 1000 liv. qu'elle représente (*a*).

505. Puisqu'une lettre de change représente la monnaie, on peut donc s'en servir pour payer en la passant à un autre, ce qui se fait ainsi au dos de ladite lettre. *Payez à l'ordre de Michel Millet, valeur reçue comptant dudit Sieur. Rouen, le 20 Février 1810.*

506. Une lettre de change peut avoir deux noms, on peut l'appeller *traite* ou *remise*.

Elle s'appelle *traite*, quand on la considere par rapport à celui qui la tire sur son débiteur.

Elle s'appelle *remise*, par rapport à celui qui en est preneur, c'est-à-dire, qui l'achete pour l'envoyer à son Créancier qui en recevra le montant qu'elle représente.

507. Les lettres sont payables à vue, à terme fixe, à 1 ou 2 usances, ou 1 ou 2 mois de date.

En cas de non paiement, les lettres à vue ou à terme fixe doivent être protestées sans délai; celles payables à un nombre déterminé de jours, de mois ou d'usances, jouissent du délai que l'usage accorde dans chaque pays étranger.

508. *Le prix auquel on vend ou qu'on achete, dans un lieu, l'argent ou lettre de change, qui représente l'argent qu'on doit recevoir dans un autre, s'appelle le* PRIX DU CHANGE.

Mais comme de deux nations qui changent ensemble, l'une donne une quantité fixe, et l'autre une quantité variable en retour, qu'on appelle le CERTAIN et l'INCERTAIN; cette quantité variable ou l'incertain, est ce qu'on appelle *le* PRIX DU CHANGE ETRANGER (*b*).

(*a*) La livre sterling est une monnaie de change, de maniere que quand 30 d. sterl. = 3 fr., 1 livre sterl. = 24 fr.

(*b*) Pareillement dans l'intérieur de son pays, on appelle

509. Lorsque les lettres de change, sur l'étranger, conservent leur valeur dans les pays où on les négocie, leur prix est celui de la valeur intrinseque des monnaies que ces lettres représentent, c'est-à-dire, qu'en tout pays leur prix est une quantité de monnaie courante, d'un poids d'or ou d'argent égal à celui des métaux de même nature, dont les monnaies que ces lettres représentent, sont composées elle-mêmes.

510. De-là il suit que le PAIR du CHANGE n'est autre chose que cette égalité de valeur intrinseque, ou cette égalité des poids en matière pure, entre la monnaie représentée par les lettres de change sur l'étranger, et la monnaie courante que l'on paie pour cette lettre dans le lieu où on la négocie (*a*).

Si l'*incertain* que l'on donne pour le *certain* se trouve être de même valeur intrinseque, ils sont au *pair*; par exemple, supposant que 24 francs ait le même poids en matière pure que 20 schill. sterl., et que Paris donne 24 francs pour 1 lettre de 20 schill. = 1 lst., dans ce cas le change est au *pair*.

Mais, si les lettres ou papier sur Londres devenoient rare, alors on seroit obligé de payer ou d'acheter ce papier plus cher, peut être 40 centimes de plus que le *pair*, et le change seroit 24 fr. 40 = 1 lst., et par conséquent perte pour le preneur.

Si au contraire le papier sur Londres abonde, il doit

CHANGE le *profit* ou la *perte* que fait sur la valeur de la lettre celui qui la cede ou la vend, pour de l'argent.

Ce qui arrive lorsqu'une des deux places, qui font des affaires, donnent plus ou moins que le pair, c'est-à-dire, qu'on donne 1 ou 2 pr. o/o plus ou moins que la valeur réelle exprimée par la lettre de change.

(*a*) Pour comparer les poids avec la matière pure et les titres avec les prix des matières, voyez (533) et (560).

coûter moins cher, et conséquemment la livre sterling, qui est le *certain*, ne vaut peut être que 23 fr, 60, ce qui est perte pour le tireur.

De-là quand on dit que le cours du change

de Paris avec *Amsterdam est de*	55 d. *de gros*		
» » *Lisbonne* » »	480 *rées*,		pr. 3 fr.
» » *Milan* » »	8 *livres corr.*		pr. 6 fr.

l'on voit que *Paris* donne le *certain* et les autres villes l'*incertain*, et quand on dit que le cours du change

de *Paris* avec *Hambourg*, est de	180f	pr. 1 *marc.*
» » *Madrid* »	15f, 20	» 1 *pistole.*
» » *Vienne* »	2f, 51	» 1 *florin.*
» » *Gênes* »	4f, 66c	» 1 *piastre.*

cela signifie que c'est *Paris* qui donne l'*incertain*, c'est-à-dire, plus ou moins contre le *certain* que les autres villes donnent (*a*).

(*a*) Pareillement quand on dit à Paris que le cours des changes est ainsi qu'il suit. *A Paris.*

Bordeaux,	1 pr. o/o	*profit à vue*	cela signifie,
Nantes,	1 1/4 pr. o/o	*perte à usance*	
Lion,	*au pair*, *à usance*		

1°. que les lettres sur Bordeaux gagnent 1 pr. o/o à Paris, c'est-à-dire, si la lettre est de 1000, le preneur sera obligé de payer 1 pr. o/o en sus; et, par conséquent, il y a perte pour lui et profit pour le tireur;

2°. Que le papier sur *Nantes*, à cause de la grande quantité, perd 1 1/4 pr. o/o à Paris, ce qui est perte pour les *tireurs* ou *vendeurs*, et par la raison contraire, bénéfice de 1 1/4 pour les *preneurs* ou *acheteurs* pour faire des remises à Nantes.

3°. Paris pouvant remettre à Lyon au pair; par exemple, 1000 fr. en lettre pour 1000 fr. en argent, dans ce cas il n'y a ni profit ni perte.

Quand on fait une remise indirectement, l'on paie ordinairement une commission au Correspondant du lieu indirect.

511. Il est donc évident que c'est l'*incertain* qui règle le change, et qu'il est le plus avantageux pour la place qui le donne quand il est plus bas que le pair ; par *exemple*, il est plus avantageux d'acheter 1 liv. sterl. avec 23.60 qu'avec 24 fr. par la raison contraire quand l'*incertain* hausse il est plus avantageux pour le *certain*, car il est plus avantageux pour Londres qui donne le *certain*, de recevoir pour 1 lst. sterl. 24, que de ne recevoir que 23 fr. 60.

512. Mais, si on considere le change par rapport aux particuliers qui font des opérations de change, c'est-à-dire, qui tirent, cedent et vendent leur lettres, ou qui les prennent, les achetent et les paient, alors la hausse et la baisse de l'*incertain* sera avantageux, selon que le Négociant d'un pays donnera le *certain* ou l'*incertain*, et qu'il sera *tireur* ou *preneur*. Il faut donc considérer le change sous ces quatre rapports.

SECTION I^ere.

513. *Du change quand on est* TIREUR.

Quand on est TIREUR, on peut donner le CERTAIN ou l'INCERTAIN.

1°.

514. *Quand on est* TIREUR, CÉDANT ou *vendeur d'une lettre de change et qu'on donne le* CERTAIN, *il faut préférer le change le plus* BAS.

En effet, que l'on propose de vendre à Paris deux traites, l'une au change de 30 d. sterl. et l'autre à 29 d. sterl. pr. 3 fr., supposé le *certain*, dans cette supposition, la traite à 29 d. pr. 3 fr. est plus avantageuse que la traite à 30 d. sterl., car il est plus avantageux de recevoir 3 fr. en échange pour une traite de 29 d. sterl. que pour une traite de 30 d. ; mais 29 d. est le change le plus bas, et on donne le *certain* ; donc quand on est TIREUR et que l'on donne le CERTAIN, *il faut préférer le change le plus bas*.

2°.

515. *Quand on est* TIREUR et *qu'on donne l'incertain*, il *faut préférer* le *change le plus* HAUT.

En effet, que l'on se propose de vendre à Paris deux traites sur Londres, l'une au change de 24 fr., et l'autre à 23 fr. 50 *incertain* pr. 1 lst., dans ce cas la traite à 24 fr. sera plus avantageuse ; car il sera plus avantageux de recevoir en échange pr. 1 lst. sterl. 24 £ que de recevoir 23 fr. 50 ; mais 24 fr. est le change le plus haut, et on donne l'*incertain* ; donc quand on est TIREUR et qu'on donne l'*incertain*, il faut, etc.

SECTION IIe.

516. *Du change quand on est* PRENEUR.

Quand on est PRENEUR, on peut donner le CERTAIN ou l'INCERTAIN.

1°.

517. *Quand on est* PRENEUR et ACHETEUR *d'une lettre de change et qu'on donne le* CERTAIN, *il faut préférer le change le plus* HAUT.

En effet, qu'un Négociant, à Paris, se propose de prendre et d'acheter deux traites sur Londres, l'une à 30 d. sterl. et l'autre à 29 d. sterl., également pour 3 fr. *certain*, dans cette circonstance la traite de 30 d. lui sera plus avantageuse ; car en préférant celle-ci, il gagnera 1 d. sterl. sur celle de 29 sterl. ; mais 30 d. est le change le plus *haut*, et on donne le *certain* ; donc quand on est PRENEUR *d'une lettre de change et qu'on donne, etc.*

2°.

518. Quand on est PRENEUR et qu'on donne

l'*INCERTAIN*, il faut préférer le change le plus *BAS*.

En effet, qu'un Négociant, à Paris, se propose d'acheter deux traites sur Londres, l'une à 24 fr. et l'autre à 23 fr. 50 *incertain* pour 1 lst.; dans cette hypothèse, la traite de 1 lst. lui sera plus avantageuse, car elle lui coûtera moins pour 23 fr. 50 que s'il payoit 24 fr.; mais 23 fr. 50 est le change le plus *bas*, et on donne l'*incertain*; donc quand on est *preneur* et qu'on donne, etc.

L'on peut conclure delà que le change qui est avantageux pour le *tireur* est désavantageux pour le *preneur*, *et vice versâ*, car le *PRENEUR* a autant d'intérêt d'acheter une traite à bon marché, que le *TIREUR* en a à la vendre bien cher.

1er. *Exemple.*

Un Négociant ayant 2 traites de 100 lst. sur Londres, desire savoir si elles lui produiront plus d'argent, au change de 29 d. qu'au change de 30 d. sterl., pour 3 fr.? le *certain*.

En faisant la règle de trois, on aura

1°. 30 d. : 3 :: 100 lst. = 24000d : x = fr. 2400.
2°. 29 d. : 3 :: 100 lst. = 24000 : x = » 2482. 22/29

∴ *L'on voit que le change le plus bas est plus avantageux de* 82 fr. 22/29.

2e. *Exemple.* (455).

Ledit Négociant ayant la même traite de 100 lst. à vendre, en donnant l'incertain, demande si le change à 24 fr. lui seroit plus avantageux que celui de 23 fr. 50 pour 1 lst.?

Rép. 1 lst. : 24F :: 100 lst. : x = 2400 fr.
1 : 23F 50 :: 100 : x = 2350 ».

le change le plus haut donneroit donc 50 *fr. de bénéfice.*

Par la raison contraire, si ledit Négociant eût été *preneur* au lieu d'être *tireur*, dans ces deux exemples il auroit perdu 82 fr. au change de 29 d. pr. 3 fr.
et 50 » » 24 fr. pr. 1 lst.

3. Exemple. (457).

Un Négociant de Paris voulant faire remise, à Londres, de 100 lst., et trouvant du papier ou des traites sur cette dernière ville à 30 d. et à 29 d. pour 3 fr., demande lequel des deux changes lui sera le plus avantageux ?

Rép. 30 d. : 3 fr. :: lst. 100 × 240 d. : x = 2400 fr.
29 d. : 3 :: 24000 d. : x = 2482 fr. 22/29

il est évident que la lettre de change de 100 lst. lui coûtera moins cher à 30 d. qu'à 29 d., c'est-à-dire, *au change le plus haut* et *donnant le* CERTAIN.

Au contraire, s'il donne l'incertain, étant *preneur*, le change le plus *bas* sera le plus avantageux.

4. Exemple. (458).

Le change étant entre Paris et Londres à 23 fr. 50 et à 24 fr. pour 1 lst., combien coûtera ladite lettre de 100 lst. à l'un et à l'autre change, et quel sera le plus avantageux ?

Rép. lst. à 24 fr. pr. 1 lst. coûtera { 2400 fr.
à 23 fr. 50 » » } 2350

par conséquent elle coûtera 50 fr. de moins à 23 fr. 50, c'est-à-dire, au change le plus *bas*.

519 Il est donc constant qu'en général, *la voie la plus lucrative pour fournir des traites, est celle par laquelle on obtient plus d'argent.*

520. Qu'au contraire, *la voie la plus avantageuse, pour faire des remises, est celle par laquelle elles reviennent moins cher.*

Mais, comme les opérations de change peuvent se faire en traites et remises, directement en deux places, ou indirectement par le moyen d'une troisième, ou enfin par le moyen de plusieurs places successivement, il suit que le change peut être ou *direct*, ou *indirect*, ou *continue*.

CHAPITRE Ier.

Du change direct.

521. On entend par *change direct*, réduire ou déterminer en la monnaie d'un pays, la valeur d'une lettre de change que l'on *prend* ou que l'on *fournit* sur un autre.

En voici plusieurs exemples.

SECTION Iere.

Du change avec l'Amérique septentrionale.

522. *ÉTATS-UNIS.*

(*a*) *Monnaie réelle ou effective.*

			titre. mill.	mat. pure. grammes.	valeur en francs.
or	1 eagle	= 5 doll.	= 913.	= 7,953	= 27f 39.
arg.	1 doll.	= 100cent.	= 896.	= 24,272	— 5. 39.

Cette pièce est à-peu-près égale à la piastre effective d'Espagne.

(*a*) L'on peut considérer, dans les monnaies, leur valeur intrinseque et leur valeur numéraire ou de compte :

1°. La valeur *intrinseque* des monnaies réelles et effectives est le poids de l'or ou de l'argent pur dont elles sont formées ; par exemple, la valeur intrinseque de 1 franc, pesant 5 grammes, au titre de 9/10, est le prix de 9/10 d'argent pur ; enfin une monnaie qui contient 1 kilog. ou 1 marc } d'or fin, est réellement le prix d'un kilogramme ou d'un marc d'or fin ;

(b) *Monnaie de compte.*

533. On y tient les livres de compte, en dollars = 100 centimes de dollars, et aussi en pounds courants = 20 schellings de 12 deniers

(c) *Monnaie de change.*

534. L'on se sert des dollars et des Pounds ci-dessus, mais les pounds courants sont de différentes valeurs.

1 pound	*dans la Caroline et la Georgie*	=	23f. 54
	à New-Hamshire et Virginie	=	18. 31
	à Pensylvanie et Maryland	=	14. 64.
	à New-Yorc et Caroline septent.	=	13. 73.

Les poids de commerce et les mesures sont les mêmes que ceux de l'Angleterre.

2°. La valeur *numéraire* est la dénomination numérique, par laquelle on désigne une ou plusieurs monnaies effectives; par exemple, 1 franc, valeur numéraire, maintenant en usage, est la dénomination d'une monnaie réelle d'argent au titre de 9/10, pesant 5 grammes; pareillement 3 livres ou 6 livres tournois, sont la dénomination par laquelle on désigne le petit ou le gros écu d'argent réel, dont 16 6/10 ou 8 3/10 doivent peser ensemble 1 marc moins 36 grains au titre de 10 d. 7/8.

Cependant la valeur numéraire n'exprime pas toujours la valeur intrinseque des monnaies; par exemple, l'écu de 3 liv. qui nagueres, valoit environ. . . . . fr. 2. 96
n'a maintenant cours que pour 2. 75
ce qui prouve qu'elle dépend des Gouvernements qui peuvent l'augmenter ou la diminuer.

Il suit delà que la monnaie qui a cours, ne doit pas être confondue avec la monnaie réelle dont elle porte le nom.

(b) La monnaie de *compte* d'une Nation est l'unité monétaire avec ses subdivisions; par exemple, en Angleterre, la livre sterling, qui vaut 20 sols sterling, dont chacun vaut 12 den., c'est ce qui constitue la monnaie de compte.

(c) La monnaie de *change*, est celle que l'on échange contre une même valeur réelle d'une monnaie étrangère, représentée par une lettre de change, elle désigne toujours une monnaie réelle ou effective.

525. *Cours du change des Etats-Unis.*

Ils *donnent*		*l'incertain.*			le *certain.*
		D cent			
à *Amsterdam.* . . .		o. 38		pour	1 florin courant.
»	»	o. 44	»	»	1 » banco.
» *Hambourg.* . . .		o. 34	»	»	1 marc banco.
» *Londres.*		4. 44 dollars		»	1 livre sterling.
» *Madrid*		99	» »	»	100 piastres.
» *d°.*		o. 10c.	. .	»	1 réal de vellon.
» *Paris.* . ; . . .		o. 95c.	. .	»	5 francs.

1ère *Question.*

Paris ayant à tirer 5000 dollars sur les Etats-Unis, au change coté ci-dessus, *quel en sera le montant en francs ?*

Opération. — *Preuve.*

$1^D : 100^{cents} :: 5000^D : x$ — $5^{Fr} : 95^{cents} :: 26315^F,79$

$95^{cents} : 5^{Fr}$ — $100^{cents} : 1\ D$

$x = 26315,79^F$ — $x = 5000$ dollars.

2e *Question.*

Amsterdam ayant à tirer sur les Etats-Unis 5000 dollars à 30, *quel sera le montant de la traite en florins courants ?*

Opération. — *Preuve.*

1 doll $: 100^{cents} :: 5000D : x$ — 1 fl. $: 38^{cents} :: 13157.90$ fl. $: x$

$58^{cents} : 1$ flor. cour. — $100^c : 1D$

$x = 13157.90$ fl. cour. — $x = 5000$ D.

3e *Question.*

Traite de *Londres* sur les Etats-Unis, pour 5000 dollars, à 4.44 d., *quel est le montant en lst. sterlings ?*

Opération. — *Preuve.*

$4,44^D : 1$ lst. $:: 5000^D : x$ — 1 lst. $: 4,44^D :: 1126,13$ lst. $: x$

$= 1126,13$ lst. — $= 5000^D$.

4e Question.

Traite de *HAMBOURG* sur les *Etats-Unis*, pour 5000 dollars, *quel sera le montant en marcsbco au change de* 34c *pr.* 1 *mbco ?* (*d*)

Opération.	*Preuve.*
$1^{D} : 100^{cent.} :: 5000^{D} : x$	$1^{mbco} : 34^{cent.} :: 14705{,}88^{mbco}$
$34^{c} : 1^{mbco}$	$100^{cents} : 1^{D}$
$x = 14705{,}88^{mbco}$	$x = 5000$ dollars.

5e Question.

Traite de *MADRID* sur les *Etats-Unis*, pour 5000 dollars, au change de 99 dollars, pour 100 piastres, *quel sera le montant en piastres ?*

Opération.	*Preuve.*
$99^{D} : 100^{P} :: 5000^{D} : x$	$100^{P} : 99^{D} :: 5050^{P},50 : x$
$= 5050{,}50^{P}$	$= 5000^{D}$

SECTION II.

Du CHANGE avec l'ANGLETERRE.

526 **Monnaies réelles d'Angleterre.**

			titre.	m. pure.	val. en fr.
			mill.		
en or	1 guinée =	21 shilling	= 915 =	7^{gr} 630 =	26^{F} 28.
	1/2 d°.	10 1/2	= d°. =	3. 815 =	13. 14.

(*d*) On entend par *monnaie* de *banque*, une monnaie de compte de même dénomination que celle de l'espèce dont l'usage est adopté dans le pays où il y a une banque établie.

Elle vaut plus que la monnaie courante, c'est-à-dire, elle désigne une valeur intrinseque supérieure à celle que désigne la monnaie de compte ou monnaie courante; par exemple, en

en arg. { 1 crown =	5 d^o.	= 920 =	27. 267 =	6. 06.
1/2 d^o. =	2 1/2	= d^o. =	13. 633 =	3. 03.
1 shilling =	1 d^o.	= d^o. =	3. 475 =	1. 22.
{ 1 piastre d'Espagne. refrappée	= 5 s.	= 892 =	23. 832 =	5. 50.

le *shilling* vaut 12 s. 1 s. = 12 den. sterling, et 1 den. = 4 farthings.

Il y a en monnaie de cuivre

des pièces de	4 *deniers sterlings*,	ou	*pence.*
	2 d^o.	»	»
	1 d^o.	»	*penny.*
	1 *farthing*	»	

527 *Monnaie de compte.*

A *Londres*, Capitale de l'Angleterre, on tient les Livres, en livres ou pounds sterlings, de manière que 1 lst. = 20 s. ou schillings.
1 sh. = 12 d. ou pence.

528 *Monnaie de change.*

On y change par livres, sols et deniers sterling, ou par guinées = 21 s. ou 1lt 1 s.

L'usance pour les lettres tirées de la France, la Hollande et l'Allemagne, sur Londres, est de 30 jours sans celui de la date ; pour celles tirées de l'Espagne et le Portugal, de 2 mois ; celles tirées de l'Italie, de 3 mois. — Les lettres à vue jouissent de 3 jours de grace après l'échéance ; celles à usance, de 10 jours de grace.

Hollande, la banque ne compte la Rixdale que pour 48 (stuivers) tandis que dans le public elle a cours pour 50 (stuivers) ; d'où il suit quelquefois une différence entre la monnaie courante et la monnaie de banque de 4 ou 5 pr. o/o, qu'on appelle *agio*.

529. *Titre, poids et mesures d'Angleterre.*

1 Guinée d'or au titre de 21 kar. 50/32, sans remède, pese 129 39/89 grains poids de Troye, et 157 grains de France, ou 0,^{gr} 333

1 Crown = 5 *shillings*, au titre de 11 deniers, pesant 464 16/32 grains, poids de Troye, = 565 grains de France, ou = 29^{gr} 980 d°.

La livre de Troye . . . = 12 onces,
1 d°. = 20 penny weights
1 d°. = 24 gr.

109^{lt} avoir du poids	=	100^{lt}	de Paris.
2^{lt} 237 . . d°.	=	1	kilogramme.
131 poids de Troye	=	100	d°.
2^{lt} 676. . . d°.	=	1	kilogramme.

1, 093 yard ou verge	=	1	mètre.
128 1/4 d°.	=	100	aunes de Paris.
28 Bushels. m. S	=	10	hectolitres.
1, 05 Tun pr. le vin	=	10	d°.

530 *Cours des changes de Londres.*

		l'incertain.				*le certain.*
Il *Reçoit*	d'*Altona*	34.	79	schel. de banq.	pr.	1 lst. sterl.
R	d'*Amsterd.*	38.	19	esc. ou s. de gr.	»	1 lst. d°.
»	*de Dublin*	108.	33	liv. Irlandaes.	»	100 lst. sterl.
»	*de Hamb.*	34.	65	schel^{s} banco	»	1 lst. d°.
»	*de Paris*	24^{F}.	41	centimes. . . .	»	1 lst. d°.
Il *Donne*	*à Bord.*	29.	49	deniers sterl.	»	3 francs.
D	*à Lisbonne*	59.	128	deniers sterl.	»	1000 rées.
»	*à Madrid*	39.	74	deniers sterl.	»	1 p. de veill.
»	*Genes* . . .	38.	25	deniers sterl.	»	1 p. h. de bco
»	*Livourne* .	49.	50	d°. d°.	»	1 p. de 8 réaux
»	*Venise*, . .	50.	50	d°. d°.	»	1 duc. de ban.
»	*Naples*. . .	42.	33	d°. d°.	»	1 duc. de 10 c.

Traite de 100 lst. sur *Londres*, aux places et aux changes cotés ci-dessus.

A *Bordeaux*, 29 d. 49c sterlings.

Opération.	*Preuve.*
1 lst. : 240 d. : : 100 lst. : x	3 fr. : 29,49 d. : : 2441f 50 : x
29,49. : 3 fr.	240 d. : 1 lst.
Rép. 2441f, 50	*Rép.* lst. 100.

A *Paris*.

lst. 1 : f 24,42 : : lst. 100 : x = 2441 f. *Preuve.* f 24,41 : lst. 1 : : f 2441 x = lst. 100

A *Madrid*.

lst. 1 : dst. 240 : : lst. 100 : x *Preuve.*	1024réa w. : p 68 : : r 9094.40 : x
39,74dst. : 1 piast. de ch.	1 piastre : 39,74 d. sterl.
68 piast. ch. : 1024 réa. w	240 d. st. : 1 lst.
Rép. 9094.40 $\frac{209920}{270232}$ réa. w.	*Rép.* 100 lst.

On peut faire les mêmes exercices à l'égard des autres places, aux mêmes changes cotés, ou en les variant.

Pour éviter des fractions aux réponses des changes, je les supprimerai, ce qui ne laissera pas une différence de 1 centime comme dans la réponse précédente.

SECTION III.

531. SECTION III.

CHANGE avec L'AUTRICHE et L'ALLEMAGNE.

Monnaies réelles de l'Autriche.

		titre.	m. pure.	val. intrins.
or	1 ducat d'Empire / 1 ducat de Hongrie	984	3, 397.	11, 70

(a)

			gr	fr
arg.	1 reichs thalers de conv. / 1 d°. ou rixdale d'Empire	830	23. 277.	5. 17
	1/2 d°. . ». . . . »	830	11. 638.	2. 59

532. *Monnaie de compte.*

A *VIENNE*, Capitale de l'*Autriche*, les Ecritures se tiennent en florins, creutzers et d. ou pennings ou en rixdales.

	flor.	creut.		penn.
1 florin courant de convention =	1	60	=	240.
20 d°. = 1 marc d'argent de Cologne	1		=	4.
1 rixdale ou thaler de convent. =	1 1/2 =	90	=	360.
1/2 florin.	»	30	=	120.

533. *Monnaie de change.*

1 rixdale ou écu de cours.	90 creutzers.
1 florin, pied de 20 (b)	60 »

(a) Par une *convention* faite en 1755, entre la Bavière et l'Autriche, il fut statué, que dans ces deux Etats, on y fabriqueroit 10 écus *reichthalers*, appellés monnaie de convention, avec 1 marc d'argent fin, poids de Cologne, au titre de 5/6 = ,833.

(b) Le florin est dit *pied* de 20, parce que 20 florins de 60 crutzers d'Empire de convention = 1 marc fin de Cologne, et comme 1 thaler = 90 kreutzers ou 1 1/2 florin, pied de 20 flor.

L'usance des lettres de change sur Vienne est de 14 jours après l'acceptation ; celles à 1/2 usance ou à plusieurs usances, ainsi que celles payables au milieu d'un mois ou à 8 jours, ont 3 jours de grace après l'échéance ; mais celles à vue, au-dessous de 8 jours de vue, ou à jour fixe, n'en ont point.

Poids et Mesures de Vienne.

Le marc = 16 loots 1 loot = 4 drach. 1 drach. = 4 den.

115 ℔ de Vienne.	. . . =	100 ℔ de Paris.	
1 ℔ . . . dº.	. . . =	0,87	dº.
1 ℔ 767. . dº.	. . . =	1 kilogramme.	
100 ellen . dº.	. . . =	66 3/2 armes = 79^{m}20	
1 E 28 . .. dº.	. . . .		1 mètre.
1.626 metzen ». m. sech.	=	1 hectolitre.	
1.687 eimer pour le vin.	=	1	dº.

534. *Cours des changes de* VIENNE, *de* PRAGUE *et de* TRIESTE.

			l'incertain.		le certain.
D	à	*Amsterdam*	136,75 rixd. c. de conv.	pr.	250 flor. cour.
»	»	*Constantinople*	80. dº.	»	100 p. arg. v.
»	»	»	76.27 dº.	»	100 » arg. n.
»	»	*Hambourg.*	. 144.80 dº.	»	300 marcsbco
»	»	*Londres.* . .	9.402 flor. c. de conv.	»	1 lst. sterl.
»	»	*Paris.* . . .	23. 11 creutzer dº.	»	1 franc.
»	»	*Venise.*	128 1/2 rixd. . dº.	»	100 d. b. de 24 gr
Reçoit de	*Cadix*,	*Mad.*	100 ducats de change.	»	201 flor. c.
»	»	*Genes* . . .	62 s. fuori bco, . .	»	1 florin c.
»	»	*Paris.* . . .	2 fr. 80.	»	1 flor. de c.

au marc, il suit que 13 1/3 thalers ou rixdales contiennent aussi 1 marc de cologne, argent fin, sur le même pied.

Mais dans les lieux où le *reichsthaler*, au lieu de courir pour 2 florins d'Empire, ou 1 thaler 1/3 a cours pour 2 florins 24 kreutzers ou 1 thaler 54 creutzers, dans ce cas 10 *reichsthalers* = 24 florins, parce qu'il faut 24 fl. pour contenir 1 marc de Cologne qu'on appelle *pied* de 24, par conséquent 16 th. sur ce pied, contiendront aussi 1 marc de Cologne.

TRAITE de flor. 4622 de conv. sur *Vienne*, aux places et aux changes cotés ci-dessus.

A PARIS.

1 fl. conv. 60 creut. : : 4622 fl. x	*Preu.* 1 f 23.11 cr. : : 12000 : x
23,11 creutzers : 1 franc.	60 cr., 1 flor. conv.
Rép. fr. 12000.	*Rép.* flor. 4622.

d°.

fl. 1 conv. : 2,60 : : fl. 1000 : x	*Preuve.* 2.60 : fl. 1 : : 2600 : x
Rép 2600 fr.	*Rép.* 1000 flor

A HAMBOURG.

fl. 1 1/2 : rixd. 1 : : f 4622 : x	*Pr.* 500mbco : rixd. 144.80 : : mbco 6383 : x
144m80 : 500mbco	1 rixd. : 1 1/2 fl. 4622.
Rép. mbco 6383m 19s 6d 126/181	*Rép.* flor. 4622.

535. A BOLZANO sur l'Eyrac } *Tyrol Autrichien.*

L'on tient les Ecritures en florins de 60 creutzers de 4 deniers, argent courant d'Empire. (532.).

On y change en thalers (533)

90 lb de 16 onces de Bolzano	=	100 lb de Paris.
200 lb	=	100 kilogrammes.
100 brasses.	=	66 1/2 aunes ou 57 m. 62.

BOLZANO.

	l'incertain.	le certain.
D à *Amsterdam*	205,123 fl. c. de conv. =	250 florins bco.
» » *Hambourg*	217,200 fl. c. de conv. =	300 marcsbco.

» » *Londres* 9,402 fl. d°. d°. = 1 lst. sterling.
» » *Vienne* [illegible] d°. d°. = 100 florins cour.

Les changes en argent de convention s'opèrent comme ceux de Vienne.

Il y a une autre monnaie de compte, appellée écu de change, ou scudo di cambio, ou moneta del giro = 93 creutzers de banque. Traite sur *Bolzano* de 1000 flor. di giro, agio 27 pr. 0/0,

A AMSTERDAM.

		fl. di giro	fl. bco	fl. c.	fl.
100 fl. di giro : 127 fl. de c.		1000 : x	250	: 205 : :	1548.78 : x
205 fl. de c. : 250 fl. b.		*Preuve.*	127 fl. c.	: 100 di giro.	

Rép. 1548.78 flor. bco.   *Rép.* 1000 flor. di giro.

536. BAVIERE.

A Munich, cap. de ce royaume ; à Ratisbonne et à Strasbourg, l'on se sert de la monnaie de convention pied de 24. *Voyez Vienne* (531).

SECTION IV.

CHANGE avec AUGUSTE ou AUSBOURG, Ville d'Allemagne en Souabe.

537. La monnaie réelle et courante est la même que celle de l'Empire, c'est-à-dire, des florins sur le pied de 20 au marc de Cologne, et le thaler de 13 1/3 au marc, et des vieux écus de France fixés à 2 florins courants.

538. *Monnaie de compte.*

On y tient les Ecritures en florins, creutzers et pennings et demi deniers, qu'on appelle *hellers*, ainsi

	flor.	fl.	batz.	cr.	penn.	hellers.
1 thaler ou 1 rixd.	= 1 1/2	1 =	15 =	60 =	240 =	250
			1 =	4 =	16 =	32
				1 =	4 =	8

539. *Monnaie de change.*

L'argent de change est sur le pied de 1 florin 1/2 de 90 creutzers, de manière que pour 100 rixd. ou thalers, on en paie 127 argent courant; d'où il suit que l'argent de banque ou de change vaut 27 pr. 0/0 de plus què l'argent courant,

ou 127 flor. cour. = 100 flor. de ch. ou de giro.

Les lettres de change à usance sur Auguste, sont acceptées 15 jours avant leur échéance, et payées 15 jours après.

Nota. A WURTEMBERG, BADE, MONFORT, WURTZBOURG, BRANDEBOURG et ANSPACH l'on se sert de la monnaie de convention pied de 24 flor. au marc de Cologne, et le change s'y fait comme avec Ausbourg.

540. *Poids et Mesures.*

100 ₶	d'Auguste		=	97 ₶	de Paris.
203	»		=	1	kilogramme.
16	ellen		=	10	mètres.
100	d°.	»	=	49 1/2	aunes.
18	metzen	» m. s.	=	10	hectares.
18	eimar	m. liq.	=	10	d°.

541. *Cours des CHANGES d'AUGUSTE.*

	l'incertain.		*le certain.*
D. à *Amsterdam*	107.60 thalers giro	pr.	240 florins bco.
» à *Cadix*. .	200 florins courants	»	100 duc. de change.
» à *Francfort*.	99 1/2 rix, giro	»	100 rixd. bco.
» à *Hambourg*.	144.80 rix. co. de con.	»	300 marcs bco.
	ou 114.01. d°. de change	»	
» à *Livourne*. .	189. 1/2 flor. cour.	»	100 piast. de 8 réaux.
» à *Londres*. .	9f.40 cour de conv.	»	1 liv. sterling.
» à *Paris*. .	115.53 d°. d°.	»	100 écus.
» à *Venise*. .	100 1/4 rixd. de change	»	100 ducats bco.
» à *Vienne*. .	99 flor. cour.	»	100 flor. cour.
B. de *Gênes*. .	62 1/2 sols hors de b.	»	1 flo. d°.
» *Paris*. .	2f. 50.	»	1 flo. d°.

TRAITE de PARIS sur AUSBOURG, pour 1200 thalers ou *rixdales*, *à* 2 fr. 59 pour 1 florin.

$1^{r} : 1^{fl}\ 1/2 :: 1200^{r} : x$	$2^{F},59 : 1^{fl} :: 4662$ fr. $: x$
$1^{fl} : 2^{F},59$	*Preuve.* $1^{fl}\ 1/2 : 1^{R}$
Rép. 4662 francs.	*Rép.* 1200 rixdales.

On en peut faire autant des autres changes par le moyen de la régle de trois simple ou conjointe.

Le change de *Brunswick*, *Francfort*-sur-le-Mein, *Bremen*, *Leipsick*, *Naumbourg*, *Nuremberg*, *Osnabruc*, *Prague*, *Vienne* se fait avec *Ausbourg*, avec la monnaie de convention, avec un agio de tant pour o/o.

542. *A FRANCFORT sur le Mein en Franconie.*

L'on compte aussi par thalers, flor. et creutzers, c. à d., que $1^{th} = 1^{fl}\ 1/2.$ $1^{fl} = 60$ creutzers. $1cr = 4$ d.
ou encore $1^{th} = 22$ batz $1/2$. $1^{fl} = 15$ batz.
2 d°. 45 d°.

543. *Poids et Mesures.*

110^{tt}	de Francfort	=	102^{tt}	de Paris.
$2^{tt},96$	. . . » . .	=	1	kilogramme.
100	ellen » . .	=	48	aun. ou 57 m. 62.
92	malter, p. m. s.	=	100	hectolitres.
542	maas. . » liq.	=	10	d°.

544. *FRANCFORT sur le MEIN*

l'*incertain*.				le *certain*.
D'à *Amsterdam*	136.75 th. c. de conv.	pour	350	florins cour.
» à *Hambourg*	144. 8 . . d°. . .	»	300	marcs b°.
» à *Londres*.	. 141.03 batz. d°. . .	»	1	lft. sterling.
» à *Paris*.	. . 77.92 thal. d°. . .	»	300	francs.
fl. de *Paris*.	. . 259.67 centimes. . .	»	1	florin.

Excepté l'article de Londres, l'on peut proposer les mêmes exemples qu'à Brême pour les opérations de change.

Nota. Francfort change avec *Brême*, *Brunswick*, *Leipsick*, *Naumbourg*, *Nuremberg*, *Osnabruck*, *Prague* et *Vienne*, en *argent courant* de convention, c'est-à-dire, en thalers, flor. et creutzers à tant pour o/o.

Mais avec *Berlin*, *Breslaw*, *Embden*, *Magdebourg* et *Stettin*, il change comme LEIPSICK.

545. *A LEIPSICK, sur la Pleisse, (Haute-Saxe.)*

On compte aussi en thalers et florins courants d'empire ou de convention, ainsi

1 th. cour. = 1 fl. 1/2 c. ou 1 th. = 24 groschens, ou bons gros,
2 d°. 3 d°. . . = 1 gros = 12 deniers.

546. *Poids et Mesures.*

105ᵗᵗ = 2marcs ou 32 loths de Leipsick		=	100ᵗᵗ de Paris.
214ᵗᵗ	. . . . »	=	100 kilogrammes.
180 ellen	. . . . »		100 mètres.
100 ellen	. . . . »		46 3/4 ou 55_m 54.1
72 scheffets. m. s.	. . »		100 hectolitres.
712 kannen m. liq.		=	10 d°.

547. *LEIPSICK.*

	l'incertain.				*le certain.*
D à *Amsterdam*	156,75 th. c. de conv.			pour	250 florins cour.
» à *Berlin* . .	125,	»	»	»	100 pfund bco.
» à d°.	95,238	»	»	»	100 rth. c. de Prusse.
» à *Copenhag.*	117,267	»	»	»	100 rixd. cour.
» à *Hambourg*	144,795	»	»	»	100 rixd. bco.
» à *Londres.* .	6,268	»	»	»	1 lst. sterling.
» à *Paris.* . .	77, 02	»	»	»	300 francs.
R de *Paris* . .	3f, 89 centimes.		.	»	1 thal. courant.

les opérations de change se font comme ceux de Brême et Francfort, etc.

SECTION V.

548 CHANGE avec BREMEN et HAMBOURG dans la Basse-Saxe. (a)

1°. BREMEN SUR LE WESER.

Monnaie réelle de Bremen.

		titre.	m. pure.	francs.
les Augustes, Carls et les Frédéric = 5 thalers	=	901.	6gr.029.	20.73
1 écu de convention ou reischsthalers = 1 1/7 d°.	=	833.	33. 361.	5.19.
1/2 d°, ou florin d'Empire ,	=	d°.	11. 638.	2.58.

549. *Monnaie de compte.*

On y tient les Ecritures en rixdales ou

thalers = 3 marcs = 48s lubs = 72 grots = 360 schwaren.

1 » = 16s » = 24 » = 120

ou encore 1 » = 1 1/2 = 7 1/2.

1 = schwaren.

1 thaler = 2m 3/4 kops-slucke

ou 1 = 6 dutgen.

1 = 16 fleuride.

1 flor. = 48 grots 1 = 18

1 = 24 bons gros ou 48 schellings.

550. *Monnaie de change.*

L'on se sert de thalers courants de convention = 1 flor. 1/2 = 90 creutzers , ou encore des grots ci-dessus.

L'usance y est de 15 jours de vue pour les lettres d'Allemagne et d'un mois de date pour celles de Londres , avec 8 jours de grace , dont les lettres à 1 , 2 , 3 ou 4 jours de vue ne jouissent pas.

(*a*) Par un Sénatus-Consulte , du 10 Décembre 1810, la réunion des Villes Anséatiques à l'Empire français a eu lieu, c'est-à-dire , de *Lawembourg* , *Brême* , *Hambourg* , *Lubeck* , enfin toute la côte depuis l'Elbe jusqu'à l'Ems.

551. *Poids et Mesures.*

100ᵗᵗ de bremen	=	100ᵗᵗ de Paris ou 49 kil. 40	
202 »	=	» 100 kilo.	
100 ellen »	=	48 aunes » ou 57 m. 50	
174 » »	=	» 100 m.	
140 scheffels pr. m. s.	=	100 hectolitres.	
31,50 stubgens pr. liquid.	=	1 *d°*.	

552. *Cours des changes de* BREMEN.

l'*incertain.*			le *certain.*
D à *Amsterdam*	136,75 th.-c. de conv.	pour	250 florins cour.
» » *Hambourg*	144.80 *d°*. . . .	»	300 marcs bco.
» » *Londres.*	625,80 *d°*.	»	100 lst. sterlings.
» » *Paris.* . .	17,635 gros. . . .	»	1 franc.

Nota. Brunswick, Francfort-sur-le-Mein, Leipsick, Naumbourg, Nuremberg, Prage, Vienne, Munster et Osnabruck } en Vestphalie, changent comme Hambourg avec Bremen en florins de convention, pied de 20.

TRAITE de 1000 thalers sur *BREMEN*, aux changes ci-dessus.

A PARIS.

1th. : 72grots :: 1000th. : x *Preu.* 1f : 17gr,635 :: 4082f.78 : x
17,635 gr : 1 fr. 72 gr. :: 1 th,

Rép. 4082f.78. . . . (*a*) *Rép.* 1000 th.

(*a*) Observez que les points après les réponses, comme 4082f 78 . . . . . signifient qu'il reste une fraction qu'on néglige.

A LONDRES.

626^{t},8 : 100$^{lft.}$ :: 1000^{t} : x *Preu.* 100$^{lft.}$: 626^{t},8 :: ^{lft} 159.55 : x
Rép 159$^{lft.}$53. *Rép.* 1000$^{T.}$

A AMSTERDAM avec agio de 4 pr. 0/0.

th flo. cour. th. fl bco. fl c. fl bco.
136.75 : 250 :: 1000 : x *Preu.* 100 : 104 :: 1757.84 : x
104 fl c. : 100 flo. bco. 250 fl c. : 136^{t}.75
Rép. 1757.84 fl. bco. *Rép.* 1000.

TRAITE d'Amsterdam sur Brumen, de 1000 th, *sans agio*, au même change.

T fl bco. T fl bco. T fl
136,75 : 250 :: 1000 : x *Preu.* 250 : 136.75 :: 1828.15 : x
Rép. 1828,15. *Rép.* 1000 th.

A HAMBOURG,

avec agio de 25 pr. 0/0, pr. avoir de marcs cour.

T mbco T m.c. mbco m.c.
144,8 : 300 :: 1000 : x *Preu.* 125 : 100 :: 2589,78 : x
100 mbco : 125 m cour. 300 mbco : 144.8^{T}
Rép. 2589,$^{m. cour.}$78. *Rép.* 1000 th.

Au même lieu,
sans agio.

144,8^{T} : 300^{mb} :: 1000^{T} : x *Preu.* 300^{mb} : 144.8^{T} :: 2071^{mb}.82 : x
Rép. 2071.82^{mbco} *Rép.* 1000^{T}

Observez que les preuves peuvent être considérées comme autant de *remises* faites à Bremen.

A *BRUNSWICK*, *LUNEBOURG*, *ZELL*, (Basse-Saxe)
à *DRESDE-sur-l'Elbe*,
à *LEIPSICK*, *HANOVRE*, } *Haute-Saxe.*
à *NUMBOURG sur la Sala*,

à *HESSE-CASSEL sur la Flude*; on y règle les changes comme à *Bremen*, *Ausbourg*, etc., (541) en thalers de convention.

2°.

HAMBOURG situé sur l'Elbe.

---

553. *Monnaie bco réelle d'Hambourg.*

			titre.	m. pure.	fr.
or.	le duc. d'Emp. ou rixd.	= 6 m bco ou 7 1/2 m. e.	= 974.	3gr450.	10.97
arg.	la rixdalle ou reichsth. ef.	3m bco = 48s sch. bco. ou = 3m 3/4 cour. = 60s. lubs.	= 896.	26 175.	5.82
	1 déalder ou th.	= 2m = 32s schell. bco	896.	16gr 854.	3.74
	1 marc co.	. . . . . 1m = 16 d°. ou s. bco	»	8. 427.	1.87
	1 esc. ou sous de gros	= 6 d°. bco.	»	3. 392.	0.70

554. *Monnaie lubs courante et de compte d'Hambourg.*

1 duc. d'or d'emp. ou liv. de gros	= 7 1/2m lubs c.	= 130s lubs.		
1 rixdale courant	= 3m . » »	= 48s lubs	743.	20.363. 4.55
1 déald. ou th. co.	= 2m . » »	= 32s lubs	740.	13.521. 3.
1 marc cour. d°.	= 1m . » »	= 16s lubs	743.	6. 78. 1.51

1s lubs = 12 d. ou pfenins

On y tient les Ecritures en marcs, sols et deniers lubs ci-dessus, c'est-à-dire 1m lubs 16s lubs
1s d°. 12 d. pfenins.

555. *Monnaie de change d'Hambourg.*

On y change en rixdales , dealder ou thalers , marcs , sous lubs ou
en livres , sols et deniers de gros = 1 l. gr. 20 s. gr. = 24 d. gro
1 s. = 12 d pfund.

Il faut observer que l'agio , en faveur de l'argent de banque , est d'environ de 25 pr. o/o , c'est-à-dire , que les marcs , sch. ou sous et deniers banco , valent 25 pr. o/o de plus que les marcs , sous et deniers lubs ou courants , et , pour ne pas confondre la valeur des escalins ou sous de gros et les deniers de gros avec les sous et deniers lubs , en voici la comparaison..

		Marcs l.		Sous l.		d. lubs		sols de gr.		d. de gr
		1	=	16	=	192	=	2 2/3	=	32 d.
1 déald. ou th.	=	2	=	32	=	384	=	5 1/3	=	64
1 rixdales . . .	=	3	48	48	=	576	=	8 . .	=	96
1 l. de gr. pfund	=	7 1/2	=	120	=	1440	=	20 . .	=	240
1 esc. ou s de gr.		. . . . .	=	6	. .	72	=	1 . .	=	12
1 sch. ou s lubs		. . . . .	=	1	=	12	=	0 1/6	=	2
1 stuiver d'Ams.						6		. . . .		1

l'usance est de 15 jours pour les lettres de toute l'Allemagne, et de 30 pour celles d'Espagne et de Portugal, et 12 jours de grace.

Poids et Mesures.

100 lb de Hambourg	=	98 lb de Paris ou		48 kilogr.
104 poids de Cologne	=	100	»	
206 de 16 lots de Hamb.	=	. . . . . .		100 kilogr.
100 ellen . . . d°.	=	48 1/2	d°. .	57 mèt. 62.
144 d°. . . . . »	=	. . . . . .		100 m
94 scheff. ou 47 saecke } pr. m. secb.	=	. . .		100 hectolitres.
2.76 anc. . pr. m. liq.	=	. . .		1 hect.

556 Cours des CHANGES de Hambourg.

	l'incertain.			le certain.
R d'*Amsterd.*	35, 33	stuivers bco ou sols com.	pr. »	2 m. banco.
»	105, 80	flor. courant	»	120 m. banco.
à *Ausbourg*	114, 01	thal de giro	»	300 m. banco.
» *Berlin.* . .	152, 04	th. c. Prusse	»	300 m. banco.
» *Bolzano.* .	217, 20	fl. c. de conv.	»	300 m. banco.
» *Bremen* . .	144, 8	th. c. de conv.	»	300 m. banco.
» *Brunswick*	117, 64	» » »	»	300 m. c. agio 25 p. o/o.
» *Copenhag.*	123, 47	rixd. c. Dan.	»	300 m. banco.
» *Lubeck.* . .	122, 8	rixd. c. de Lub.	»	300 m. banco.
» *Stralsund.*	130, 03	thal. cour. .	»	300 m. banco.
» *Paris* . . .	187,	fr. ou 188 fr.	»	100 m. banco.
D à *Bordeaux*	25, 65	S. lubs banco	»	3 francs.
» *Breslaw.* .	41,043	S. » banco	»	3 liv. de gr. banco.
» *Lisbonne* .	40, 96	d. de gr. bco	»	400 rées.
» *Londres* . .	34, 63	es. ou S de g. b.	»	1 livre sterling.
» *Madrid* . .	94, 85	d. de gr. bco	»	1 ducat de change.

Observez que Breslaw, Francfort-sur-l'Oder, Magdebourg et Stettin donnent, changent comme Berlin avec Hambourg.

Traite sur HAMBOURG aux changes cotés.

A PARIS, de 1000^m. cour. agio 20 pr. 0/0.

125mc : 100mbco :: 1000 : x Preu. 188f : 100mbco :: 1504f : x
100mbco : 188 fr. 100mbco : 125mc.

Rép. fr. 1504. *Rép.* 1000m cour.

A BORDEAUX, de 1539 mbco.

1m : 16s lubs bco :: 1539 : x Preuve. 3f : 2 s lubs :: 2880 fr. : x
25sl 65mbco : 3 fr. 16sl : 1mbco.

Rép. 2880 francs. *Rép.* 1539mbco.

A BRUNSWICK, de 1000 mbco. agio 25 pr. 0/0.

100 mbco : 125mc :: 1000mb : x Preu. 117.64th : 500mc :: 490th : 16
500mc : 117.64 thal. 125mc : 100mb

Rép. 490th16 cour. . . *Rép.* 1000mbco.

A LISBONNE, pr. 1000 mb

1mb : 52d de gr. :: 1000mbco : x 400r : 40,96d. de gr. :: 312//500 : x
40d,96 : 400 rées. Preu. 32d gr. : 1mbco.

Rép. 312500 rées ou 312//500. *Rép.* 1000mbco.

A LONDRES, pour 1298 mbco. 625.

3mb : 8s. de gr. bc :: 1298.625sl : x Pr. 1 lst. : 54s.63b :: 100 lst. : x
34sbc65 : 1 lst. sterl. 8sb : 3mb.

Rép. 100 lst. sterl. *Rép.* 1298mbc 625.

À MADRID, pour 1000 mb^{co}.

1 mb	: 32 d. de gr. :: 1000 mb : x	1 ré. v. : 34 m. v. :: 7004.35 ré. v. : x	
94.85 de gr.	: 1 ducat de ch^{ge}	*Preuv.* 60 m. v : 32 mar. de pl.	
1 duc.	: 375 marav. de pl.	375 m. de pl.	: 1 ducat.
34 mar. pl.	: 64 mara. de veil	1 ducat	: 94.85 d. de gros.
34 mar. de veil	: 1 réal veil.	32 d. de gr.	: 1 m. b.
Rép. 7004 R,35 de veillon.		*Rép.* 1000 mb.	

On peut en faire autant avec les autres places, et varier les exemples en variant le prix des changes.

SECTION VI.

CONFÉDÉRATION HELVÉTIQUE.

CHANGE avec BÂLE, S.-GALL, etc.

557. *Monnaie réelle.*

			titre.	m. p.	francs.
or	Le ducat de Bâle. . . .	=	958.	3gr554	10. 46.
or	» Zurick. . . .	=	990.	3. 450	11. 18.
or	» Lucerne . . .	=	979.	3. 450	11. 03.
or	le 1/2 écu de Fribourg. . .	=	958.	1. 592	4. 98.
or	le ducat » d^{o}. . . .	=	977.	3. 397	10. 85.
or	le double ducat de S.-Gall.	=	969.	6. 899	21. 84.
	l'écu de Bâle . . . , ...	=	840.	25gr052	4. 85
	» Zurick.	=	813.	27. 811	5. 08
	» Lucerne	=	861.	26. 909	5. 20.
	» Fribourg. . . . . ,	=	856.	28. 661	5. 79.
	» S.-Gall.	=	858	27. 812	5. 58.

D'après la Loi rendue en 1804 par la Diète helvétique,

1 franc Suisse . . . , . = 1 1/2 de France, ou

200 » d^{o}. . . . . . . = 150 fr. . d^{o}.

558. *Monnaie compte de la Suisse.*

Elle peut se considérer par rapport aux personnes qui font des affaires avec l'Allemagne ou avec la France et l'Italie.

Dans le premier cas, on y tient les Ecritures en florins, = 60 creutzers de 5 pennings chaque, ou 1 flor. = 15 batz de 4 creutzers.

Dans le second, on y tient les Ecritures en francs, de 10 batz, de 10 rappens ou 1 franc, = 20 s. de 12 deniers.

559 *Monnaie de change.*

La Suisse change avec l'Allemagne en florins ou en francs Suisse, et en francs Suisses seulement maintenant avec la France et l'Italie dont la livre est la même chose que le franc, excepté cependant que

$1^{F} = 10^{d}$ ou 100^{c} et *la lira* $= 20^{soldi}$ de 12^{denari}.

autrefois 2 florins de ch. = 5tt tournois

9 d°. cour. = 4tt d°.

Les lettres sur Bâle ne jouissent d'aucun jour de grace, celles sur S.-Gall ont 3 jours de grace.

Poids et Mesures.

100tt de Bâle	=	100tt de Paris.
2.042 »	=	1 kilogramme.
84 aunes »	=	100 mèt. d°.
100 brasses	=	96 3/4 au. d°.
77 sacs »	=	100 hectolitres.
63 mutt pm s.	=	»
60 maas pm liq.	=	1 hectolitre.

560. Cours

560. *Cours des changes.*

La SUISSE.

donne	l'*incertain*	pr.	le *certain*.
à *Amsterdam* . .	60, creutzers	pr.	1 florin courant.
» d°.	144 fr. Suisse	»	100 francs courants.
» d°.	150 d°.	»	100 d°. banco.
» *Ausb. et Vienne*	125,08 florins	»	100 florins c. de conv.
» d°. d°.	175,40 fr. Suisses	»	100 florins c. de conv.
» *Hambourg*. . .	126,80 d°. »	»	100 marcs banco.
» *Londres* . . .	16,79 d°. d°.	»	1 livre sterling.
» *Paris et toute l'Italie*. . .	66,66 d°. d°.	»	100 francs de France.
Reç. de *Paris*, *etc.*	150 fr. de France	pr.	100 francs Helvétique.

TRAITE de 1000 francs Helvétiques, sur BÂLE et sur toute la CONFÉDÉRATION.

A *AMSTERDAM*, à 150 fr. pr. 100 fl. bco.

150fr. S. : 100fl bco :: 1000 : x   100fl bo : 150fl S. :: 666 2/3fl bo : x

Rép. 666, 2/3 fl. bo.   *Preu.*   *Rép.* 1000 fr. S.

d°. à 144 fr. pr. 100 fl. cour.

144fr. : 100fl cour. :: 1000fr. : x *Preuve*   100 : 144 :: 694 4/9 : x

Rép. 694fl.44.   *Rép.* 1000 fr. S.

d°. de 1000 flor. à 60. 1 cr. pour 1 flor. cour. et a agio à 20 pr. 0/0

1fl S. : 60cr. :: 1000fl S. : x *Preu.*   100 fl b. : 120 fl c. :: 831,94 406/601 fl bo : x

60,cr 1 : 1 fl c. d'Ams.   1fl c. : 60cr,1

120fc. : 100 fl bo.   60cr : 1fl s.

Rép. 831,94 406/601 fl. bo d'Am.   *Rép.* 1000 fl. s,

À *Paris*, pr. 6666 francs S. au change coté.

66,66 fr. s. : 100 fr. :: 6666 fr. s. : x *Preu.* 100 : 66,66 :: 10000 : x
Rép. 10000 fr. de France. *Rép.* 6666 fr. Suisse.

On peut se servir des mêmes changes pour les autres Cantons Suisses.

SECTION VII.

561. *Change avec Dannemarck, Copenhague, Altona, Elsenor, Christiana, Christianland* en *Islande*, ainsi qu'avec *Lubeck, Rostock* et *Wismar*.

Monnaies réelles.

Or { 1 duc. d'Emp. (531) = 7^m et 3^s lubs ou 14^m et 6^s Dan. cour.
1 duc. cour. à 85 5/7 au marc = 6^m cour. lubs ou 12^m Dan. d°.

	titre.	m. p.	francs.	
= 2 rixdales . . . =	876.	2.699.	9. 30	
1 chrét. à 38 1/10 au marc =	905.	6 056.	20. 86	= 4 rix. d°. c.

Arg. { 1 reichstaler species (553) 896. 25.882. 5. 61 = 120 Dan. c.
1 couronne ou thaler . . . . 60 d°. »

l'on se sert aussi de la monnaie courante de Hambourg (554), de sorte qu'un marc lubs ou 1 marc courant de Hamb. = 2^s courants Danois.

562 *Monnaie de compte.*

L'on tient les Ecritures en Dannemarck, en rixdales courantes danois = 6 marcs de 16^s danois,
1^s = 12 deniers,
ou en rixd. courantes = 3 marcs lubs de 16 s. lubs,
et 1 s. = 12 d. lubs.

563 *Monnaie de change.*

L'on change en rixdales courantes ci-dessus et sous

Danois, ou en reischstaler ou thaler species qui est la même que celle de Hambourg = 48 s. = 60 s. lubs,

ainsi 6 marcs dan. = 96s d. 1152d danois	ou 3 marcs lubs = 48s lubs = 576d lubs	= 1 rixdale cour.
3m species de b° dan. norvegienne = 48s species = 576d sp.	ou 3m 12s lubs = 60s lubs	1 rixd, spec.

—,5 rixdales courantes = 4 rixd. species ou banco.

Il n'y a que les lettres tirées à usance qui jouissent de huit jours de grace.

Poids et Mesures.

98℔ de 16 lots de Danemarck		=	100℔ de Paris.
2℔ »		»	=	1 kilogramme.
159 allen		»	=	100 mètres
100 ellen		»	=	63 d°. ou 53 aunes.
47 skipps	m. s.	»	=	10 hectolitres.
16 ankors	m. de vin		=	10 hectolitres.

564. *Cours des CHANGES de COPENHAGUE, etc.*

l'*incertain*		pour	le *certain*.
D à *Amsterdam* . . . 116,	62 rixd. c. dan.	pr.	250 flo. cour.
» » *Hamb. et Altona* 125,	47 » » »	»	300 marcs banco.
» » *Londres*	5, 345 » » »	»	1 liv. sterl.
» » *Lubeck*. 100,	32 » » »	»	100 rixd. lubs c.
» » *Dantzick*. 65,	25 » » »	»	100 rixdales.
» » *Paris*. 21,	02 s. ou sch. dan.	»	1 franc.

565. À LUBECK.

L'on suit le même systême qu'à Hambourg. (554).

Cours des Changes de Lubeck.

l'*incertain*.			le *certain*.
D à *Amsterdam* 116,	250 rixd. cour.	pour	250 flor. courants.
» » *Hambourg*. 122,	8 thal. cour.	»	300 marcs banco.

R de *Berlin* . .	.123, 529 th. c. de Pr.	»	100 rixd. cour.
» » *Copenhague*	100, 32 cour. Dan.	»	100 rixd. cour.
» » *Francfort* .	.117, 647 th. c. de c.	»	100 rixd. cour.

1°.

TRAITE de 1000 rixd. dan. cour. sur COPENHAGUE, aux changes ci-dessus. (564).

A PARIS.

1 rix : 96s D :: 1000rix : x *Preu.* 1 fr. : 21,02s D :: 4567 fr. 07 : x
21,02s D : 1 franc. 96s D : 1 rixd.

Rép. 4567 fr. 07. *Rép.* 1000 rixdales.

d°. Pour changer des rixd. species, en argent de France.

4 rix. sp. : 5 rix d c. :: 1000 r. d. sp : x 1F : 21,02s D :: 5708F,84 : x
1 rixd. D : 96 s. D *Preuve.* 96s D : 1 rix. c D
21,02s D : 1 fr. 5 1 c D : 4 R, species.

Rép. fr. 5708,84. *Rép.* 1000R species.

Pour faire les autres changes d'Amsterdam, d'Altona, de Londres, etc., sur Copenhague, il n'y a qu'une proportion; par exemple, une traite d'Amsterdam sur Copenhague pour 1000 rixd. c. changée en florins courants, ainsi 116.r. c. d. 62 : 250 flor. :: 1000r. c. d. : x = 2143fl. c. 71, etc.

2°.

TRAITE de 1000 marcs lubs cour. sur LUBECK, aux changes ci-dessus.

A AMSTERDAM.

3m l. : 1rix. c. :: 1000m l. : x *Pr.* 250fl c. : 116,25r c. :: 716fl c. : x
116,25r c : 250 fl. c. 1rix c : m l.

Rép. 716fl c. 84. *Rép.* 1000 marcs l. c.

suivez le même principe avec *Berlin* et *Francfort* ; pour changer avec *Paris*, faites comme avec *Hambourg*. (556).

SECTION VIII.

CHANGE avec DANTZICK, Ville libre, sous la protection de la France, dans le Golfe, de ce nom.

---

566. *Monnaie réelle.*

		titre.	m. p.	fr.
or	1 Fréd. = 20 fl. *Polonais* de 30 gros = 5 1/2 th. c. de Prusse, ou 90 sous	901.	6. 029.	20. 77
	1 duc. d'Emp. (531) = 3 r. thalers = 12 flor. Polonais.	980.	3. 783.	11. 65
arg.	1 Reischthaler ou th. = 3 fl. Polonais =	750.	16. 652.	3. 70

Monnaie de compte.

On tient les Écritures en florins *Polonais*,

1 florin = 30 gros = 90s = 540 deniers
= 1 = 3 = 18 d.

Monnaie de change.

L'on se sert du thaler ci-dessus = 3 flor. = 90 gros = 270 sch = 1620 d.

l'usance est de 15 jours après l'acceptation avec 10 jours de grace, mais il n'y a que 3 jours de grace pour celle qui ont moins de 15 jours de vue.

567. *Poids et Mesures.*

113 lb	de 16 lipsfund de Dantzick		=	100 lb
235	d°.	d°.	=	100 kilogrammes.
100	ellen.	»	=	91 aunes ou 60 mètres.
174	allan.	»	=	100 d°.
203	scheffels m. s.	»	=	100 hectolitres.
5828	stofs pour le vin	»	=	100 hectolitres.

568. COURS DES CHANGES DE DANTZICK.

		l'*incertain.*	le *certain.*
D à	*Amsterdam*	415. 5 gros cour. Pol. pr.	6 florins banco.
» »	*Francfort*	176. » » »	1 rixd. banco.
» »	*Hambourg*	182. 44 » » »	3 marcs bco sp.
» »	*Londres*	30 flor. cour. . . . »	1 lst. sterling.
R. de	*Paris*	96 écus ou 288 francs pr.	100 thalers cour.

TRAITE de 1000 flor. Polonnais sur DANTZICK, aux changes ci-dessus.

A *PARIS.*

1 fl : 1 th :: 1000 fl : x — *Preu.* 3 F : 1 écu :: 960 F : x
100 th : 96 écus — 96 écus : 100 th.
1 ec. : 3 francs. — 1 th. : 3 flor.

Rép. 960 francs. — *Rép.* 1000 florins.

A *AMSTERDAM.*

1 fl. p. : 30 grosch. :: 1000 fl. p. : x 6 fl. bo. 413. 5 gr :: 435, fl bo 30 : x
413.5 grosch : flor. b°. *Preu.* 30 gr : 1 flor. p.

Rép. 435. 30 flo. b° d'Amst. — *Rép.* 1000 flor. p.

A HAMBOURG.

1 fl p. : 30 gr :: 1000 fl. p. : x	1 m bo. : 182.44 gr :: 493.31 m bo : x
182.44 gr. : 1 m. bo *Preu.*	30 gr. : 1 flor. p.
Rép. 493.31 m. bco.	*Rép.* 1000 flor.

SECTION IX.

CHANGE avec L'ESPAGNE.

569. *Monnaies réelles d'Espagne.*

		Pist. effect.	R. de pl.	R. de veill. m. vel.	titre.	m. p.	franch.
or	la quadruple	= 4	= 160	= 301, 6	= 872.	23,528.	81,04
	le doublon	= 2	= 80	= 150,20	= »	11.764.	40.32
	la pistole	= 1	= 40	= 75,10	= »	5.882.	10.26
	la 1/2 pistole	= 1/2	= 20	= 37,22	= »	2.941.	5.13
	la pièce	. . . . . .	. .	= 20	= »	1.566.	2.74
		Réal de pl.	Ré. de veill.	Quartos.			
argent	1 pias. for.	= 10. 5/8	= 20	= 170	= 906.	24,446.	5.43
	1/2	= 5. 5/16	= 18	= 85	= »	12,223.	2,72
	1/4	= 2. 21/32	= 5	= 42 1/2	= »	6,112.	1.36
	1/8	= 1. 21/64	= 2 1/2	= 21 1/4	= »	3,056.	0 68
	1 piecette	=	4	= 34	= 892	2,985.	0.66

cuivre	1 piece de	1/2	= 2
	»	1/4	= 1
	1 maravedis	= 1/16	= 1/4

570. *Monnaie de compte.*

On tient les Ecritures en *réaux et maravedis de veillon*, à Madrid, capitale de l'Espagne; à Bilbao, à S. Ander, à S. Sebastien, dans la Galice, à Malaga, à Cartagêne, dans les Castilles et les Asturies.

Mais à Cadix et à Séville, on les tient en *réaux* et *maravedis de plate*.

10 5/8 reaux de plate = } 1 piastre forte ou effective,
ou 20 réaux de veillon = }

de sorte que 1 r. de pl. : 1 r. de veil :: 10 5/8 : 20 ou :: 17 : 32, l'un et l'autre réal = 34 maravedis de son espèce. Il y en a qui comptent aussi par réaux et quartos, au lieu de compter par réaux et maravedis.

1 quarto = 4 maravedis de veillon, mais comme 17 réaux de plate = 32 réaux de veillon, il s'ensuit que 17 maravedis de plate = 32 maravedis de veillon.

Il suit par conséquent, que

1 réal de plate = 32/17 de réal de veillon, qui multiplié par 34 marav = 1088/17 mar., et étant divisé par 4 mar. = 1 quart. on aura 1088/68 = 16 quartos pour 1 réal de plate.

Il y a une différence entre la piastre forte ou effective et la piastre de change,

il faut 10 5/8 réaux de plate pour faire 1 piastre effective
et 8 d° seulement pr. 1 piastre de change.

571. *Monnaies de change des Espagnes en général.*

	Plast.	R. de pl.	M. de plate.	R. de veil.	Mar. de veill.	Quartos.
1 Pistole	= 4	= 32	= 1088	ou 60 4/17	= 2048	= 512
1 Piastre	= 1	= 8	= 272	» 15 1/17	= 512	= 128
1 Ducat	= .	. .	= 375	» . .	= 705 $\frac{15}{17}$	= 176 8/17
1 Réal de plate	.	1	= 34	» . .	= 64	= 16
1 Réal de veillon.	. .	. .	.	» 1 .	= 34	= 8 1/2
1 Quarto.	. .	. .	. .	. . . .	= 4	= 1

ou *seulement*

1 piastre = 8 réaux de plate
1 d°. = 16 quartos de veillon, ou de billon
1 d°. = 4 marav. de veillon.

où encore pour faciliter les arbitrages.

Pist. de change.	Pistol.	Duc. d. c.	Pias. de ch.	R. d. p.	R. d. v.
375 pist. de ch. =	. . .	1088			
17 d°. =	. . .	. . .	68	544	1024
375 piastres =	. . .	272	. . .	. . .	
17 d°. =	. . .	. . .	. . .	. . .	256
375 réaux de pl. =	. . .	54	. . .	. . .	
17 d°. =	. . .	. . .	. . .	. . .	32
6000 réaux de veil =	. . .	289	. . .	. . .	. .
5 d°. =	. . .	. . .	. . .	2	.
256 piastr. effect. =	de ch. 85 pist.	. . .	. . .	. . .	. .
300 d°. =	. . .	289	. . .	. . .	. .
64 d°. =	. . .	. . .	85	. . .	. .

L'usance des lettres tirées de Paris, de Gênes, de Londres, sur Madrid est de 60 jours de vue et 14 jours de grace après l'échéance; celles à vue doivent être payées à présentation.

572. *Poids et Mesures.*

107[lt] de 16 den. de Madrid	=	100[lt] de Paris.
208 » »	=	100 kilogrammes.
118 vares »	=	100 mètres,
100 » »	=	85 d°. ou 72 aunes.
175 fanegas m. s. = 564 arrobas m. de vin =		100 hectolitres.

573. Cours des changes d'Espagne.

	l'incertain.				*le certain.*
R	d'*Amsterdam*	104.	61 den. de gros bco	pr.	1 ducat de ch.
»	de *Hambourg*	94.	85 den. *d°*. b°.	»	1 *d°*.
»	de *Lisbonne*	2687.	rées	»	1 pistole.
»	de *Gênes*. . .	22 lir 75 hors de banq.		»	1 piastre.
»	de *Londres*. .	39.	74 den. sterlings.	»	1 piastre.
»	de *Lyon* .	4.	04 francs	»	1 piastre.
»	de *Paris* . . .	16.	17 *d°*.	»	1 pistole.
D	à *Naples*. . . .	283.	50 maravedis de pl.	pr.	1 duc. di regno.

Traite de 1000 pistoles sur Madrid
» 1200 piastres, etc.

A Paris, au change ci-dessus.

1°. 1pist. : 16f17 :: 1000pist. : x = fr. 16170.

2°. 4piast. : 1pist. :: 1200piastres : x } 4851 francs.
1pist. . 16. 17.

Traite de 4096 réaux de veillon sur *d°*.

1024r. de v. : 17p :: 4096r. de v. : x
1 pistole : 10f17. *Preu*.
Rép. 1099,56 francs.

16f. 17 : 1p :: 1099f,56 : x
17plst. : 1024 r de veil.
Rép. 4096 réaux de veillon.

A Lyon, pour 1024 réaux de veil.

256r. de v. : 17p :: 1024r. de v. : x
1p de ch : 4,04 fr. *Preu*.
Rép. 274,72 francs.

4,04f : 1p. de ch. :: 274,72f : x
17plas : 256 r. de veil.
Rép. 1024 r. de veil.

SECTION X.

574. CHANGE avec la FRANCE ou l'EMPIRE FRANÇAIS,

Monnaies réelles de France.

	titre.	gr.	fr.
Le *louis* à la taille de 32 au marc. Edits de 1726 et 1785.			
Au titre légal de 21 karats 20 grains.	901.	6.884.	23.71
Remede de Loi de 12/32 de fin, et de poids 15 gr. par marc, ayant cours pour 24ᵗᵗ tournois,			
Pesant, suivant l'essai, 2 gros au titre de 21 karats, 19 grains.	= 900.		
Le double louis de 48ᵗᵗ à proportion.			47. 42
cette année on l'a réduit à 47ᵗᵗ 15ˢ 9ᵈ 3/5. =			47 20
Le louis a aussi été réduit à 23. 16. 10. 13/20. =			23. 55
Le NAPOLÉON, du 7 Germinal, an 11, ou 28 Mars 1803, à la taille de 77 1/2 au kilogramme, au titre de 9/10ᵉ, tolérance de 2 milliémes en dehors et en dedans, c'est-à-dire, presque nulle, pesant 3 gros 26 gr., 930 de l'ancien poids à l'ancien titre de 21 karats 19 grains. =	900.	11. 613.	40.
La 1/2 pièce à proportion. =			20
argent. L'écu de 6ᵗᵗ à la taille de 8 3/10 au marc, au titre de 11 den., remede de Loi de 3 gr. fin, remede de poids de 36 grains par marc. =	906.	26. 612.	5. 92
L'écu de 3ᵗᵗ à proportion, ainsi que la pièce de 24 s. 12 s. 6 s.			

argent.

Aujourd'hui les pièces de 6ᶠ et 3ᶠ n'ont cours que pr. 5ᶠ 17. 6 et 2. 15. 8 = ... 5. 80 / 2. 55

et les aut. ont cours pr. 20s 10s et 5s.

La pièce de 5 fr. du 7 Germinal, an 11, pes. 25 gr., tolérance de 3 millᵉ. en dehors et en dedans, = 6 gros 38 gr. 679 millièmes de l'ancien poids, titre de 10 den. 19 grains. . . . . = 900. 22. 500. 5

Les pièces de 2. 1. 1/2 1/4 de franc à proportion . . . . = 9. 2 / 4. 500. 1 / 2. 250. 0. 50 / 1. 125. 0. 25

la pièce qui a cours pour 1ᶠ,50

cuivre.

la pièce	de	2 s. = . . .	1 décime	ou 0,10
»	»	1. 6 d. ou 6 liards	7 1/2 cent.	ou 0,07 1/2
»	»	1.	5 dᵒ.	ou 0,05.
»	»		1 dᵒ.	ou 0,01.

Prix de l'or fin.

	titre.	mat. pure.	valeur intrins.	
Prix du				Fr.
kilogramme avec retenue. .	1000	1. kilog.	3,434	44,444
dᵒ. sans retenue. . .	1000	1 kil. 0000	3,444	44,444
l'hectogramme, val. intrins.	1000	0.100gr.	0,344	44,444
decagramme. . . dᵒ. . .	1000	1.010.	0,034	44,444
Gramme . . . . . dᵒ. . .	1000	0.001.	0,003	44,444
Décagramme . . dᵒ. . .	1000	0.000.100	0,000	34,444
Centigramme . . dᵒ. . .	1000	0.000.010	0,000	03,444
Milligramme. . . dᵒ. . .	1000	0.000.001	0,000	00,344
Prix de l'argent fin.				
			F	
Kilogramme avec retenue. .	1000	1 kilog.	218	88,888
dᵒ. sans dᵒ. ou val. int.	1000	1 dᵒ.	222	22,222
l'Hectogramme. . dᵒ. . .	1000	0.100gr.	022	322,222
Décagramme . . dᵒ. . .	1000	0.010.	002	22,222
Gramme. . . . dᵒ. . .	1000	0 001.	000	22,222
Décigramme . . dᵒ. . .	1000	0,000.100	000	02,222
Centigramme. . . dᵒ. . .	1000	0,000.010	000	00,222.
Milligramme. . . dᵒ. . .	1000	0,000.001	000	00,022

575. *Monnaie de compte.*

Les Ecritures se tiennent maintenant en France et dans tous les pays réunis, par *francs* et *centimes* = 1 fr. = 10 d. = 100 cent.; autrefois on les tenoit en *livres*, *sols* et *deniers*, = 1 ₶ = 20 s. = 240 den. Il y a des Maisons qui les tiennent des deux manières.

En *Italie*, l'on compte par *lire*, *soldi* et *denari*; mais comme la *lire* = le franc, il s'ensuit que le prix du change coté pour Paris, peut servir pour toutes les places d'Italie; et que le change qui exprime le *pair*, Paris et les autres places commerçantes de l'Europe, peut s'entendre de même entre ces mêmes places et toute l'Italie.

576. *Monnaie de change.*

La monnaie de change est la même que la monnaie de compte, en *francs* et *centimes*.

Les lettres ne jouissent d'aucun jour de grace, mais elles ne sont protestées que le lendemain de leur échéance.

577. *Poids et Mesures.*

143 ℔ ancien poids	=	70 kilogrammes.
18 gr. 827.	=	1 gramme.
101 aunes.	=	120 mètres.
37 pouces ou 3 p. 0 p. 11 l. $\frac{296}{1000}$	=	1 mètre.
100 setiers de 12 boisseaux de 16 litrons	=	m. s. 156 hectolitres.
100 muids de 288 pint. ou 36 vel.	=	m. l. 268 d°.

578. *COURS des CHANGES de l'EMPIRE FRANÇ.*

PARIS.

l'incertain.			*le certain.*
D à *Ausbourg* / *Francfort* . .	259 centimes	pr.	1 fl. c. de c.
» » *Varsovie*. . . .	11, 169 francs. . . .	»	1 ducats.
» » *Hambourg*. . .	188.	»	100 m^{bco}.
» » *Londres*. . . .	24, 41	»	1 liv. ster.
» » *Madrid ou Cadix*	16, 17.	»	1 pist. de ch.
	4, 04.	»	1 piast. de ch
» » *Dantzick* . . .	288f 00.	»	1000 thal. c.
» » *Naples*	4, 21	»	1 duc. di reg.
» » *Rome*	5f,45c 33.	»	1 écu romain.
» » *St.-Petersbourg*.	5f,99c 49	»	1 rouble.
» » *Vienne*	2f,59c 67.	»	1 flor. c. de c.
R d'*Amsterdam*. . .	53, 70 de d. de gr. bco	»	3 francs.
	56, 52 de den. cour.	»	
» » *Amérique sep*. .	0, 95 centimes . . .	»	3 d°.
» » *Bâle*.	100 francs Suisses . . .	»	150 d°.
» » *Copenhague*, . .	21, 02 sch. ou sous cour.	»	1 d°.
» » *Francfort* . . .	77, 02 thal. e. de conv.	»	300 d°.
» » *Lisbonne*. . . .	498, 65 rées	»	3 d°.
» » *Constantinople*. .	151, 50 piastres. . . .	»	300 d°.
» » *Berlin*, *Konisb*.	80, 87 thal. courants.	»	300 d°.
» » *Stockholm*. . .	25, 21 schell. species .	»	3 d°.
» » *Sicile*.	47, 48 grains	»	1 d°.
» » *Londres*. . . .	50 deniers sterlings . .	»	3 d°.

Pour les traites que l'on peut faire à *PARIS*, sur les places ci-dessus, il suffit de jetter un coup-d'œil sur les endroits où il en est fait mention.

579. *Exemple d'une Traite.*

A PARIS.

						(N°.)
sur	*Ausbourg* . .	à	2f 59 cent. p.	1200 rixd.	4662f	541
»	*Dantzick* . .	»	288 fr.	333th 1/3.	960.	568
»	*Hambourg*. .	»	188 fr.	1000 m. c.	1504.	556
»	*Londres*. . .	»	24. 41_{c}	100 lst.	2441.	530
»	*Madrid*. . .	»	16. 17.	1000 pist.	16170.	573
»	*Naples*. . .	»	4. 21.	1187 duc,	5000.	594
»	*Rome* . . .	»	5. 4533.	1000 écu r.	541. 53	590
»	*St.-Peterb*. .	»	5. 9949.	1000 rouble,	3994.90	614
»	*Varsovie* . .	»	11. 169.	6000 fl. pol.	3723.	598
»	*Vienne*. . .	»	2. 5967.	1000 fl. c. c.	2600.	534
»	*Amériq. Sept.*	à	95 cents.	1000 doll.	5263.16	525
»	*Amsterdam*. .	»	33. 70_{d} bco	1000 fl. bco.	2234.63	583
»	*Bâle*. . . .	»	66_{F}. 66_{s}.	6666 F. suis.	10,000.	560
»	*Berlin* . . .	»	80. 87th. c.	1000 th. c.	5709.65	609
»	*Constantinop.*	»	151. 50piast.	1000 piast.	1980.18	629
»	*Copenhague* .	»	21. 02c. sc. c	1000 rixd. c.	4567.07	564
»	*Francfort* . .	»	77. 02th. c. c	1000 th. c.	3895.09	544
»	*Lisbonne* . .	»	498. 65 rées.	120//000.	722.03	604
»	*Londres*. . .	»	30 d. ster.	3 francs.	2400.	578
»	*Palerme*. . .	»	47. 48 gr.	2374 anzas.	5000.	619
»	*Stockholm*. .	»	25. 21 sc. sp.	2521 rixd.	14400.	623

SECTION XI.

CHANGE avec la HOLLANDE.

---

580 Monnaies réelles.

			titre.	m. pure.	francs.
or.	1 Ducat	= 5 florins 1 1/4. . =	979	5gr.380.	11. 64
	1 Reyder	= 14 florins. . . . . =	917	9,109.	31. 38
arg.	1 Ducat.	= 3 d°. 3 s. = 68 s. . =	934	30,361.	6. 75
	1 Rixd.	= 2 d°. 1/2 = 60 s. . =	861	24,192.	5. 38
	1 Florin	= 20 s. stuivers. =	913	9,602.	2. 13

581. Monnaies de change.

A AMSTERDAM, Capitale du royaume d'Hollande, qui vient d'être réuni à la France, par un Décret du 9 Juillet de cette année ; on tient les Ecritures en *florins* ou *gueldens*, en stuivers ou sous communs et pennings, = 1 florin^{c} = 20^{s} = 320^{d} ou 40^{d} de gr. — ou en rixdales = 2 1/2 flo. = 50^{s} et en l. de gr. = 20^{s} de gr. = 240^{d} de gr. = 6 florins = 120^{s} communs.

582. Monnaies de compte.

L'on change en monnaie de banque qui se divise comme la monnaie de compte ou courante, dont la différence, qu'on appelle *agio*, est de 4 ou 5 pr. 0/0, c'est-à-dire, que 104 flor. c. = 100 flor. banco.

L'on change encore en rixdales et en livres de gros

ou 1 florin	= 20^{s} stuiv.	= 320^{d} pen.	ou 3^{s} 1/2 de gr.		= 40 de gr.
1 rixd. = 2 1/2	= 50^{s} »	= 800 d°.	» 8 1/2	»	= 100^{d} d°.
1 l. de gr. = 6	= 120 »	= 1920 d°.	» 20^{s}	»	= 240^{d} d°.
1 sol de gros. . 6	»	= 96 d°.	» 1^{s}	»	= 12^{d} d°.
1 stuiv. ou sols com. 1	»	= 16 d°.	»		= 2^{d} d°.
8 pennings.		8 d°.	»		= 1^{d} d°.

l'usance

L'usance à Amsterdam.

est de	15	jours pour		l'*Allemagne* et la *Suisse*.
	1	mois	»	*Genève*, la *France* et l'*Angleterre*.
	2	d°.	»	l'*Italie*, l'*Espagne* et le *Portugal*.
	40	jours	»	*Dantzick*, *Kœnisberg* et *Riga*.
	41	d°.	»	de *Brelaw*.

Poids et Mesures.

99℔	d'Amsterdam.	=	100℔ de Paris.
202℔	. . . . . d°.	=	100 kilogrammes.
144	ellen . . d°.	=	100 mètres.
100	» . . . . d	=	68 d°. = 57 aunes.
37	scheep. m. s. d°.	=	10 hectolitres.
137	viert. m. li. d°.	=	10 hectolitres.

583. *Cours des* CHANGES *d'*AMSTERDAM.

		l'incertain.		*le certain*.
R	*Dantz*. et *Kœnisb*.	415, 50 gros Polonais.	pr.	100 l. de gr. bo.
»	de *Francfort* . . .	132 thalers courants. . .	»	100 rixd.
D	à *Brelaw*	45 sols stuivers cour. .	»	1 liv. (pf.) bo.
»	» *Gènes*.	84, 75 den. de gr. bco.	»	1 p. de [illegible] bo.
»	» *Hambourg* . . .	35, 33 stuivers cour. .	»	2 marcs bco.
»	» *Leipsick*. . . .	36, 56 d°. d°. .	»	1 th. c. de c.
»	» *Lisbonne* . . .	43, 18 den. de gr. bco.	»	400 rées.
»	» *Londres*. . . .	58, 19 sous de gr. bco.	»	1 liv. sterling.
»	» *Madrid*	104, 61 den. de gr. bco.	»	1 duc. de ch.
»	» *Paris*.	53, 70 den. de gr. bco.	»	3 francs.
»	» . . . »	56, 31 d°. . cour.	»	3 francs.
»	» *Venise*.	88,625 d°. . . bco.	»	1 ducat bco.
»	» *Vienne*	34, 50 sous communs.	»	1 rix. de 30 gr.

Traite sur AMSTERDAM *au change coté.*

A PARIS ou des *pays unis à la France*,

		florins.		fr.	
de 1000	. . . . .		=	2234,	63. . . . . .
» à	*LONDRES*. .		=	lst. 87,	28 sterlings.
» à	*LISBONNE*.		=	354//139	rées.
» à	*MADRID*. .		=	3820	37 ducats.
» à	*VIENNE* . .		=	136,	76 flor. cour.
» à	*BRESLAW* .		=	444,	44 liv. banco.
» à	*DANTZICK*.		=	2217,	22 flor. dantz.
» à	*HAMBOURG*		=	1177.	47 m^t co.
» à	*LEIPSICK*. .		=	547,	04 thalers.

584. Dans la suite cette Ville suivra, sans doute, le cours de Paris comme les Villes suivantes qui ont été précédemment réunies à la France; savoir.

Anvers, *Bruges*, *Bruxelles*, *Gand* dans la Belgique; *Cologne*, *Liège*, *Lille*, *Neuchâtel*, *Strasbourg*, ainsi que les Villes d'Italie suivantes.

Ancone, *Bergame*, *Bologne*, *Florence* et *Livourne* en *Etrurie* ou *Toscane*, *Gênes*, *Genève*, *Milan*; *Mantoue* et *Modène*, *Novi*, *Parme* et *Plaisance*, *Rome*, *Turin*, *Venise*.

SECTION XII.

585 CHANGE *avec l'*ITALIE.

Quoique toutes les villes d'Italie changent maintenant comme Paris, excepté qu'on y compte par lira, soldi et denari, = 1 l. = 20 s. = 240 d, = 1 fr. = 10 d. = 100 c.; cependant je vais parler des changes de différentes places sur l'ancien pied, avec la Capitale qui vient d'être réunie à l'Empire français, par un Sénatus-Consulte, du 17 Février 1810.

ROME.

586. *Monnaies réelles.*

		titre.	m. p.	fr.
or	1 seq. de 2 éc. 15 bayocs sous Pie VI	= 996.	5.gr. 385.	11. 66
	1 pist. de 3 » 15 d°. » »	= 906.	4. 957.	17. 97
	1 pist. n. 3 » 15 d°. » Pie VII	= 898.	4. 915.	16. 92
	1 écu rom. = 10 paoli.			
	ou. . 100 bayocs	= 913.	24,151.	5. 67
	1 d°. neuf = 100 d°.	= 906.	24,062.	5. 35

587. *Monnaies de compte.*

On tient les Ecritures à Rome en scudi romani de 10 paoli de 10 bajocchi, de 5 quatrini

= 1 scudo ou 3 1/5 tes.	= 10 p	= 100 baj.	= 500 quatrini	= 1000 mezzi quatr.
	1 p	= 10 b	= 50 d°.	= 100 d°.
		1 b	= 5 d°.	= 10 d°.
			1 d°.	= 2 d°.

588. *Monnaies de change.*

L'on se sert de la *scuda stampata* d'oro de 20 *soldi* de 12 denari = 1 scuda = 20 s. = 240 d. ou 1 21/40 écu romain, évalué à 1525 mezzi quatrini ; l'on se sert encore du ducat d'oro de camera de 16 paoli ou jules.

L'acceptation des lettres à usance, tirées de l'Etranger, se fait le Samedi de la semaine qu'on les a reçues ; l'usance est de 3 semaines après l'acceptation, sans jours de grace.

589. *Poids et Mesures.*

141 lt	de *Rome*.	=	100 lt de Paris.
280 lt	» »	=	100 kilogrammes.
157 brasses	. . d°.	=	100 metres.
100 cannes	. . d°.	=	68 » = 57 aunes.
146 quartos.	m. s. d°.	=	100 hectolitres.
11 modii.	m. l. d°.	=	1 hectolitre.

590. *Cours des changes de* ROME.

	l'incertain.			*le certain.*
Da *Amsterdam.* .	39,	07 bajochi. . .	pr.	1 flor. bco.
» » *Naples.* . . .	129,	45 duc. direg. .	»	100 scudi rom.
R de *Cadix, Madrid*	560,	maravedis . . .	»	1 sc. d'oro st.
» » *Gênes.* . . .	125,	25 hors de banq.	»	1 scud. rom.
» » *Lisbonne.* . .	487,	25 rées	»	1 *do.* *do.*
» » *Paris.* . . .	5f,45	33 centimes. . .	»	1 *do.* *do.*

Traites sur ROME *aux changes ci-dessus.*

de 1000 scudi rom. A *PARIS* = 5,453 fr. 30.
3907 *do.* » *AMSTERDAM* = 10,000 flor. bco.

SECTION XIII.

591. CHANGE *avec* NAPLES.

Monnaies réelles.

		titre.	m. p.	francs.
or.	1 doppio ou pièce de 6 ducats de 10 carlins chacun, =	842.	7, 379.	25, 42
arg.	1 duc. di reg. = 10 carl. = 100 grani, =	840.	19, 096.	4, 24
	1 carlini pièce de 12 carlins. . . . =	833.	22, 919.	5, 09

592 *Monnaies de compte.*

L'on tient les Ecritures à Naples en

ducats di regno =	10 carlini	=	100 grani.
	1 carl.	=	10	*do.*
Ce même ducat =	5 taros	=	100	*do.*
	1 *do.*	=	20	*do.*

il a cours en Sicile
pour 10 taros, = 200 grani de Sicile, de manière que

les grani, taro et carlini de Sicile ne valent que la 1/2 des grani, taro et carlini de Naples; ainsi,

100 grani de Naples = 1 ducat di regno.
1 taro de d°. = 20 grani de Naples = 2 taros de Sicile.
1 taro de Sicile = 20 grani de Sicile = 10 gr. de Naples.

593. *Monnaies de change.*

L'on se sert simplement des ducats
de 10 carlini = 100 grani ou
de 5 taros = 100 d°.

L'usance est de 3 mois pour les lettres de Londres,
2 » » d'Espagne.

Poids et Mesures.

100#	de 12 onces de Naples	=	155# de Paris.
100	rotoli . . . . d°.	=	100 kilogrammes.
10	cannes	=	47 mètres.
56	d°.	=	100 aunes.
10	tomoli m. s. . .	=	19 hectolitres.
10	barili m. l. . .	=	22 d°.

594. *Cours de* CHANGES *de* NAPLES.

	l'*incertain*.			le *certain*.
R de	*Lisbonne*. . .	700, 1 rées . . .	pr.	1 duc. di regno.
» »	*Londres*. . . .	41, 41 den. sterl. .	»	1 ducat, d°.
D à	*Amsterdam* . .	50, 58 grani. . .	»	1 florin banco.
» »	*Cadix* et *Madrid*	95, 95 d°. . .	»	1 piast. de ch.
» »	*Hambourg*. . .	44, 63 d°. . .	»	1 marck. banco.
» »	*Paris*, etc. . .	23, 7¼ d°. . .	»	1 franc.
» »	*Messine*. . . .	120 . d°. . . .	»	129 tar. de Sicile.
» »	*Vienne*. . . .	61, 74 d°. . .	»	1 flor. c. de c.
» »	*Rome*	129, 45 duc. di reg.	»	100 scudi romani.

Traite sur NAPLES aux changes ci-dessus.

de 1187 duc. di reg.	à PARIS. . .	=	5000 francs.
» 2529 . . . d°. . .	» AMSTERD.	=	5000 flor. banco.
» 4463 . . . d°. . .	» HAMB. . .	=	10,000 m. banco.
» 326. 23 . d°. .	» MADRID . .	=	5120 r. de veill.
» 1000 . . . d°. . .	» LISBONNE	=	700//100 réis.
» 1000 . . . d°. . .	» LONDRES.	=	172. 54 lst. sterl.
» 3090 . . . d°. . .	» PALERME.	=	1000 onzas.
» 1294. 50. d°. . .	» ROME . . .	=	1000 scudi rom.
» 1541 . . . d°. . .	» VIENNE. .	=	2500 flor. de conv.

SECTION XIV.

CHANGE avec la POLOGNE.

---

595. *Monnaies réelles.*

1 ducat d'Empire (531) = 9 fl. de la petite Pol. et 18 f. de la gr. Pol.

1 écu de convention = 1 1/2 thal. cour. (531) = 4 d°. cour. d°. 8 f. d°.

1 fl. d°. = 2 f. d°.

1 thal. d'argent cour. = 3 fl. d°. = 6 f. d°.

596. *Monnaies de compte.*

L'on tient les Ecritures à Varsovie, capitale du Grand-Duché de ce nom, en flor. zloti = 30 grots = 360 deniers.

1 thaler = . . 3 flor. = 90 d°. = 1080 d°.

1 d°. = 12 d°.

597. *Monnaies de change.*

L'on change dans le Grand-Duché de Varsovie en ducats d'Empire et en florins,

= 1 D = 18 florins de Varsovie = 9 flor. {de la petite Pologne / ou Prusse royale,

2 d°. d°. = 1 d°. d°.

Dans la petite Pologne, l'on change aussi en ducats d'Empire, mais de 9 florins chaque florins = 30 grots
1 d°. = 12 deniers.

598. *Cours du change de VARSOVIE.*

		l'*incertain.*			le *certain.*
D à	*Londres* . .	39.	25 flo. de Pol.	pr.	1 lst. sterling.
R de	*Amsterdam*	105s.	08 stuiv. cour.	»	1 ducat.
» »	*Hambourg*,	6	marcs b° fixe.	»	1 d°, avec ag. de 1 p. o/o
» »	*Paris.* , . .	11F.	169 francs. . .	»	1 ducat.
» »	*Vienne.* . .	4,	311 fl. c. de c.	»	1 ducat.

599. *Poids et Mesures.*

121 ℔	de	Pologne	=	100 ℔	de Paris.
247 ℔		»	=	100	kilogrammes.
162	ellen	»	=	100	metres.
3	last	m. s.	=	1	litre.
58	stofs	m. l.	=	1	hectolitre.

Traite sur VARSOVIE aux changes ci-dessus.

de 6000 flor. pol. A PARIS = 3723 francs.
d°. » » HAMBOURG = 1080 m. banco.

SECTION XV.

CHANGE avec le PORTUGAL.

600. *Monnaies réelles.*

		titre.	m. p.	francs
Or	1 dobrao = 24,000 rées . . . . . . =	917.	53gr. 88.	160. 56
	1 d°. = 12,800 = 1 once d°. . . =	917.	28. 608.	85. 60
	1 portugaise = 6,400, d°. . . . . . =	915.	13. 074.	45. 03
	la moede de 4800R la pièce			
	de 1400R de 480R à proportion.			

1 creuzade neuve = 480R.	=	891.	13.106.	2.	91
1 teston.	=	100R.	= 897.	2.811.	0.	62

le 1/2, 1/4, 1/8 creuzade à proportion.

601. *Monnaies de compte.*

L'on tient les Ecritures à Lisbonne, Capitale du Portugal, en creuzades de 400 rées et en rées, ou en rées seulement. *L'on sépare les rées au bout de 3 chiffres par une virgule ou //, à partir de la droite.*

602. *Monnaie de change.*

L'on change en *mille rées* et en creuzades de 400 rées. Ces 1000 rées et cette creuzade de 400 rées étoient autrefois une monnaie réelle et effective, et qui ont cours maintenant pour 1200r et 480r rees ; d'où il suit que 5 creuzades réelles = 6 creuzades de change, ou 400 : 480 :: 5 : 6.

L'usance = 15 jours de vue pour les lettres d'Espagne,
» 30 dº. » de Londres
2 mois de date pour celles d'Hollande, Allemagne et France,
3 » dº » d'Italie et Irlande,
et 6 jours de grace.

603. *Poids et Mesures.*

112ᵗᵗ de *Lisbonne*	=	100ᵗᵗ de *Paris.*
225ᵗᵗ . . . . »	=	100 kilogrammes.
91 vares. . . . »	=	100 metres.
100 » . . . . »	=	112 dº. = 94 1/2 aunes.
7,46 alquieres m. s.	=	1 hectolitre.
5,86 almudes m. l.	=	1 dº.

604. *Cours de change de* LISBONNE.

l'*incertain*.			le *certain*.		
R d'*Amsterdam* .	45. 18d de gros b°. pr.		400 rées	ou	1 X
» » *Hambourg*. .	40. 96	» . . »	400 »		»
» » *Londres* . .	66. 50d pen. sterl.	»	1000 »		1 m. r.
» » *Palerme*. . .	5. 25 tarins	»	400 »		
D à *Cad. et Mad.*	2687 rées.	»	1 pistole de ch.		
» » *Gênes*	748 d°.	»	1 piast. de 115sh. de b°		
» » *Naples*. . . .	678 d°.	»	1 duc. di regn.		
» » *Paris*.	498. 65 d°. . . .	»	5 francs.		
» » *Rome*	488. d°	»	1 écu romain.		
» » *Venise*. . . .	410. d°	»	1 ducat banco.		

Traite de 120$\|$000 *sur* LISBONNE *au change ci-dessus.*

A PARIS. Rép. 722.F 03

A LONDRES. . » 29. 75 lst.

A MADRID. . » 2690.075. r. de veil.

SECTION XVI.

CHANGE avec la PRUSSE.

---

605. *Monnaies réelles de* BERLIN, *Embden, Francfort-sur-l'Oder, Stellin.*

		titre.	m. p.	francs.
1 fréd. = 5 reischtalers cour. d'emp. pied de 20 = 5 1/3 thalers cour. de Prusse effectifs d'argent.	=	901.	6. 029.	20. 77
1 ducat d'empire = 3 reischtalers	=	980.	3. 383.	11. 65

A *Kœnisberg*, *Memel*, etc.

Le frédéric y a cours pour 5 thalers = 15 fl. 3/4 de Prusse de gros cour.

578. COURS des CHANGES de l'EMPIRE FRANÇ.

PARIS.

l'incertain.			le certain.
D à Ausbourg / Francfort . .	259 centimes	pr.	1 fl. c. de c.
» » Varsovie. . . .	11, 169 francs. . . .	»	1 ducats.
» » Hambourg. . .	188.	»	100 mbco.
» » Londres. . . .	24, 41	»	1 liv. ster.
» » Madrid ou Cadix	16, 17.	»	1 pist. de ch.
	4, 04.	»	1 piast. de ch.
» » Dantzick . . .	288, 00.	»	1000 thal. c.
» » Naples	4, 21	»	1 duc. di reg.
» » Rome	5f,45c 33.	»	1 écu romain.
» » St.-Petersbourg.	5f,99c 49	»	1 rouble.
» » Vienne	2f,59c 67.	»	1 flor. c. de c.
R d'Amsterdam. .	53, 70 de d. de gr. bco / 56, 32 de den. cour.	»	3 francs.
» » Amérique sep.	0, 95 centimes . . .	»	5 d°.
» » Bâle.	100 francs Suisses . . .	»	150 d°.
» » Copenhague, . . .	21, 02 sch. ou sous cour.	»	1 d°.
» » Francfort . . .	77, 02 thal. e. de conv.	»	300 d°.
» » Lisbonne. . . .	498, 65 rées	»	3 d°.
» » Constantinople.	151, 50 piastres. . . .	»	300 d°.
» » Berlin, Konisb.	80, 87 thal. courants.	»	300 d°.
» » Stockholm. . . .	25, 21 schell. species .	»	3 d°.
» » Sicile.	47, 48 grains	»	1 d°.
» » Londres. . . .	50 deniers sterlings . .	»	5 d°.

Pour les traites que l'on peut faire à PARIS, sur les places ci-dessus, il suffit de jetter un coup-d'œil sur les endroits où il en est fait mention.

579. *Exemple d'une Traite.*

A PARIS.

						(N°.)
sur	*Ausbourg* . .	à	2^{f} 59 cent. p.	1200 rixd.	4662^{f}	541
»	*Dantzick* . .	»	288 fr.	333th 1/3.	960.	568
»	*Hambourg*. .	»	188 fr.	1000 m. c.	1504.	556
»	*Londres*. . .	»	24. 41$_{c}$	100 lst.	2441.	530
»	*Madrid*. . .	»	16. 17.	1000 pist.	16170.	573
»	*Naples*. . .	»	4. 21.	1187 duc,	5000.	594
»	*Rome* . . .	»	5. 4533.	1000 écu r.	541. 53	590
»	*St.-Peterb*. .	»	5. 9949.	1000 rouble,	3994.90	614
»	*Varsovie* . . .	»	11. 169.	6000 fl. pol.	3723.	598
»	*Vienne*. . .	»	2. 5967.	1000 fl. c. c.	2600.	534
»	*Amériq. Sept.*	à	95 cents.	1000 doll.	5263.16	525
»	*Amsterdam*. .	»	33. 70$_{d}$ bco	1000 fl. bco.	2234.63	583
»	*Bâle*. . . .	»	66$_{f}$. 66$_{s}$.	6666 f. suis.	10,000.	560
»	*Berlin* . . .	»	80. 87$^{th.\ c.}$	1000 th. c.	5709.65	609
»	*Constantinop.*	»	151. 50$^{piast.}$	1000 piast.	1980.18	629
»	*Copenhague* .	»	21. 02$^{c.\ sc.\ c}$	1000 rixd. c.	4567.07	564
»	*Francfort* . .	»	77. 02$^{th.\ c.\ c}$	1000 th. c.	3895.09	544
»	*Lisbonne* . .	»	498. 65 rées.	120//000.	722.03	604
»	*Londres*. . .	»	30 d. ster.	3 francs.	2400.	578
»	*Palerme*. . .	»	47. 48 gr.	2374 anzas.	3000.	619
»	*Stockholm*. .	»	25. 21$^{sc.\ sp.}$	2521 rixd.	14400.	623

SECTION XI.

CHANGE avec la HOLLANDE.

580 *Monnaies réelles.*

			titre.	m. pure.	francs.
or.	1 Ducat = 5 florins 1 1/4. .	=	979	3gr.380.	11. 64
	1 Reyder = 14 florins.	=	917	9,109.	31. 38
arg.	1 Ducat. = 3 d°. 3 s. = 68 s. .	=	934	30,361.	6. 75
	1 Rixd. = 2 d°. 1/2 = 60 s. .	=	861	24,192.	5. 38
	1 Florin = 20 s. stuivers.	=	913	9,602.	2. 13

581. *Monnaies de change.*

A l'AMSTERDAM, Capitale du royaume d'Hollande, qui vient d'être réuni à la France, par un Décret du 9 Juillet de cette année ; on tient les Ecritures en *florins* ou *guldens*, en stuivers ou sous communs et pennings, = 1 florin^c = 20^s = 320^d ou 40^d de gr. — ou en rixdales = 2 1/2 flo. = 50^s et en l. de gr. = 20^s de gr. = 240^d de gr. = 6 florins = 120^s communs.

582. *Monnaies de compte.*

L'on change en monnaie de banque qui se divise comme la monnaie de compte ou courante, dont la différence, qu'on appelle *agio*, est de 4 ou 5 pr. 0/0, c'est-à-dire, que 104 flor. c. = 100 flor. banco.

L'on change encore en rixdales et en livres de gros

ou 1 florin	= 20^s stuiv.	= 320^d pen.	ou	3^s 1/2 de gr.		=	40 de gr.
1 rixd. = 2 1/2	= 50^s	» =	800 d°.	» 8 1/2	»	=	100^d d°.
1 l. de gr. = 6	= 120	» =	1920 d°.	» 20^s	»	=	240^d d°.
1 sol de gros. . 6	»	=	96 d°.	» 1^s	»	=	12^d d°.
1 stuiv. ou sols com. 1	»	=	16 d°.	»		=	2^d d°.
8 pennings.			8 d°.	»		=	1^d d°.

l'usance

L'usance à Amsterdam.

est de	15	jours	pour	l'*Allemagne*, et la *Suisse*.
	1	mois	»	*Genève*, la *France* et l'*Angleterre*.
	2	d°.	»	l'*Italie*, l'*Espagne* et le *Portugal*.
	40	jours	»	*Dantzick*, *Kœnisberg* et *Riga*.
	41	d°.	»	de *Breslaw*.

Poids et Mesures.

99lt	d'Amsterdam.	=	100lt de Paris.
202lt	. . . . . d°.	=	100 kilogrammes.
144	ellen . . d°.	=	100 mètres.
100	» . . . . d	=	68 d°. = 57 aunes.
37	scheep. m. s. d°.	=	10 hectolitres.
137	viert. m. li. d°.	=	10 hectolitres.

583. *Cours des* CHANGES *d'*AMSTERDAM.

	l'*incertain.*		le *certain.*
R	*Dantz.* et *Kœnisb.*	415, 50 gros Polonais.	pr. 100 l. de gr. bco.
»	de *Francfort* . . .	132 thalers courants. .	» 100 rixd.
D	à *Breslaw*	45 sols stuivers cour. .	» 1 liv. (pf.) bo.
»	» *Gènes*.	84, 75 den. de gr. bco.	» 1 p. de 115 s. h. bco.
»	» *Hambourg* . . .	35, 33 stuivers cour. .	» 2 marcs bco.
»	» *Leipsick*. . . .	36, 56 d°. d°. .	» 1 th. c. de c.
»	» *Lisbonne* . . .	43, 18 den. de gr. bco.	» 400 rées.
»	» *Londres*. . . .	58, 19 sous de gr. bco.	» 1 liv. sterling.
»	» *Madrid*	104, 61 den. de gr. bco.	» 1 duc. de ch.
»	» *Paris*.	55, 70 den. de gr. bco.	» 3 francs.
»	» . . »	56, 31 d°. . cour.	» 3 francs.
»	» *Venise*.	88, 625 d°. . . bco.	» 1 ducat bco.
»	» *Vienne*	34, 50 sous communs.	» 1 rix. de 30 gr.

sur *REVEL*	de 2666,66 R.	à *AMSTERDAM* =	5000 flor. c.
	» 4705,66 »	» *HAMBOURG*. =	10000 marcs b°.
	» 6111,11 »	» *LONDRES* . . =	1000 lst. sterl.
	» 1147 »	» *LUBECK*. . . =	3000 marcs. c.
sur *RIGA*	1000 rixd. Alb.	*PARIS*. . . . =	5410 francs.
	» 2000 d°.	» *AMSTERDAM* =	5078 flor. cour.
	» 2080 »	» *HAMBOURG*. =	6000 marcs b°.
	» 3249 »	» *LONDRES* . . =	720 lst. sterl.

SECTION XVIII.

CHANGE avec la SICILE.

---

615. *Monnaies réelles.*

					titre	m. p.	francs
Or	1 onza	=	30 tarins.	. . . . . =	859.	3, 786.	13, 04
	1 double		d°.	. . . .	»	7, 572.	26, 08
Arg.	1 écu	=	12 tarini.	. . . . . . =	826.	22, 551.	5, 01
	1 piece		12 tarini.	. . . . . . =	835.	23, 065.	5. 13

616. *Monnaies de compte.*

On tient les Ecritures à *PALERME*, Capitale de la *Sicile*, ainsi qu'à *MESSINE*,

par onza = 30 tarini = 60 carlini = 600 grani

1 » = 2 » = 20 »

1 » = 10 »

L'on compte pareillement en ducats et taros de Naples (592).

617 *Monnaies de change.*

L'on se sert de fiorinos = 6 tarini = 120 grani de Sicile, aussi de onzas = 30 d°. = 600 ».

Il *faut observer que*,

1 taro de Naples = 20 grani de Naples,
2 tarins de Sicile = 40 grani de Sicile, et que
1 tarini de Sicile = 20 grani de Sicile,
= 1 carlin de Naples = 10 grains de Naples,

d'où il suit que les taros ou tarins et grani de Naples, valent le double des tarins et grani de Sicile.

L'usance est de 20 jours de vue, le paiement le même jour de l'échéance, ou à présentation pour les lettres à vue.

618. *Poids et Mesures.*

154℔ de d. de	Sicile	=	100℔ de Paris.
54℔	d°.	=	100 kilogrammes.
54 cannes. . . .	d°.	=	100 mètres.
100 »	d°	=	211. 17 d°. = 177 3/4 aunes.
6 tomoli m. s.		=	1 hectolitre.
88 caffisi m. l.		=	10 d°.

619. Cours du CHANGE de SICILE.

l'incertain.				*le certain.*
De à *Amsterdam*	101.	16 grani	pour	1 florin banco.
» » *Londres* . .	57.	95 tarins	»	1 lst. sterling.
» » *Paris*. . . .	47.	48 grani	»	1 franc.
» » *Rome*. . . .	12.	945 tarins	»	1 scudo romain.

Traite de 2374 onzas sur PALERME ou MESSINE À PARIS. . . = 3000 francs.
d°. de 843 onzas » AMSTERDAM. . = 5000 flor. banco.
d°. de 5795 d°. » LONDRES. . . = 3000 lst. sterl.
d°. de 863 d°. » ROME. . . . = 2000 scudi rom.

SECTION XIX.

CHANGE avec la SUÈDE.

520 *Monnaies réelles.*

		titre.	m. p.	francs,
or.	1 ducat de Gustave Adolphe IV. . . =	977.	3gr.373.	11. 62
arg.	1 rixdale *species* = 48 schell. species =	875.	25. 655.	5. 70
	2/3 et 1/3 d^o. à proportion.			

Nota. La rixdale species de Suède
le reischthaler banco species de Danemarck, } sont 3 monnaies
le reischthaler banco d'Hambourg
réelles effect. = 48 schellings species ou sols effectifs, différents des monnaies courantes de même dénomination.

621. *Monnaies de compte.*

A *STOCKHOLM*, Capitale de la *Suède*, on tenoit autrefois les Ecritures en dalers, marcs et ors de cuivre = 1 daler de cuivre = 4 marcs d^o. = 32 ors s. d^o. ; maintenant on compte en rixdales species de 48 schellings de 12 deniers species = 1 rixd. = 48 s. = 576 d. species,

1 s. = 12 d. d^o.

de manière que cette monnaie de compte est une véritable monnaie réelle.

Monnaie de change.

Cette dernière monnaie de compte sert seule pour changer avec l'étranger.

A *STRALSUND*, dans la *Poméranie Suédoise*, l'on compte par thalers courants de 48 schellings de 12 deniers courants, de manière que

131. 97 thalers courants de Stralsund = 100 *rixdales species* de Suède.

A

À STOCKHOLM, on entend par usance, 1 mois de vue; on tire sur cette Ville à tant de mois de date.

622. *Poids et Mesures.*

143tt de	*Stockholm*	=	100tt de Paris.		
292tt	»	=	100 kilogrammes.		
168 ellen	»	=	100 mètres.		
100 *do.*	»	=	59,70 »	=	50 aunes 1/4.
6 tonnens	m. s.	=	10 hectolitres.		
12 eimers	m. l.	=	10 hectolitres.		

623. *Cours du change de Stockholm.*

l'*incertain.*					le *certain.*
D à *Amsterdam.* . .	44,	77 schell. spec.	pr.		2 1/2 flor. b°.
» » . . .	46,	83 *d°.*	do.	»	2 1/2 flor. cour.
» *Cadix et Madr.*	46,	82 *d°.*	*d°.*	»	1 ducat de plate.
» »	24,	51 *do.*	*d°.*	»	1 ducat de veil.
» *Hambourg* . .	47,	40 *do.*	*do.*	»	3 mars banco.
» *Lisbonne.* . .	20,	20 *do.*	*do.*	»	400 rées.
» *Londres.* . .	4,	275 rixd.	*do.*	»	1 lst. sterling.
» *Paris.* . . .	25,	21 schell.	*do.*	»	3 francs.
R de *Copenhague.* .	125,	04 rix. c. Dan.		»	100 rixd. species.
» *Stralsund.* . .	131,	97 thal. cour.		»	150 *d°.* *do.*

Traite de 2521 rixd. species sur STOCKHOLM.

			À *Paris.* . . =	14400 francs.
d°.	4477	*do.*	» *Amsterdam* =	12000 flor. banco.
d°.	397, 47	*d°.*	» *Cadix.* . . =	4500 duc. de plate.
d°.	1000	*do.*	» *Copenhag* . =	1250,40 rixd. cour.
do.	1185	*do.*	» *Hambourg.* =	3600 mares banco.
do.	1000	*do.*	» *Lisbonne.* . =	960//000 rées.
do.	858	*do.*	» *Londres.* . =	200 lst. sterlings.
str *do.*	2000	*do.*	» *Stralsund* . =	2639,40 th. cour.
Strasl.	6904	thal. c.	» *Amsterdam* =	12500 florins cour.
do.	15031	*do.* c.	» *Hambourg.* =	30000 marcs banco.

à 130, 31 th. c. pr. 300 m. b°.

À a

SECTION XX.

Change avec la TURQUIE.

624. *Monnaies réelles.*

		titre.	m. p. franc.
Or.	1 sequin, zeremaboubs = 3 piastres =	803.	1, 877. 6, 47
	1/2, 1/3 *d°.* à proportion.		
	Au Caire et à Alexandrie, il vaut 110 medines ou mines.		
arg.	1 piastre = 40 paras = 120 aspres =	486.	6, 402. 1, 42
	1 pataque = 100 » = 300 » =	472.	14, 917. 3, 31

625. *Monnaies de compte.*

A *CONSTANTINOPLE*, Capitale de l'*Empire Ottoman*, ainsi que dans toute la *Turquie*, tant Européenne qu'Asiatique; on tient les Ecritures en piastres et paras, ou en piastres et centimes,

c'est-à-dire, que 1 piastre = 40 paras = 120 apres

1 = 3 »

ou que 1 *d°.* = 100 centimes; ou mines ou medines;

à *Smyrne*, l'on compte en piastres de 40 paras = 120 aspres.

626. *Monnaies de change.*

L'on se sert, pour changer avec l'étranger, de

la piastre = 100 { centimes, medines, ou mines.

627. *Poids et Mesures.*

87 rotoli de *Constantinople* = 100^{tt} de Paris.

177 *d°.* » = 100 kilogrammes.

149 piks		»	=	100 mètres.
100 »		»	=	57 d^o. = 48 1/2 aunes.
28 kisloz	m. s.	»	=	10 hectolitres.
190 alms	m. l.	»	=	

628. Cours du change de CONSTANTINOPLE.

	l'*incertain*.		le *certain*.
D à *Amsterdam* .	45, 03 paras	pr.	1 florin courant.
» » *Londres*. . .	12 piast. 33 mines	»	1 livre sterling.
» » *Mars.* et *Paris*	151 piast. 50 *do*.	»	300 francs.
» » *Vienne*. . .	52 paras 45 centimes	»	1 flor. c. de conv.
	SMYRNE.		
D » *Amsterdam* .	41, 03 paras.	»	1 florin courant.
» » *Londres* . .	11, 752 piastres. . .	»	1 lst. sterling.
» » *Mars.* et *Paris*	144, 40 *do*. . . .	»	300 francs.
» » *Vienne*. . .	50 paras. . . .	»	1 flor. c. de conv.
R de *Vienne*. . .	80 fl. c. de conv.	»	100 piast. Turques.
» d^o. . . .	76, 27 *do*. . . .	»	100 d^o. de 100 min.

629. Traite de 1000 piast. sur CONSTANTINOPLE.

		Francs.
A PARIS ou à Marseille	=	1980. 18 . . . . . .
d^o. A AMSTERD. agio 5 pr. o/o	=	885. 31 flor. bco.
d^o. » LONDRES.	=	81. 10 lst. sterl.
d^o. » VIENNE.	=	862. 63 flor. cour.

On peut opérer de même avec les changes de SMYRNE.

CHAPITRE II.

630. DU CHANGE INDIRECT.

ON entend par CHANGE INDIRECT tirer sur une place, ou y remettre par le moyen d'une autre.

L'on peut faire usage des traites et remises indirectes,

1°. Quand il n'y a point de change établi entre la Place qui tire ou remet, et celle sur laquelle on veut faire des traites ou remises;

2°. Quand dans les affaires de banque l'on a jugé que le *change indirect* est plus avantageux que le *change direct.*

631. 1er Cas.

Supposant qu'il n'y ait point de change entre *Paris* et *Londres*, cependant un Anglais voudroit faire traite sur *Paris* de 2400 fr. par la voie d'*Amsterd.*, le change étant

entre {Paris et Amsterdam, de 3 f. = 54 d. de gros. / Amsterd. et Londres, de 36 s. = 1 lst. sterling.}

l'on demande quel en sera le montant en livres sterl.? (377, 385, 388) ou (81, 82).

En faisant l'opération, on trouvera que les livres sterl. que l'on cherche, sont les $\frac{54}{3}$ de $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{36}$ de $\frac{2400}{1}$ francs, = lst. 100.

ou par la règle de 3 conjointe et en réduisant, l'on aura

$$\left.\begin{array}{rcl} 3 & : & 54 \\ 12 & : & 1 \\ 36 & : & 1 \end{array}\right\} :: 2400 : x = \text{lst. } 100.$$

L'on peut avoir la valeur des 2400 francs en faisant 3 règles de trois simples; savoir,

1°. 3f : 54d :: 2400f : x = 43200 deniers de gros.

2°. 12d de gr. : 1 sch. :: 43200d gr. : x = 3600 schillings.

3°. 36 sch. : 1 lst. :: 3600 sch. : x = 100 lst.

L'on voit que la première règle a réduit les 2400 fr. en den. de gros = 43200 den., ou 1080 florins; la deuxième a réduit les 43200 den. en schillings = 3600 s. de gros, et enfin la troisième en liv. sterl. = 100 lst.

632. 2e Cas.

L'on peut chercher quel est le change le plus avan-

tageux, en comparant le change *direct* avec l'*indirect*, ou en comparant plusieurs changes indirects ensemble.

1°.

633. *Comparaison du change direct avec l'indirect.*

Supposant maintenaut un change établi entre *Paris* et *Londres*, de 24 francs pour 1 liv. sterling, et voulant tirer de cette Capitale sur *Paris* ladite somme de 2400 fr., je desire savoir si cette traite me sera plus ou moins avantageuse que par le change indirect par Amsterdam, aux mêmes conditions ci-dessus. (631).

$$1^o. \quad 24 : 1 \text{ lst.} :: 2400 : x = \text{lst. } 100 \ \textit{direct.}$$

$$2^o. \quad \left.\begin{array}{l} 5 : 54 \\ 12 : 1 \\ 36 : 1 \end{array}\right\} :: 2400 : x = \text{lst. } 100 \ \textit{indirect.}$$

l'on voit que l'avantage est le même des deux côtés.

634. L'on peut trouver le change le plus favorable sans déterminer la traite que l'on a à faire ; par exemple, entre *Lion* et *Londres* par *Amsterdam*, le change étant

$$\textit{entre}\left\{\begin{array}{lr} \text{LION et Londres} \ldots & 32 \text{ d. sterling} = 3 \text{ fr.} \\ \text{Londres et Amsterdam} \ldots & 36 \cdot/10 \text{ d. gros} = 1 \text{ lst.} \\ \text{Amsterdam et LION} \ldots & 55 \text{ d. de gros} = 3 \text{ fr.} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} 3 \text{ fr.} : 55 \text{ d.} :: 3 \text{ fr.} : x \\ 35\text{s.}/10 \times 12 : 1 \text{ lst.} \\ 1 \text{ lst. sterl.} : 240 \text{ d. sterl.} \end{array}\right\} = 30 \text{ d. } \tfrac{30}{43}.$$

je vois donc que le change *indirect* est de 30 den. $\frac{30}{43}$ sterl., et le *direct* de 32 *d°*. *d°*. conséquemment (514) 30 d. $\frac{30}{43}$ est le change le plus avantageux, puisque la vente de 30 den. me produiroit 3 fr. aussi bien que celle de 32 d.

Ce qui va être encore évident par la traite déterminée de 42 lst. 12. 8 $\frac{24}{43}$ étant à *LION*, d'abord on aura indirectement aux mêmes suppositions ci-dessus.

1 lst. : 35 s./10 × 12 d. :: lst. 42. 12. 8 $\frac{24}{43}$: x
55 d. : 3 fr. . . . . = 1000 francs,

ou simplement en se servant du change trouvé de 30 den. $\frac{30}{43}$; on aura

1 lst. : 240 d. sterl. :: lst. 42. 12. 8 $\frac{24}{43}$: x
30 d. $\frac{30}{43}$: 3 francs. . . . = 1000 francs.

et en se servant du change direct de 32 den. sterling pour 3 fr., on aura.

1 lst. : 240 d. :: lst. 42. 12. 8 $\frac{24}{43}$: x
32 d. : 3 fr. . . . . . . = 959 fr. 30 $\frac{10}{43}$.

Mais le change *indirect* de
30 den. $\frac{30}{43}$ donnant . . . . . 1000 francs.

laisse une *différence* de . . fr. 40 fr. 69. 33/43.

en faveur du change *indirect*, puisqu'il me procure cette différence de plus que par le change *direct*; par conséquent lorsqu'étant *tireur*, *cédant* ou *vendeur* de ladite traite de 42 lst., etc., et donnant le *certain*, je dois préférer le change de 30 den. $\frac{30}{43}$ *indirect*, c'est-à-dire, le plus *bas*.

Preuve par parties.

1o, 3F : 32d :: 959F, 30 $\frac{10}{43}$: x
240d : 1 lst. } = lst. 42, 12, 8 24/43

2o. 3F : 55d :: 1000F : x = 18333 1/3d gr. ou 458 1/3 flor.
35s 10d × 12 : 1 lst. :: 18333 1/3 gr. : x = lst. 42. 12. 8 24/43

c'est-à-dire, que 1000 fr., au change de 55 d. de gros, produiroient 18333 1/3 den. gros, et que ces 18333 1/3 den. au change de 30s 10 de gr. produiroient lst. 42. 12. 8. 24/43.

Cette manière de choisir le change le plus avantageux, est ce qu'on appelle l'*arbitrage*.

2°.

635. *Comparaison d'un change indirect avec un autre ch. indirect.*

Un Négociant de *Paris* doit à son Correspondant

d'*Amsterdam* 1375 fl., il trouve qu'il peut l'acquitter en trois manières, soit en faisant remises sur *Amsterdam* même, soit par le moyen de *Londres* ou d'*Hambourg;* mais avant tout, il doit chercher à combien peut revenir le change entre *Paris* et *Amsterdam* par *Londres*, ou par le rapport de celui entre *Amsterdam* et *Londres*, et pareillement à combien reviendra le même change entre *Paris* et *Amsterdam* par celui entre *Amsterdam* et *Hambourg*.

Ces recherches étant faites, si les résultats se trouvent inférieurs à ce qu'*Amsterdam* donne dans le même temps, il en conclura (donnant le *certain*) qu'il doit remettre sur *Amsterdam* même, et que, s'il s'en trouve un supérieur, c'est sur la ville qui le donne qu'il doit faire remise.

Voici donc comment il faut qu'il opère pour savoir s'il remettra à son Correspondant d'*Amsterdam*, du papier sur *Londres* ou sur *Hambourg*, le cours du change entre ces villes étant comme il suit.

1°. *entre*	Paris et Amsterdam. . . .	55^{d} gr. = 3 francs *direct*.
	Paris et Londres.	30^{d} ster. = 3 d°. *indirect*.
	Londres et Amsterdam. . . .	1 l. st. = 35^{s}/10.
2°. *entre*	Paris et Amsterdam. . . .	55^{d} de gr. = 3 F.
	Paris et Hambourg	100 m. = 185 F.
	Hambourg et Amsterdam. .	1 déald. = 32^{s} comm.

1er *Essai.*

Pour trouver à combien reviendra le change, (c'est-à-dire 3 fr.,) entre *Paris* et *Amsterdam*, eu égard à celui entre *Paris* et *Londres*; *pour avoir des deniers de gros*, l'on dira

3 fr. : 30 d. sterl. :: 3 fr. : x		
240 d. sterl. : 35 s./10 de gros.		*Rép.* 53 d. 3/4 de gros
1 s. de gr. : 12 d. de gr.		pr. 3 fr.

2e *Essai.*

Pour trouver à combien reviendra le change entre *Paris* et *Amsterdam* par *Hambourg*, on aura

185	: 100 m. l.		
2 m.	: 1 déald.		
1 déal	: 32 s. 7/8 comm.	:: 3 fr. : x = 53 23/74 d. de gr.	
1 s. com.	: 2 d. de gros.		

Comme ces deux changes *indirects* sont plus bas que le change *direct* de 55 den. entre *Paris* et *Amsterdam*, je conclus que (donnant le *certain*) ledit Négociant doit faire remise sur *Amsterdam* même. (517).

Application.

1°.

Desirant remettre à AMSTERDAM la valeur de 3000 fr. en florins, en papier sur LONDRES, je desire savoir combien j'obtiendrai de florins à AMSTERDAM ?

3 fr. : 30 d. sterl. :: 3000 fr. : x		
240 d. : 1 lst. sterling.		
1 lst. : 35 s./ 10 d. de gros.		*Rép.* 1343 flor. 3/4.
1s de gr : 12 den. d°.		
40d d°. : 1 florin.		

2°.

En papier sur HAMBOURG.

185 fr. : 100mbco :: 3000 fr. : x		
2m : 1 déald. d'Hambourg.		
1 déal : 32 7/8 comm. stuiv.		*Rép.* 1332 fl. 31/37.
1s stu. : 2 d. de gros.		
40d.degr : 1 florin.		

3°.

En papier sur AMSTERDAM même

on aura par le change *direct* de 55 deniers

3 fr. : 55 d. :: 3000 fr. : x } = florins 1375.
40 d. : 1 florin. . . . . }

L'on voit donc qu'avec 3000 francs, l'on pourroit remettre

à AMSTERD. 1332 31/37 fl. *en papier sur* HAMBOURG
1343 3/4 d°. d°. » LONDRES.
1375 . . d°. d°. » AMSTERD. même.

Par conséquent voyant que pour 3000 fr. je puis obtenir plus de florins *directement* en papier sur *Amsterd.* même, que par les deux autres places *indirectes*; je préfere donc ici le change *direct*.

Nota. Quand je dis que je fais remise en papier sur *Londres* ou sur *Hambourg*, j'achete, pour lesdits 3000 fr., une traite sur LONDRES et sur HAMBOURG; et, en calculant, je trouve,

1°. Que pour ces 3000 fr., je puis acheter une traite sur HAMBOURG, de . . . . mbco. 1621. $\frac{23}{37}$;

2°. Sur LONDRES, de. . . . . . lst. 125.

Ensuite remettant ces deux traites à mon Correspondant d'AMSTERDAM, je le prie de les vendre aux changes donnés ci-dessus; et, en le faisant, il trouve,

1°. Que 1621 mbco $\frac{23}{37}$ lui donneront 1332 flor. 31/37.

2°. Que 125 lst. sterling . » . 1343 flor. 3/4.

En effet, 1 lst. : 35/10 .: 125 lst. : x = 1343 flor. 3/4.

et 2m : 1 déal. :: 1621m $\frac{23}{37}$: x }
1 déal : 32 s. 7/8. } = 1332 flor. 31/37.
1s. st. : 3 d. de gros. }
40d. de gr : 1 florin. }

Mais comme le change *direct* de 55 den. de gros est plus favorable, puisque 1375 florins seroient le produit des 3000 fr. à ce change, on ne se serviroit pas des deux autres pour faire des remises.

Mais comme le change qui est favorable pour faire des remises devient favorable pour faire des *traites*, il s'ensuivroit que si je faisois traite sur *Amsterdam* par *Hambourg* ou par *Londres*, les changes *indirects* seroient plus favorables,

puisqu'en vendant	1332 fl. 31/67	*par la voie* d'*HAMBOURG*,
	1343 fl. 5/4	» » *LONDRES*,
je recevrois également	1375 florins	» » d'*AMSTERDAM*

la forme de 3000 francs, par conséquent le change de *Hambourg* seroit le plus favorable.

L'on peut suivre le même principe à l'égard de tous les *arbitrages*, soit *simples* ou *composés*; mais comme il y a quatre circonstances qui rendent le change plus ou moins favorable par ce qu'on peut être

TIREUR ou *VENDEUR* et donner le $\begin{cases}\textit{certain} \text{ ou} \\ \text{l'}\textit{incertain.}\end{cases}$

ou *PRENEUR* ou *ACHETEUR* et donner le $\begin{cases}\textit{certain} \text{ ou} \\ \text{l'}\textit{incertain}\end{cases}$

je vais donner un exemple de chacune.

636. 1er *ARBITRAGE SIMPLE*
donnant le certain, et ayant à remettre. (a).

Un Négociant de *Paris* ayant à remettre à *Londres* lst. 482 qu'il y doit ou qu'il veut y faire passer, et sachant que dans le même temps le change

entre	Amsterdam et Londres	=	$35^{s}/4_{d}$ ou 424_{d}	pr. 1 lst. sterl.
	Londres et Paris. . . .	=	30 1/8	pr. 3 francs.
	Paris et Amsterdam. . .	=	54 $1/2^{d}$ gros	pr. 3 francs.

(a) Pour faire remise l'on est *preneur*, c'est-à-dire, que l'on achete des lettres de *changes*; on en vend quand on en est *tireur*.

desire savoir s'il y auroit plus davantages à prendre du papier sur *Amsterdam* qu'il feroit négocier ou vendre à *Londres* plutôt que du papier sur *Londres* même ; mais avant de se déterminer , il faut qu'il sache si ce que *Londres* donne à *Paris* , égale ce qu'il donne à *Amsterdam* comme il suit ,

3 fr : 54 1/2 d de gros :: 3 fr : x }
424 d gr. : 1 lst. ou 240^d sterl. } *Rép.* 30 den. 45/55 sterling.

le résultat étant que le change par *Amsterdam* de 30 $\frac{45}{53}$ d.
est plus haut que le *direct* de . . . . . 30 1/8 d. ster
et que le plus haut prix du change est préférable quand l'on remet et que l'on donne le certain (517), l'on doit conclure qu'il faut se servir du change qui fait égalité à celui de 30 $\frac{45}{53}$ den. sterl. pour 3 fr., *en prenant du papier sur Amsterdam au change de* 54 1/2 *d. de gros*, ou en donnant ordre à un Banquier d'*Amsterdam* de *remettre* à *Londres*, pour son compte , au change de 54 1/2 d. de gros pour 3 francs.

Pour se convaincre que notredit Négociant aura plus de profit à prendre du papier d'*Amsterdam* ou à faire tirer *Amsterdam* sur *Londres* plutôt que de prendre du papier sur *Londres* même ; il faut calculer ,

1°. Qu'une traite de lst. 482 sur *Londres* coûteroit 11520 fr. au change de 30 d. 1/8 sterl. pour 3 francs , et qu'en prenant du papier sur *Amsterdam* pour la valeur de ces 11520 fr. au change de 54 1/2 den. de gros pour 3 fr. , la traite qu'il achètera ou qui lui sera cédée sur *Amsterdam* sera , en flor. 5232 , et que ces 5232 flor. remis et négociés à *Londres*, au change de 35 s./4 d. ou 424 d. de gros pour 1 lst. lui vaudront 493 $\frac{31}{53}$ ou 493.58 lst. , et par conséquent lui donneront de profit 11.58 lst. après avoir acquitté sa dette de . . . . 482 lst.

2°. Qu'en donnant ordre , à *Amsterdam* , de remettre à *Londres* , pour s/c 482 lst. qu'il y doit , ou qu'il veut y faire

passer, au change de 35 s./4 d. ou 424 d. de gros pour 1 lst., il deviendra débiteur envers *Amsterdam*, de 5109.20 fl.

Et ces 5109.20 flor., soit qu'il les fasse tirer sur lui, ou qu'il les remette à *Amsterdam*, au change de 54 d. 1/2 pour 3 fr., ne lui feront débourser que 11249.60 fr.
au lieu de. . . . . 11520 fr.

Qu'eût coûté la traite de 482 lst. au change de 30 1/8 pr. 3 fr.? Il aura donc gagné 270 fr. 40 en prenant du papier sur *Amsterdam*, ou à faire tirer cette ville sur *Londres*, plutôt que d'avoir pris du papier *direct* sur *Londres* même.

Il est bon d'observer que les 270f 40 au change de 30 den. 45/53, font précisément lst. 11, 58 le même bénéfice qu'il auroit eu en faisant remise à Londres en papier sur Amsterdam, ainsi qu'on l'a vu dans le cas précédent.

637. 2e ARBITRAGE
donnant le certain et ayant à tirer.

De ce que le change qui est avantageux lorsqu'il s'agit de *remettre*, ne l'est plus lorsqu'il s'agit de *tirer*, il s'ensuit que ledit négociant (*ayant* à *tirer*) devra faire traite directement (514) parce que, dans ce cas, le change le plus bas est le plus favorable, et que le change direct entre *Londres* et *Paris* de 30 d. 1/8, est plus bas que celui entre *Londres* et *Paris* par *Amsterdam* de 30 d. $\frac{45}{53}$ (636); par conséquent il convient de *tirer* sur *Londres* directement plutôt que d'en demander la *remise* sur *Amsterdam*, ou de donner ordre à *Amsterdam* de *tirer* sur *Londres* pour son compte,

Par exemple, si notre Négociant tire sur *Londres* une dette supposée de lst. 482 au change direct de 30 d. 1/8 pour 3 fr., il lui rentrera 11520 francs.

Si au contraire il mande à son Correspondant de *Londres*, de remettre, pour son compte, les 482 lst. à *Amsterdam* au change de 35 s./4 d. = 424 d. de gros pour

1 lst., il se trouvera créancier à *Amsterdam* de flor. 5109.20, et ces 5109 flor. 20, soit qu'il les tire ou qu'on lui en fasse remise au change 54 1/2 d. de gros pour 3 fr., ne lui produiront que . . . . 11249 fr. 60
au lieu de 11520
que lui auroit rapporté la traite directe qui lui auroit laissé un bénéfice de 270 fr. 40; donc, dans ce cas-ci, il faut tirer directement.

638. 3e ARBITRAGE

donnant l'incertain, et ayant à remettre.

Quand une ville donne l'*incertain* à une autre, *Paris* à *Hambourg*, à *Madrid*, etc., et qu'on a à remettre, il faut préférer le change le plus bas. (518).

Par exemple, un Négociant ayant à remettre mbco. 6400 à *Hambourg*, et sachant que le change

entre { Paris et Hambourg. . . . = 184 fr. = 100mbco *direct*
Paris et Londres. . . . . = 30 d. = 3 fr. }
Londres et Hambourg. . . = 35 s./ = 1 lst. } *indirect*

Il doit d'abord chercher, par la règle de trois conjointe, si ce que *Paris* donne à *Hambourg* fait égalité ou non, à ce que *Hambourg* donne à *Londres* comme il suit,

1mbo : 32d gr. :: 100mbo : x
35 s./ ou 420d gr. : 1 lst.
1 lst. : 240 den. sterlings.
30d sterl. : 3 francs.
Rép. 182 francs 6/7 ou 85 c.

Secondement, il doit conclure que le change *indirect*, trouvé de 182 fr. 6/7, est plus avantageux que le *direct* supposé de 184. et qu'il doit se servir du change qui fait égalité à celui de 182 fr. 6/7 pour 100 mbo. pour s'acquitter envers *Hambourg* de mbo 6400, soit en prenant du papier sur *Londres* à 30 d. sterl. pour 3 fr., et en donnant ordre à *Londres* de remettre à *Hambourg* au change de 35s/ pour 1 lst., soit en lui faisant retour sur *Paris* à 30 d. pour 3 francs,

1°. La remise directe de 6400 mb°. à 184 fr., coûtera 11776 francs.

Mais en prenant du papier sur *Londres* pour la valeur de ces 11776 fr. au change de 30 d. pour 3 fr., la traite qui me sera cédée, c'est-à-dire, que j'aurai achetée sur *Londres*, sera de lft. 490. 13. 4, et ces lft. 490 2/3 remis et négociées à *Hambourg* au change de 35 / = 420 d. de gros pour 1 lft., y rapporteront mb°. 6440, et par conséquent 40 mb°. de plus que si on avoit pris du papier sur *Hambourg* même qui auroit donné 6400 mb°.

2°. En donnant ordre à *Londres* de remettre à *Hambourg* les 6400 mb. qu'on veut y faire acquitter ou passer au change de 35s/ den. de gros pour 1 lft., on deviendra débiteur envers *Londres* de lft. 487 $\frac{13}{21}$ ou lft. 487. 12. 4 $\frac{4}{7}$, lesquels, soit qu'on les y remette ou qu'on les fasse tirer sur soi dans *Paris* au change de 30 den. pour 3 fr., ne feront débourser que fr. 11702 6/7 au lieu de 11776 fr. qu'il eut coûté pour remettre directement, par conséquent le change *indirect* auroit donné un bénéfice de 73 1/7 fr.; donc dans cette supposition, il est préférable.

D'ailleurs, 73 fr. 1/7 au change *indirect* trouvé de 182 fr. 6/7, donne 40mb°. qui égale le bénéfice déjà trouvé ci-dessus sur 6440mb°.

639. 4° ARBITRAGE
donnant l'incertain, et ayant à tirer.

Comme dans ce cas *le plus haut prix du change est à préférer* (515) il suit que dans l'hypothèse faite dans la Section précédente, il faut préférer le *change direct*.

Par exemple, en tirant sur HAMBOURG 6400 mb°, à 184 fr pour 100, l'on recevra 11776 fr.

Si au contraire l'on charge HAMBOURG de tirer ces 6400mb°. sur *Londres* à 35s/ ou 420 den. de gros pour

1 lst., on deviendra débiteur à *Londres* de lst. 487. 12. 4. 4/7, et ces lst. 487. 13/21, soit qu'on les tire de *Londres* ou qu'on les y remette au change de 30 d. p. 3 f.

ne produiront que	fr. 11702. 6/7
au lieu de	11776.

que l'on auroit eu directement pour une traite de 6400^{m} sur *Hambourg*, et la différence de 73 fr. 6/7 en fait voir l'avantage ; donc, dans le cas supposé, il faut préférer le *change direct*.

On peut faire la même chose en cherchant le change le plus avantageux par le moyen de différentes places.

640. Divers EXEMPLES D'*ARBITRAGES sur différentes places, pour trouver le pair du change entre Paris et Londres, et donnant le* CERTAIN.

1°.

Par CADIX *ou* MADRID.

Le change étant dans le même moment

entre	*Paris et Londres.*	31 d. 1/2 p. 3 fr.	direct
	Paris et Cadix.	16 fr. p. 1 pist.	indirect
	Cadix et Londres.	40 d p. 1 piast.	

c'est-à-dire, *quel change laissera* PARIS et LONDRES *en tirant* ou *remettant sur la dernière en papier* sur *Cadix* ou *Madrid* pris à *Paris* à 16 fr. pour 1 pistole, et négocié ou vendu à *Londres* à 40 den. sterl. pour 1 piastre de change.

Opération.		*Preuve.*	
16 fr. : 1 pist. :: 3 f : x		40 den. : 1 piast. :: 30 d : x	
1 pist. : 4 piastres.		4 piast. : 1 pistole.	
1 pias. : 40 den. sterlings.		1 pist. : 16 francs.	
Rép.	30 den. sterlings.	*Rép.*	3 francs.

2°.

Par AMSTERDAM.

Le change étant dans le même temps

entre	*Paris et Londres.*	31 d. 1/2 pr. 3 fr.
	Paris et Amsterdam	54 3/4. . . . *do.*
	Amsterdam et Londres. . . .	35 schill. de gr. 1 lſt.

c'est-à-dire, à combien reviendra le change entre *Paris* et *Londres*, en remettant, dans cette dernière place, du papier sur *Amsterdam* pris à *Paris*, à 54 den. 3/4 pour 3 fr., et négocié à *Londres* à 35/ escalins ou schill. pour 1 liv. sterling.

Opération.	*Preuve.*
3F : 54d 3/4 :: 3F : x	240d : 1 lſt :: 31,28d : x
35s/ou 420 d. : 1 lſt.	1 lſt. : 420 d. de gr.
1 lſt. : 240 d. sterl.	54 3/4d : 3 francs.
Rép. 31d 28 sterlings.	*Rép.* 3 francs.

3°.

Par LISBONNE

Le change étant dans le même moment

entre	Paris et Londres	31 den. 1/2 sterling.
	Paris et Lisbonne	460 rées pr. 3 francs.
	Lisbonne et Londres. . . .	66 den. pr. 1000 rées.

c'est-à-dire, à combien reviendra le change à *Paris* et *Londres*, en remettant, à cette dernière ville, du papier sur *Lisbonne* pris à *Paris* à 460R, et négocié à *Londres* à 66 den. sterl.

Opération.	*Preuve.*
3F . 460R :: 3F : x	66D : 1000 :: 50d 36.
1000R : 66 den.	460R : 3 francs.
Rép. 50,36 den. sterl.	*Rép.* 3 francs.

4°.

4°.

Par HAMBOURG

Le change étant dans le même moment

entre	Paris et Londres	31 1/2 den. sterling.
	Paris et Hambourg.	178 fr. pr. 100 mbo.
	Hambourg et Londres. . . .	35 escalins pr. 1 lst.

c'est-à-dire, à combien reviendra le change entre *Paris* et *Londres*, en remettant à cette dernière place du papier sur *Hambourg* pris à *Paris* à 178 fr., et négocié à *Londres* à 35 escalins ou sous de gros.

Opération.		*Preuve.*	
178 f :	100m :: 3f : x	240 d. :	1 lst. :: 30d82 st. : x
1m :	32 den. de gros.	1 lst. :	35 s. de gr.
12d :	1 s. de gros.	1s de gr :	12 deniers de gros.
35s de gr :	1 lst.	32 d. :	1 marc.
1 lst. :	240 deniers sterl.	100m :	178 francs.
Rép.	30d. 82 sterl.	*Rép.*	3 francs.

Il suit donc, d'après les cours des changes et les opérations ci-dessus, que le change *direct* est de. 31. 50 d. sterl.

l'*indirect*	par la	voie de	*Cadix* ou *M.*	30. . .	d°.
»	»	»	d'*Amsterdam*. .	31. 25.	»
»	»	»	*Lisbonne* . . .	30. 36.	»
»	»	»	*Hambourg*. . .	30. 82.	»

Il suit encore que la voie de *Cadix* ou *Madrid* est la plus avantageuse pour tirer des lettres de *Paris* sur *Londres* (514), et la voie *directe* la meilleure pour y faire des remises. (516).

Et que la voie *directe* au contraire est plus avantageuse pour tirer des lettres de *Londres* sur *Paris* (515), et celle de *Cadix* la meilleure pour faire des remises de *Londres* dans *Paris*. (518).

641. *Arbitrages entre* PARIS *et* LISBONNE.

Le cours du change étant dans le même temps

à PARIS.			à LISBONNE.		
Lisbonne,	480 pr. 3 fr.				
Amsterdam,	56 d.	d^o.	46 d. de gros pr.		1 + creusade
Londres,	30 d.	d^o.	64 d. sterl.	»	1000 rées.
Cadix er Mad.	15 ».	1 pist	2100 rées	»	1 pistole.
Hambourg,	178 ». 100 .		46 de gr. bo	»	1 + creusade

En faisant les comparaisons comme dans l'arbitrage précédent, l'on trouvera que le change *indirect*, trouvé par la voie d'*Amsterdam*. . . = 486. 95 rées.
» *Londres* . . . . = 468. 75 »
» *Cadix* ou *Madrid*. = 480. »
» *Hambourg* . . . . = 468. 98 »
que le *dir*. sur *Lisbonne*. . . . = 480. »
et comme dans cet arbitrage *Paris* donne le CERTAIN.

Il suit que la voie de *Londres* est la plus avantageuse pour *tirer* de *Paris* sur *Lisbonne* (514) et celle d'*Amsterdam*, pour *remettre* de *Paris* dans *Lisbonne*. (516).

Que celle de *Londres* est préférable pour faire des *remises* de *Lisbonne* à *Paris* (518) et celle d'*Amsterdam*, pour *tirer* des lettres de *Lisbonne* sur *Paris*. (515).

642. *Exemples d'*ARBITRAGES, *et donnant l'*INCERTAIN *pour trouver le pair entre* PARIS *et* HAMBOURG, *le cours du change étant dans le même temps.*

A PARIS.				A HAMBOURG.		
Hambourg. .	180 f.	=	100^{m}.			
Amsterdam .	56 d.	=	3 fr.	34 *stuiv. ous. comm.*	=	1 dél.
Cadix et Mad	15 f.	=	1 pist.	91 *deniers de gros*	=	1 duc.,
Lisbonne. . .	460 rées	=	3 fr.	94 *deniers* d^o.	=	1 crus
Londres . . .	30 d.	=	3 fr.	34^s de gr. ou escal.	=	1 lst.

1°.

Par AMSTERDAM.

c'est-à-dire, combien reviendra le change pour 100 mb°. entre *Paris* et *Hambourg*, en remettant, dans cette dernière place, du papier sur *Amsterdam* pris à *Paris* à 56 d. de gros banco, et négocié à *Hambourg* à 34 stuiv. pour 1 déal. ou thaler. (*a*).

Opération.		*Preuve.*	
2 m.	: 1 déal. :: 100m : x	3F	: 36 d. de gr. :: 182F 14c : x
1 déal.	: 34 stuivers.	2d	: 1 stuiv.
1 stuiv.	: 2 d. de gros.	34 stuiv.	: 1 déal.
56 d. gr.	: 3 francs.	1 déal.	: 2 marcs.
Rép. 182 fr. 14 c.		*Rép.* 100 marcs.	

2°.

Par CADIX *ou* MADRID.

Opération.		*Preuve.*	
1	: 32 d. gr. :: 100m : x	15F	: 1 pist. :: 181F,80 : x
91d	: 1 ducat.	1F	: 1088 maravedis.
1 ducat	: 375 marav.	375 marav	: 1 ducat.
1088 mar.	: 1 pistole.	1 ducat	: 91 d. de gros.
1 pist.	: 15 francs.	32d. de gr.	: 1 marc.
Rép. 181F 80 francs.		*Rép.* 100 marcs.	

3°.

Par LONDRES.

Opération.		*Preuve.*	
1m	: 32 d. :: 100m : x	5F	: 50 d. :: 188F 23 c. : x
12 d.	: 1 s. de gros.	240d	: 1 lst.
34 s. gr.	: 1 liv. sterl.	1 lst.	: 34 s. de gros.
1 lst.	: 240 deniers.	1s gr.	: 12 d de gros.
50 d.	: 5 francs.	32d gr.	: 1 marc.
Rép. 188F 23 cent.		*Rép.* 100 marcs.	

(*a*) Raisonnez de même dans les *arbitrages* suivants.

4°.

Par LISBONNE.

Opération.	*Preuve.*
1 m : 32 d. :: 100 m × x	5 fr : 400 r :: 189. 70 fr.
44 d. : 1 + crus.	400 : 1 crusade.
1 + : 400 rées.	1 + : 44 d. de gros.
460 r. : 5 francs.	32 d. : 1 marc.
Rép. 189 f 72 cent.	*Rép.* 100 marcs.

Il suit que le change *direct* étant. . . 180. francs
et l'*indirect par Amsterdam* » . . . . 182. 14 »
» *Cadix ou Madrid* . . . 181. 80 »
» *Lisbonne*. . . . . 188. 23 »
» *Londres*. . . . . 189. 72 »

La voie de *Lisbonne* est la plus avantageuse pour tirer des lettres de *Paris* sur *Hambourg* (515), et la voie directe la plus avantageuse pour faire des remises. (518).

Par la raison contraire, la voie *directe* est la plus avantageuse pour tirer des lettres de *Hambourg* sur *Paris* (515), et la plus avantageuse pour y faire des remises. (517).

643. *Arbitrages entre* PARIS et CADIX ou MADRID.

Le cours du change étant dans le même temps

	A PARIS.		A CADIX ou MADRID.		
Cad. ou *Mad.*	15 f	pr. 1 pist.			
Amsterdam	56 d	» 3 f.	98 den. de gros pr.	1 ducat.	
Londres . . .	31 d	» 5 d st.	40 den. sterl.	»	1 piast.
Hambourg. .	178 f	» 100	96 den. de gr.	»	1 ducat.
Lisbonne. . .	476 rées	» 3 fr.	2400 rées	»	1 pist.

En faisant les comparaisons comme dans l'arbitrage précédent, l'on trouvera que le change

direct est de		. . . .	15	francs.
l'*indirect* par	*Amsterdam*	de	15.	23
»	*Londres*	»	15.	48
»	*Hambourg*	»	15.	49
»	*Lisbonne*	»	15.	13

et comme dans cet arbitrage *Paris* donne l'*incertain*.

Il suit que la voie de *Hambourg* est la plus avantageuse pour tirer des lettres de *Paris* sur *Cadix* ou *Madrid* (517), et la voie *directe* pour faire des remises de *Paris* dans *Cadix* ou *Madrid*. (518).

Et en tirant ou remettant de *Cadix* ou *Madrid* sur *Paris*, c'est tout le contraire. (514) (515).

L'on peut conclure que les mêmes égalités de change peuvent servir pour faire des traites comme des remises, observant seulement que celui qui est favorable pour les traites est défavorable pour les remises (*vice versâ*).

644. *ARBITRAGE COMPOSÉ.*

Nous avons vu dans les arbitrages précédents, que l'opération se faisoit *simplement* entre deux places par le moyen d'une autre ;

Mais l'arbitrage *composé* se fait en tirant ou remettant sur une autre par le moyen de différentes places.

1°.

PARIS et *AMSTERDAM*, par *LONDRES* et *HAMBOURG*

Un Négociant de *Paris* ayant des fonds à faire à *Amsterdam*, il s'agit pour lui de savoir s'il doit remettre *directement* à cette Ville du papier sur elle-même, ou s'il

la chargera de tirer sur *Hambourg* à qui il aura fait les fonds en papier sur *Londres* pour l'y négocier.

Le change étant dans le même temps.

entre	*Paris* et *Amsterdam*. . . .	55 den. pr. 3 fr. direct.
	Amsterdam et *Hambourg*. .	1 déal. pr. 32s 7/8 com. b°.
	Hambourg et *Londres*. . .	35s/10d gr. pr. 1 lst. ou 240 d.

Opération.		*Preuve.*	
3F : 30d :: 3F : x		2d gr. : 1s com. b° :: 55d 22/100d gr : x	
240d	: 35s/10 gr. b°.	32s 7/8 comm. b°	: 1 déalder.
1s gr	: 12 d. gros.	1 déalder	: 32 s. lubs.
2d. gr	: 1 s. lubs.	1 s. lubs.	: 2 d. gros.
32 s lub	: 1 déald.	12 den. gros	: 1 s. de gros.
1 déa	: 32s 7/8 comm. b°.	35s/10 den.	: 240 den. sterl.
1sc b°	: 2 d. de gr	30 den. sterl.	: 3 francs.
Rép 55d, 22 de gros.		*Rép.*	3 francs.

2°.

PARIS et AMSTERDAM par LONDRES et LISBONNE.

Le change étant dans le même temps

entre	*Paris* et *Amsterdam*.	55d pr. 3.
	Amsterdam et *Lisbonne*.	48d » 1 + cr.
	Lisbonne et *Londres*.	66d st. » 1000 rées.

Opération.		*Preuve.*	
3F : 30d sterl. :: 3F : x		48D : 400R :: 56d,25 : x	
64d st.	: 1000 rées.	1000R	: 64 den. sterl.
400R	: 1 +.	30D st.	: 3 francs.
1 +	: 48 den. de gros.		
Rép. 56d, 25 de gros.		*Rép*	3 francs.

3°.

PARIS et *AMSTERDAM*
par
MADRID, *LISBONNE* et *LONDRES*.

Le change étant dans le même temps

entre	*Paris* et *Amsterdam*. . . .	55 d. gros.	direct.
	Amsterdam et *Madrid*. . . .	55 d. de gros	
	Madrid et *Lisbonne*. . . .	2400 rées.	
	Lisbonne et *Londres*. . . .	64 d. sterling.	

Opération.			*Preuve.*		
3F	:	30 d. sterl. :: 3F : x	96D de gr. :	1 duc. :: 54d,40 : x	
64D st. :		1000 rées.	1088 ducat	:	375 pistoles.
2400R	:	1 pistole.	1 pist.	:	2400 rées.
375 pist. :		1088 ducats.	1000 rées	:	64 d. sterl.
1 duc. :		96 d. de gros.	30d sterl.	:	3 francs.
Rép.		54, 40 d. de gros.	*Rép.*		3 francs.

D'après ces trois comparaisons du change entre *Paris* et *Amsterdam* par différentes voies, il résulte que celui par *Londres* et *Lisbonne* laisse 56 ^{d}, 25c de gr. p. 3F
» » » *Hambourg* et *Londres*. . 55, 22 d°. »
» » » *Madrid*, *Lisb.* et *Londres*. 54, 40 d°. »
et le *direct* sur *Amsterdam* même . 55 d. d°. »

Par conséquent, une *traite* de *Paris* sur *Amsterdam* par *Madrid*, *Lisbonne* et *Londres*, produiroit plus que par les autres places, parce qu'il est le plus *bas* (514), et pour faire *remise*, il faudroit préférer le change par *Londres* et *Lisbonne*, parce qu'il est le plus *haut*. (517).

645. APPLICATION.

Faites traite de *Paris* sur *Amsterdam* de 1000 florins banco par *Madrid*, *Lisbonne* et *Londres* aux changes ci-dessus. (*a*).

Opération.		*Preuve.*	
1 fl. : 40d gr. :: 1000 fl. : x		3F : 30d st. :: 2205F88 : x	
96 d.gr : 1 ducat.		64D : 1000 rées.	
1088 duc. : 575 pistoles.		2400R : 1 pistole.	
1 pist. : 2400 rées.		575 pis. : 1088 ducats.	
1000R : 64 d. sterl.		1 d. : 96 d. gros.	
30D st. : 3 francs.		40 ds : 1 florin.	
Rép. fr. 2205F, 88.		*Rép.* florins 1000.	

Par parties.

1 flor. : 40 d. :: 100 flor. : x. }
96 den. : 1 ducat. . . . . } = ducats 416. 2/3

1088 duc. : 575pist. :: 416 2/3 duc. : x }
1 pist. : 2400 rées. . . . . } = 344//669R 2/17.

1000R : 64 d. :: 344//669 2/17 : x }
240D : 1 lst. . . . . } = lst. 91 31/34.

1 lst. : 240 :: lst. 91 31/34 : x }
30 d. : 3 francs. . . . . . . } = fr. 2205. 88.

Par le change trouvé de 54, 40 d. gros.

1 fl. : 40 d. :: 1000 florins : x }
54d,40 : 3 francs. . . . . . . } = 2205F, 88.

(*a*) Cette opération peut s'appeller un Arbitrage continue.

646. *Arbitrage avec frais ou commission.*

Dans le cas où il y auroit une commission à payer au correspondant que l'on voudra charger soit de faire *traite*, ou *remise*, ou *négocier* pour n/c, il conviendroit de faire entrer cette commission dans l'opération à faire pour trouver le change proportionnel, d'après lequel on se déterminera à *remettre* ou à *tirer* directement ou indirectement.

Cette commission peut être ajoutée à la lettre de change, ou peut en être ôtée ou retenue,

1°.

Quand un banquier sur lequel on a *tiré*, *tire* lui-même pour se rembourser, il gagne une commission de 1/2 pr. o/o plus ou moins, qu'il ajoute avec les frais (s'il y en a), pour faire le montant de la lettre qu'il tire, par exemple, si on a *tiré* sur lui une lettre de 100 lst. pour se rembourser, il en *tire* une de la valeur de 100 1/2 lst.

647. Delà il suit que 100. *monnoie déboursée dans une place pour acquitter une lettre indirecte, feront débourser la valeur de 100 1/2 de cette monnoie dans une autre, pour le compte du négociant qui a tiré cette lettre, y compris la commission à 1/2 pr. o/o* (658).

648. *Que 100 1/2 monnoie déboursée pour acquitter une traite indirecte ne produiront déduction faite de la commission à 1/2 pr. 100 que la valeur de 100 de cette même monnoie au négociant qui l'a tirée indirectement.* (649.)

649. Par conséquent lorsqu'on veut tirer *indirectement* des lettres d'un lieu quelconque (de *Paris*) sur une place étrangère (sur *Londres*) pour une quantité déterminée de monnoie de cette place (100 lst.), et qu'il s'agit de savoir combien produira la monnoie étrangère (100 lst.) débour-

sée dans cette place (*Londres*) pour acquitter la traite fournie sur elle, le rapport de la commission doit être ainsi, 100 1/2 : 100. (648).

S'il y a des frais, on fait comme avec la commission, c'est-à-dire, qu'on les ajoute au montant de la traite que l'on fait pour se rembourser, et si l'on cherche combien le montant connu (100 lft.) d'une traite *indirecte* produira, en monnaie du lieu (*Londres*) dans lequel on la fournit indirectement (*par Amsterdam*), le rapport des frais supposés à 1/8 pr. 0/0, sera,

100 1/8 : 100 (649).

650. Enfin quand on fait des *remises* et que l'on donne le *certain*, ou que l'on fait des *traites*, et que l'on donne l'*incertain*, l'on place le terme le plus fort (100 1/8) du côté des antécédents, et le plus foible (100) du côté des conséquents.

651. Par la raison contraire, quand on veut *tirer* indirectement des lettres de changes sur l'étranger (*Londres*), pour une quantité déterminée de monnoie du cours du lieu (*Paris*) dans lequel on fournit cette *traite* indirecte, et qu'il s'agit de savoir combien la monnoie de cours (*francs*) que l'on reçoit des *preneurs*, fera débourser de monnoie étrangère dans la place (*Londres*) sur laquelle on tire indirectement (par *Amsterdam*) le rapport de la commission doit être ainsi,

100 : 100 1/2 (647).

S'il y a des frais à 1/8 pr. 0/0, et que l'on cherche le montant des débours qui seront faits dans la place (*Londres*) sur laquelle on tire indirectement, le rapport est comme il suit :

100 : 100 1/8.

652. Enfin quand on fait *remise* et que l'on donne l'*incertain*, ou qu'on fait *traite*, et que l'on donne le *certain*, il faut placer le terme le plus foible (100) dans la colonne

des antécédents, et le plus fort dans celle (100 1/8) dans celle des conséqunts.

2°.

653. Le banquier à qui l'on fait *remise*, afin qu'il en reçoive le montant, et qu'il le *remette* dans une autre place, gagne une commission de 1/2 pr. o/o, plus ou moins. Il *retient* le montant de sa commission sur les lettres qui lui ont été envoyées, et prend des lettres pour le restant sur une autre place, où il les *remet*, suivant l'ordre qu'il a reçu. *Par exemple*, si je remets à *Londres* (100 lst.) pour faire passer à *Amsterdam*, mon correspondant de *Londres* garde pour lui 1/2, et fait passer 100 1/2, c'est-à-dire, la valeur de 99 1/2.

654. *Ainsi* 100, *monnoie reçue dans une place, déduction faite de la commission à* 1/2 *pr.* o/o, *ne font recevoir que la valeur* de 99 1/2 de cette même *monnoie dans une autre, pour le compte du négociant qui fait une remise indirecte.*

655. *Et* 99 1/2 *monnoie reçue dans une place, par le moyen d'un remise indirecte, ont coûté la valeur de* 100, *de cette même monnoie au négociant qui a fait cette remise y compris la commission à* 1/2 *pr.* o/o, *de la place qui sert de voie intermédiaire.*

656. Par conséquent lorsqu'on veut faire une *remise indirecte* dans l'étranger (*Londres*), pour une quantité déterminée de monnoie du lieu d'où on la fait, (de *Paris*), le rapport de la commission doit être ainsi,

100 : 99 1/2 (652).

Dans ce cas, s'il y a des frais, à 1/8 pr. o/o, le rapport sera, 100 : 99 1/8.

657. Par la raison contraire, si l'on veut faire des *remises indirectes* dans l'étranger (*Londres*), d'une quantité de monnoie étrangère (100), le rapport de la commission doit être ainsi, 99 1/2 : 100.

Dans ce cas, s'il y a des frais à 1/8 pr. o/o, le rapport sera, 99 1/8 : 100.

I^er^ EXEMPLE. (649)

658. *D'une Traite de PARIS sur LONDRES Donnant le certain par la voie d'AMSTERDAM.*

Sachant que le change est en même-temps

entre	*Paris* et *Londres*.	31 d. pr. 3 fr.
	Paris et *Amsterdam*	54 » » »
	Amsterdam et *Londres*.	56s/ ou 432d. pr. lſt. 1.
	et *la Commission*	1/2 pr. 100

Je voudrois savoir,

1°. Quel est le change le plus avantageux du *direct* ou de l'*indirect* même avec la *commission* ?

2°. Combien une traite de lſt. 100, de PARIS sur LONDRES, par AMSTERDAM, en payant la *commission* à 1/2 pr. 0/0 produira en argent de France ?

1°.

Pour chercher le change le plus avantageux, il faut chercher combien 3 fr. vaut de deniers sterlings, par les changes ci-dessus (*a*), en ajoutant la *commission*, c'est-à-dire, en mettant le terme le plus fort du côté des conséquents.

Opération.

$$\left.\begin{array}{rcl} 3^{f} & : & 54\text{ d.} : : 3^{f} : x \\ 56/\text{ ou } 432^{d} & : & 240\text{ d. sterl.} \\ 100 & : & 100\ 1/2. \end{array}\right\} = 30,15 \text{ den. sterlings.}$$

comme il est encore plus bas que le *change direct* de 31, je conclus qu'il est le plus avantageux.

(*a*) Ajouter la Commission dans ce cas, c'est la déduire ; en effet, augmenter d'un 1/2 pour 0/0 le prix du change quand on *tire* et qu'on donne le *certain*, c'est diminuer le produit qui en résulte d'un 1/2 pr. 0/0 ; or, c'est ce que j'ai fait en ajoutant la Commission de 1/2 pr. 0/0 ; donc, dans cette hypothèse,

2°.

On peut avoir le produit de la traite de lst. 100, en se servant du *change trouvé* de 30.15 d. ou en combinant les changes donnés par la règle de trois conjointe.

Opération.

1 lst.	: 432d :: lst. 100 : x	} =	francs 2388. 06.
64 d.	· 3 . . . . . , .		
100 1/2	: 100		

Par le *change trouvé* de 30 d. 15 on a eu aussi. . 2388^{fr},06
Mais le *direct* de 31 d. ne produiroit que . . . . 2322 ,58

Donc par l'*indirect* on profiteroit de . . . . 65 ,48

En effet mon correspondant d'*Amsterdam* tirant sur *Londres* pour m/c lst. 100, recevra d'abord 43200 d. de gros ou 1080 fl.; mais sur ces 1080 florins, il lui faut sa *commission* de 1/2 pr. o/o, donc la déduisant (en mettant le terme le plus fort du côté des antécédents comme 100 1/2 : 100), il ne lui restera pour m/c que 42984 d. de gr. ou 1074.60 fl. laquelle somme, soit qu'il m'en fasse *remise*, ou que je la *tire* au change de 54 den. de gros pr. 3, elle me produira. . . . . fr. 2388.06.

II^e Exemple. (651).

(659). D'une Traite de Paris sur Londres, d'une valeur en francs, par Amsterdam, et donnant le certain, et payant une commission à 1/2 pr. o/o.

Sachant que le change est dans le même temps comme ci-dessus (658), *je demande*,

placer le terme le plus fort, du côté des conséquences, c'est augmenter le prix du change ou diminuer le produit qui peut en résulter.

1°. Lequel du change *direct* de 31 d. pr. 3 fr., ou du change *indirect* est le plus avantageux ?

2°. Combien une *traite indirecte* de *Paris* sur *Londres*, par le moyen d'*Amsterdam*, de la valeur de fr. 2388. 06, fera débourser de lst. à *Londres*, en payant la *commission* à 1/2 pr. o/o à *Amsterdam* ?

1°.

Cherchant comme dans l'exemple précédent, combien 3 fr. valent de den. st. en payant la *commission* de 1/2 pr. o/o, on trouvera, par les *changes indirects*, 30,15 d. st pr. 3 fr, et comme il est plus bas que le *direct*, je conclus qu'il est le plus avantageux.

2°.

On peut trouver combien la *traite* de la valeur de 2388^{r}.06, fera débourser de lst. à *Londres*, en se servant simplement du *change trouvé* de 30,15 d. st. ou combinant les *changes indirects* donnés.

Opération.

3r :	54D ::	2388r,06 : x	}
100 :	100 1/2.		} = lst. 100.
432 :	1 lst.		}

Le *change trouvé* de 30,15 d. est aussi. . . lst. 100

Mais le change *direct* de 31 d. feroit débourser lst. 102.72 pour m/c, c'est-à-dire. . . . . 2.72 de plus

102.72

donc je dois préférer l'*indirect*.

En effet, cherchant (651) combien de lst. l'on déboursera pour m/c pour la valeur de 2388$_{r}$.06, je tire cette

somme en florins sur mon correspondant d'*Amsterdam* au *change donné* de 54 d. de gros pour 3 fr. qui
se monte à. . . . . fl. 1074.627
ensuite mon correspondant y ajoute. . . 5.373
pour sa commision à 1/2 pr. o/o, et le
total est de . . . . fl. 1080.

et il tire cette somme en lst. au *change donné* de 36 s. ou 432 d. de gros, qui fait débourser précisément à
Londres . . . . lst. 100.

Quand, en *tirant*, l'on donne l'*incertain*, il faut opérer en sens inverse, tant pour les changes que pour la commission.

3e EXEMPLE.

660. ***D'une Remise de PARIS à LONDRES par la voie d'AMSTERDAM, donnant le certain, et payant une commission de 1/2 pour o/o.***

Sachant que le change est dans le même temps

entre	*Paris* et *Londres*	29 d. pr. 3 fr. direct.
	Paris et *Amsterdam*.	54 d. pr. *d*°.
	Amsterdam et *Londres*	36 s. pr. 1 lst.

et la commission 1/2 pour o/o, je demande,

1°. Lequel du change *direct* ou *indirect* est le plus favorable ?

2°. Combien une *remise* de lst. 100 de *Paris* à *Londres* par *Amsterdam*, coûrera, argent de France, en payant la *commission* à 1/2 pr. o/o ?

1°.

Je cherche combien 3 fr. valent de d. st. en déduisant la commission à 1/2 pr. o/o, en plaçant le terme le plus fort comme 100 : 99 1/2 du côté des antécédents, c'est-à-dire, en raison inverse de la *traite* (658), car, placer ainsi les

termes de la *commission* à 1/2 pr. o/o, c'est *baisser* d'autant *le prix du change*, et par conséquent le *remboursement* qui en résulteroit, dans le cas d'une *remise*, et donnant le *certain* (650).

Opération.

3 r :	54 den. :: 3 : x.	}	= 29d,85 sterling.
432d :	210 den. sterling. . .		
100 :	99 1/2.		

Ce *change* étant encore plus haut que le *direct* de 29 d. je conclus qu'il est le plus avantageux (517).

2°.

On peut voir combien coûtera la *remise* de lst. 100, en argent de France, en se servant du *change trouvé* de 29 d. 85, ou en combinant les changes donnés ci-dessus.

Opération.

1 lst. :	36/ou 432d : : lst. 100 : x.	}	= francs 2412, 06
99 1/2 :	100		
54 den. :	3 francs.		

Par le *change trouvé* on paieroit également. fr. 2412.06
Mais par le *change direct* de 29 d. lst. 100 coûteroient fr. 2489.65. Donc par l'*indirect*, on paieroit de moins 77.59

2489.65

En effet, mon correspondant d'*Amsterdam* remettant pour m/c lst. 100 à 432 d. de gros, je lui devrai 43200 d. de gros, ou. . . . . 1080 flor.
et en outre sa *commission* à 1/2 pr. o/o qu'il faut ajouter à ces 1080 flor. de . . . . 5.40 *d°*

faisant en tout à son crédit . . . . 1085.40 *d°*.

Laquelle *somme*, soit que je lui en fasse *remise* ou qu'il la *tire* sur moi, me coûtera ou me fera payer au change de 54 d. pr. 3 fr. . . . . fr. 2412.06.

4 EXEMPLE.

4e EXEMPLE.

661. ***D'une Remise de* PARIS *à* LONDRES *par* AMSTERDAM *, d'une valeur en francs, donnant le certain, et payant la commission à 1/2 pr. 0/0.***

Sachant que les changes *direct* et *indirect* sont en même temps comme dans l'exemple précédent, je demande,

1°. *Lequel des deux changes est préférable ?*

2°. *Combien une remise* de *la valeur* de 2412.06 fr. faite de *Paris à Londres*, par la voie d'*Amsterdam*, en payant la *commission*, fera recevoir à *Londres*, de *livres sterlings ?*

1°.

Je cherche par les changes ci-dessus combien 3 fr. vaudront de *deniers sterlings* par *Amsterdam*, en déduisant la *commission* à 1/2 pr. 0/0; c'est-à-dire, en plaçant le terme le plus fort du côté des antécédents, et j'aurai 29,85 pr. 3 fr. & comme il est encore plus haut que le *direct*, de 29 d., je conclus qu'il est le plus avantageux.

2°.

On peut avoir la valeur de 2412 francs, ou en se servant du *change trouvé* de 29.85 d. st., ou en combinant les changes donnés (660).

Opération.

3F : 54D :: 2412F 06 : x
100 : 99 1/2.
432 d. : 1 liv. sterling.
= lst. 100.

Par le *change trouvé* de 29d. 85, on a également.	lst.	100
Mais le change *direct* de 29 d. ne feroit recevoir que.	»	98.54
Donc on rembourseroit.	»	1.46

De plus, par le *change indirect*.

En effet, mon correspondant d'*Amsterdam* remettant p/
m/c la valeur de fr. 2412.06 au change de 54 d. de gros
pour 3 fr. qui équivaut à

43417. 08 d. de gr. ou 1085 fl.,427 remettra la valeur de
1085. 427 flor. moins la *commission* de
5. 427 d°.
——————— = à. . 1080 florins.

Et cette somme, soit qu'il la *remette* ou qu'on la *tire* sur lui, au change de 36s/ ou 432 d. de gros pour 1 lst. fera recevoir à *Londres*. . . . . lst. 100.

Quand en remettant l'on donne l'*incertain*, il faut opérer en sens inverse, tant pour les *changes*, la *commission* et autres *frais*.

CHAPITRE III.

662. *Du change continué.*

Le change *continué* peut se considérer par rapport aux *traites* ou aux *remises*.

1°.

663. On appelle *traite continué*, une traite tirée de Paris, par exemple, sur *Amsterdam*, avec ordre au banquier qui doit en payer le montant, de tirer sur *Cadix*, pour se rembourser, avec ordre au banquier de *Cadix*, de tirer sur *Lisbonne*, pour opérer son remboursement, avec

Nota. Les centimes qui se trouvent de plus ou de moins dans les opérations viennent des fractions négligées.

L'on voit aussi que le deuxieme exemple sert de preuve au premier, et le quatrième au troisième.

ordre au banquier, de tirer sur *Londres*, pour opérer le sien; enfin avec ordre au banquier de *Londres*, de se rembourser en tirant d'autres lettres sur le premier *tireur de Paris*, ou simplement une *traite indirecte* par plusieurs places.

Exemple.

Un négociant de *Paris* sachant que le change

entre	Paris et Amsterdam.	=	54 d. pr. 3 fr.
	Amsterdam et Cadix.	=	96 d. gr. 1 duc.
	Cadix et Lisbonne	=	2400 r. pr. 1 pistole
	Lisbonne et Londres.	=	64 d. st. 1000 r.
	Londres et Paris.	=	64 d. » 3 fr.

que la *commission* de banque, pour chaque place intermédiaire, est fixée à 1/2 pour 0/0, et les frais à 1/4 pr. 0/0, qu'on paie tout-à-la-fois à la fin, veut faire une *traite continue* de 10,000 fr., en tirant d'abord la valeur de cette somme de *Paris* sur *Amsterdam*, avec ordre, à *Amsterdam*, de se rembourser sur *Cadix*, avec ordre, à *Cadix*, de se rembourser sur *Lisbonne*, avec ordre, &c.

Et *demande* ce que cette *traite continue* de la valeur de 10,000, lui fera débourser en dernier résultat à *Paris*, sans oublier que la *commission* et les frais, devant augmenter ses débours, doivent être placés ainsi,

100 : 100 1/2.
100 : 100 1/4.

Opération.		*Preuve.*	
100F	: 100F 3/4 frais.	3F	: 30 d. sterl.
3F	: 54 den. gros.	100 1/2	: 100 d. *d°.*
100D	: 100 1/2 *d°.* comm.	64 d.	: 1000 rées.
96D	: 1 ducat.	100 1/2R	: 100 *d°.*
1088D	: 375 pistoles.	2400 r.	: 1 pistole.
100 *d°.*	: 100 1/2 *d°.*	375 pist.	: 1088 ducats.
1 pis.	: 2400 rées.	100 1/2	: 100 *d°.*
1000R	: 64 den. sterl.	1 duc.	: 96 den. de gros.
100 *d°.*	: 100 1/2.	54d. d g.	: 3 francs, *d°.*
30D	: 3 francs.	100 3/4	: 100 *d°.*
combien	10000 francs.	combien	10151, 68 francs.
Rép.	10151, 68 francs.	*Rép.*	10,000 francs.

par conséquent ledit Négociant perdra 151, 68.

2°.

664. On appelle *remise continue*, faite de *Paris* sur *Amsterdam*, en donnant ordre dans cette ville, de prendre avec le produit, du *papier* sur *Cadix*, et d'y en faire remise, avec ordre, à *Cadix*, d'en remettre le produit à *Lisbonne*, en *papier* sur cette ville, avec ordre à *Lisbonne* d'en *remettre* le produit à *Londres*, en *papier* sur cette ville, avec ordre à *Londres*, d'en remettre le produit en *papier* sur *Paris*, au négociant qui a fait en premier lieu la remise de *Paris*; ou simplement une remise indirecte en changeant la monnoie d'un pays avec celle d'un second; celle de ce second avec celle d'un troisième, etc. comme avec les changes *indirects*. (644).

Exemple.

Un négociant sachant que le change

entre	Paris et Amsterdam.	=	54 d. gros.
	Amsterdam et Cadix	=	96 d. »
	Cadix et Lisbonne.	=	2400 rées.
	Lisbonne et Londres	=	64 d. sterl.
	Londres et Paris.	=	30 d.

que la *commission* de banque pour chaque place intermédiaire est fixée à 1/2 pr. 0/0, et les frais à 1/4 pr. 0/0, veut faire une *remise continuée*, de 10,000 fr., en remettant d'abord cette somme à *Amsterdam*, avec ordre à *Amsterdam*, d'en remettre le produit à Cadix, avec ordre, etc.

Et *demande* combien cette *remise continuée* de 10,000 fr. lui fera rentrer ou recevoir en dernier résultat à *Paris*, observant que la *commission* et les frais doivent diminuer le retour de ladite somme, ou ce que ledit négociant doit recevoir, et doivent être *placés ainsi*, 99 1/2 : 100.

OPÉRATION.			*PREUVE.*		
3F	:	54 d. gros.	99 3/4	:	100 francs.
100D	:	99 1/2 d. pr. comm.	3 fr.	:	30 den.
96D	:	1 ducat.	99 d. 1/2	:	100 den.
100P	:	99 1/2 ducats.	64 d.	:	1000 rées.
1088D	:	375 pistoles.	2400 r.	:	1 pistole.
1P	:	2400 rées.	375 pist.	:	1088 ducats.
1000R	:	64 den. sterl.	99 1/2 d.	:	100 duc.
100D	:	99 d. 1/2 sterl.	1 duc.	:	96 d. de gr.
30D	:	3 francs.	99 1/2 d.	:	100 d^o.
100F	:	99 3/4 d^o.	54 den.	:	3 francs.
combien 10000 francs.			combien		9753,87 fr.
Rép. 9753,87 francs.			*Rép.* 10.000 francs.		

voilà la perte } 246. 13 que fera ledit Négociant, puisqu'il ne lui rentrera pas les 10,000 qu'il a avancés.

Il est bon d'observer que les changes qui peuvent être avantageux pour faire une *remise continuée*, ne le sont plus pour faire une *traite continue.*

Que dans les *remises continues*, on fait l'avance de la somme (10000 fr.) que l'on fait circuler, tandis que par la *traite continue*, on se procure un fonds dont on jouit jusqu'au moment où l'on se décide à le rembourser en faisant tirer sur soi directement ou en en faisant remise.

D'où il suit qu'une *remise continuée*, pour être avantageuse, doit rendre plus que l'intérêt de la somme dont on a fait l'*avance.*

Qu'au contraire, dans une *traite continuée*, loin d'y avoir perte, il y a gain de l'intérêt, lorsqu'on ne rembourse rien au-delà de la somme qu'on s'est procurée, en se faisant remettre la valeur de celle tirée pour notre compte.

665. ORDRE *pour des Traites et Remises ensemble.*

On peut tirer des lettres de change d'un lieu quelconque

sur une place étrangère, en y donnant ordre de tirer sur une seconde place étrangère, et on peut faire le remboursement de la traite indirecte acquittée dans cette dernière place.

En remettant des lettres sur une troisième place étrangère avec ordre au banquier auquel on les envoie, de les négocier et de prendre, avec leur produit, du papier sur la seconde place étrangère *susdite*, et d'en faire la *remise* au banquier sur lequel on a fourni la *traite indirecte*: le produit de la *remise indirecte* rembourse au dernier le montant des *traites indirectes* qu'il a acquittées.

Pareillement on peut faire des *remises indirectes* dans une place étrangère, et en retirer les fonds en fournissant des *traites indirectes* sur cette même place.

Ier. Exemple.

Un négociant de Paris sachant que le change

entre	Paris et Londres, est de . . . ,	30 d. pr. 5 francs.
	Amsterdam et Londres. . . .	35s/ de gr. pr. 1 lst.
	Amsterdam et Madrid. . . .	96 d. de gr. pr. 1 duc.
	Madrid et Hambourg.	92 de gr. pr. 1 duc.
	Et la *Commission* pour chaque place intermédiaire, à 1/2 pr. 0/0,	

Voulant faire une *remise indirecte* de la valeur de 10000 fr. de *Paris* à *Amsterdam* par la voie de *Londres*, et donner ordre, de *Hambourg*, de *tirer indirectement* sur *Amsterdam* par la voie intermédiaire de *Madrid*, afin de retirer ses fonds d'*Amsterdam*, et de les avoir à sa disposition à *Hambourg*,

Desire savoir combien ladite remise de 10000 fr. faite à *Amsterdam*, produira de marcs à *Hambourg*, par le moyen de la *traite indirecte* de *Hambourg* sur *Amsterdam*.

OPÉRATION.

3F	:	30 d. sterl. :: 10000 francs : x	
240D	:	1 livre sterling.	
100 lst.	:	99 1/2 pr. la comm. de Londres.	
1 lst.	:	35 s. ou escalins d'Amsterdam.	
100s de g	:	99 1/2 d°. pr. la comm. d'Amst	
1s d°.	:	12 den. de gros.	*Rép.* 5162,79
96 d°.	:	1 ducat d'Espagne.	(a)
100 1/2 d.	:	100 pr. la comm. de Madrid.	
1 duc.	:	92 d. de gros de Hambourg.	
32d. de g.	:	1 marc.	

2e *Exemple.*

Ledit négociant sachant que les changes sont comme ci-dessus, voulant donner ordre à *Hambourg*, de *tirer* indirectement sur *Amsterdam*, par la voie de *Madrid*, la somme de marcs banco 5162,79, et rembourser le banquier d'*Amsterdam*, en lui faisant de *Paris*, des *remises indirectes* par la voie de *Londres*.

Desire savoir combien la *remise indirecte*, faite d'*Amsterdam*, pour le libérer, lui coûtera argent de France ?

(a) L'on voit qu'il s'agit de changer l'argent de France en marcs de *Hambourg*, observant que la *commission* de la *remise* doit diminuer les fonds reçus à *Amsterdam*, et que la commission d'*Amsterdam* et celle de la *traite indirecte*, doivent également diminuer le produit de la *traite* tirée sur *Amsterdam* pour en retirer les 10000 francs qui y ont été remis.

Opération inverse de la précédente.

1 marc	:	32 d. de gr. .: mb° 3162. 79 . . . : x		
92 d. gr.	:	1 ducat.		
100 ducats	:	100 1/2 d°.		
1 ducat	:	96. d. de gros.		
12 d. de gr.	:	1 s. de gros.		
99 1/2 sous	:	100 s. d°.		*Rép.* 10000 francs.
35 s. d°.	:	1 liv sterl.		(a)
99 1/2 lst.	:	100 lst. d°.		
1 lst.	:	240 den. sterl.		
30 d. sterl.	:	3 francs.		

666. ORDRES EN BANQUE.

Pour faire des Traites ou des remises à des changes fixes, et moyen d'y suppléer quand ils ont varié.

Ces ordres sont simples ou composés.

SECTION Iere.

667. On nomme *ordres en banque simples*, ceux que les Banquiers et Négocians qui spéculent sur les changes, donnent à leurs correspondants, au sujet des *traites* et *remises* qu'ils les chargent de faire pour l/c.

Mais souvent ces *ordres* ne peuvent être effectués aux prix donnés, à cause des variations survenues dans les changes qui sont devenus désavantageux au commettant.

Dans ce cas, ceux qui ont reçu des *ordres* doivent calculer si, nonobstant ces variations, ils ne trouveront point

(a) L'on voit qu'il s'agit de changer les *marcs*, en argent de France, en observant que la commissiou de la *traite* sur *Madrid* doit augmenter les débours faits à *Amsterdam*, et que celle d'*Amsterdam* et de *Londres* doit augmenter le prix courant de la *remise indirecte* faite de *Paris* à *Amsterdam*.

un *moyen* de les exécuter de manière qu'il y ait compensation entre ce qu'il y aura à perdre d'un côté, et ce qu'il y aura à gagner de l'autre.

Avant de le faire, il faut faire attention,

1°. Que le change qui n'a point varié est celui qu'il convient de hausser ou de baisser ;

2°. Que le change qui a varié depuis les ordres donnés est double, c'est-à-dire, le change *fixe* et le change *varié*, ce qui fait trois termes qui doivent servir à trouver le 4ᵉ demandé ;

3°. Que ces deux derniers sont de même espèce, et que l'un des deux doit être le premier terme ; le second de même espèce le 3ᵉ ; et le 2ᵉ terme, le change qui n'a point varié, pour avoir celui qui doit faire compensation.

Il reste maintenant à déterminer lequel des deux termes semblables doit être le premier. *Pour cela*, il faut examiner s'il faut faire *hausser* ou *baisser* le 4ᵉ terme ou le change désiré.

668. Si l'on veut que ce 4ᵉ terme soit plus *haut*, il faut placer au premier terme le plus *petit* des deux termes de même espèce.

Si au contraire l'on veut que le 4ᵉ terme soit plus *bas*, il faut placer au premier terme le plus *fort* des deux termes de même espèce.

Iᵉʳ EXEMPLE.

669. *Paris* reçoit ordre d'*Amsterdam* de tirer sur *Madrid* à 15 fr. pr 1 pistole, et de lui en remettre le montant en papier sur *Hambourg*, pris à *Paris*, à 180 fr. Mais il se trouve qu'alors le Négociant de *Paris* ne peut tirer sur *Madrid* qu'à 14ᶠ,50, on désire savoir à quel prix il faut qu'il se procure la *remise* sur *Hambourg*, pour compenser la perte qu'il fera sur la *traite* ?

Le prix du change de *Madrid*, tombé à 14ᶠ,50, n'étant point aussi favorable pour tirer (515) que celui donné à 15 fr. Le Négociant de *Paris* doit compenser la perte qu'il

fera, en remettant à *Hambourg*, du papier à un prix qui donne un bénéfice proportionné, c'est-à-dire, plus *bas* que 180 fr. (518); par conséquent le plus grand terme des deux qui sont semblables, c'est-à-dire, 15 fr. doit être le premier terme de la proportion suivante,

$$15^F : 14{,}50^F :: 180 : x = 174.$$

Il est donc à propos qu'il n'exécute les ordres de son commettant que lorsque le change sur *Hambourg* sera baissé à 174^F.

Application.

Soit 1000 piastres, *la traite* à faire sur *Madrid*, on aura au change donné de 15 fr. pour 1 pistole

$$\left.\begin{array}{l} 4 \text{ piast.} : 1 \text{ pist.} :: 1000 \text{ piast.} : x \\ 1 \text{ pist.} : 15 \text{ francs.} \ldots\ldots \end{array}\right\} = 3750 \text{ fr.}$$

et au change tombé à $14^F.50$

$$4 : 14.50 :: 1000^P : x. \ldots\ldots = 3625$$

perte de. . . . 125

En remettant 3750 à *Hambourg* à 180 fr. on aura

$$180^F : 100^m :: 3750^F \cdot x = 2083^m\ 1/3.$$

et au change proportionnel trouvé, on aura
en remet. 3625^F

$$174^F : 100^m :: 3625^F = 2083^m\ 1/3.$$

La même chose par la règle de trois conjointe,

1^{er} *Cas.*

$$\left.\begin{array}{l} 4 \text{ piast.} : 1 \text{ pist.} :: 1000 \text{ piastres} : x \\ 1 \text{ pist.} : 15 \text{ francs.} \\ 180 \text{ fr.} : 100 \text{ marcs.} \end{array}\right\} = \text{mb. } 2083\ 1/3$$

2^e *Cas.*

$$\left.\begin{array}{l} 4^P : 14^F\ 50 :: 1000^P : x \\ 174 : 100 \text{ m.} \ldots\ldots \end{array}\right\} = \text{mb. } 2083\ 1/3$$

L'on voit qu'il y a compensation entre les changes, et par conséquent que le commettant n'a rien perdu.

670 2^e EXEMPLE.

PARIS reçoit ordre de LONDRES de *tirer* sur CADIX, à 14F.60 et de lui en faire le *retour* sur LONDRES, à 31 d. 1/4.

A la réception de cet ordre, PARIS se trouve ne pouvoir *remettre* sur LONDRES qu'à 31 den.

Il s'agit de chercher à quel change il faudra *tirer* sur CADIX, pour compenser la perte qu'il y auroit à la *remise*.

Ayant deux termes de même espèce 31 d. et 31 1/4, et pour 3^e 14F.60, qu'il faut changer, je considère s'il faut le hausser ou le baisser

Mais j'observe que si la remise sur LONDRES perd, c'est que 31 1/4 a baissé à 31 den. et conséquemment est devenu désavantageux (517); il faut donc améliorer à proportion le change avec CADIX, c'est-à-dire, tirer à un plus *haut prix* (515). Pour cela, il faut donc placer le *plus petit terme*, de même espèce, pour le premier terme de la proportion suivante,

$$31^D : 14\ 60 :: 31\ 1/4^D : x = 14^F,71\ 24/31.$$

Application.

Soit la traite ordonnée sur CADIX, de 100 piastres.

1°.

Sans changer les changes, on aura

$$\left.\begin{array}{l} 1^P : 14^F,60 :: 100^P : x \\ 3^F : 31\ 1/4^l \ldots\ldots \\ 240^l : \quad 1 \text{ lst.} \ldots\ldots \end{array}\right\} = \text{lst. } 63,53/144$$

2°.

Aux changes variés et compensés, on aura

$$\left.\begin{array}{l} 1^P : 14^F,71\ 24/31 :: 100 : x \\ 3^F : 31^l \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 240^l : 1 \text{ lst.} \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} = \text{lst. } 63,7^s.4^d.1/3$$

On peut encore vérifier ces opérations, en cherchant séparément le montant de chaque *traite* et de chaque *remise*.

671 *3 Exemple.*

Paris donne ordre à Londres de lui *remettre* du papier sur Cadix, à 36 d. ſt. pour 1 piastre, et de se rembourser en *tirant* sur Hambourg, à 35 1/2 de gros pour 1 lſt.

A la réception de cet ordre, le Négociant de Londres ne peut faire des remise sur Cadix qu'à 40 d. pr. 1 piastre, on demande à quel prix il faut qu'il *tire* sur Hambourg, faire compensation sur la remise ?

Le change sur Cadix étant monté de 36 d. à 40 d., la remise de Londres sur Cadix, ne peut se faire qu'à perte (518). Il faut donc *tirer* de Londres sur Hambourg à un prix qui donne un avantage proportionné à cette perte, c'est-à-dire, à un change plus *bas* que 35 s. de gros, pr. 1 lſt. (514) par la proportion suivante

$$40^{d} : 35^{s}/gr. :: 36^{d} : x = 31^{s}\ 6\ d.\ de\ gros.$$

Il faudroit donc *tirer* de Londres sur Hambourg à $31^{s}\,6^{d}$ de gros, ce qu'on peut vérifier en faisant des opérations comme dans les exemples précédents.

672. *4e Exemple.*

Paris donne ordre à Hambourg de lui remettre du papier sur Amsterdam, à 35^{s} stuivers pour 1 déalder, et de se rembourser, en tirer sur Londres à 36/8 escalins pr. 1 lſt.

A la réception de cet ordre, le Négociant de Hambourg trouve qu'il ne pourroit *tirer* sur Londres qu'à 36^{s} de gr. et par conséquent à perte (515). Donc il faut, pour la compenser, remettre à Amsterdam, à un change plus favorable, c'est-à-dire, plus *haut* qu'à 35 stuivers (517), qu'on trouvera d'après les principes ci-dessus (668) devoir être

$$36/ : 36/8 :: 35^{s}\ stuiv. : x = 35^{s}\ 35/54$$

qu'il faudroit remettre à Paris, en papier sur Amsterdam,

SECTION II.

673. On appelle *ordre de banque composés*, les *arbitrages* relatifs à différentes places, quand ayant reçu des ordres pour *tirer* ou *remettre* sur différentes places à des prix fixés, ou la liberté de choisir celui qui offre le plus grand avantage, ou le moindre désavantage, dans le cas que ces prix aient varié à la réception des ordres.

674. Dans ces arbitrages, il faut chercher combien pour o/o, les prix donnés des changes font perdre ou gagner en proportion de la hausse ou de la baisse des prix des changes variés à la réception des ordres, d'après les principes suivants.

675. Pour connoître ce qu'on doit perdre pr. o/o, en proportion de la hausse ou de la baisse du change d'une place, il faut faire autant de règles de 3 qu'il y a de changes donnés, et dans chaque proportion, poser *pour premier terme*, le change coté ou donné, *pour second terme*, ce même change qui a varié, c'est-à-dire, tel qu'il est à la réception des ordres, et *pour troisième terme*, le nombre 100. Ce qui surpassera 100, marquera la *perte* ou le *gain*, suivant que l'on doit hausser ou baisser le change.

676. *EXEMPLE.*

Un Négociant de PARIS reçoit ordre d'un Négociant d'AMSTERDAM, de tirer des lettres pour s/c sur l'une des places suivantes, et en cas que les prix des changes ne soient plus les mêmes que ceux fixés par l'ordre, de tirer sur celles de ces places qui perdra le moins.

D'après l'ordre donné il faut tirer

sur	*Londres*	à	29 d. sterl.	pr.	3 francs.
»	*Hambourg*. .		176 f.	pr.	100 mb°.
»	*Madrid*. . .		15 f	» . .	1 pistole.
»	*Lisbonne*. . .		476 rées,	. .	3 francs.

Mais lors de la réception le change de

	Londres à monté à		3	den.
celui de	*Lisbonne*	» »	480	rées.
» »	*Hambourg* a descendu à		172	francs.
» »	*Madrid*	» »	14	fr. 50.

Il s'agit de savoir celui qui sera le plus avantageux et le moins défavorable, comme il suit.

	Prix fixés.	Prix variés à la récept. des ordres.				Différence
Londres	29D :	30D ::	100	: x =	103F,44	+ 3,44
Lisbonne	476R :	480R ::	100	: x =	100, 84	+ 0,84
Hambourg	176F :	172F ::	100	: x =	97, 71	— 2,28
Madrid	15F :	14F,50 ::	100	: x =	96, 66	— 3,34

Voilà les différences qui résultent sans avoir égard aux places qui donnent le *certain* ou *l'incertain*.

Mais si je considère que les changes

de *Londres* à	50 d.	est désavantageux	pr. *tirer*		}	(514)
de *Lisbonne* à	480	»	d°.	» »	}	
d'*Hamb.* à	172	»	d°.	» »	}	(515)
de *Madrid* à	14F50	»	d°.	» »	}	

Je concluerai que celui sur *Lisbonne* est le moins désavantageux, parce qu'il laisse une différence moindre, et que, si on vouloit faire une *remise* sur les places susdites de *Paris*, il faudroit préférer celui de *Londres* comme laissant une plus grande différence, ce qu'on peut voir encore d'après la manière suivante, c'est-à-dire, pour trouver la perte, on aura, en plaçant les deux termes les plus forts dans les deux premières proportions, à cause qu'ils occasionnent de la perte.

	30D :	29D ::	100 :	x =	96, 66	— 3, 34
	480R :	476 ::	100 :	x =	98, 16	— 1, 84
(*a*)	176F :	172 ::	100 :	x =	97, 72	— 2, 28
	15F :	14F50 ::	100 :	x =	96, 66	— 3, 33

(*a*) Je n'ai point changé le terme 176 fr. et 15 fr., parce qu'en donnant l'*incertain*, le plus *haut* prix du change est

où l'on voit que c'est celui de *Lisbonne* qui perd le moins. Par conséquent, pour tirer, il faut le faire sur *Lisbonne*.

Pour faire *remise* sur les mêmes places on peut chercher le lieu le plus avantageux, en plaçant les termes d'une manière plus contraire à ceux ci-dessus.

$$29 : 30 :: 100 : x = 103,44 + 3,44$$
$$476 : 488 :: 100 : x = 100,84 + 0.84$$
$$172 : 176 :: 100 : x = 102,32 + 2,62$$
$$14,60 : 15 :: 100 : x = 103,44 + 3,44$$

l'on voit que les changes de *Londres* et de *Madrid* gagnent le plus pour une *remise*, en conséquence il faudroit les préférer.

677. *SPÉCULATION en MARCHANDISES.*

Spéculer, dans le commerce, c'est faire acheter des marchandises au plus bas prix possible, dans l'espérance de les vendre à un prix avantageux.

Lorsqu'on fait acheter les marchandises dans l'étranger, il faut connoître :

1°. Le prix de la mesure dans le lieu où l'on veut les faire acheter ;

2°. Le rapport de cette mesure avec celle de la ville où l'on se propose de les envoyer ;

3°. A combien les frais de 100 mesures se montent dans le lieu de l'achat ;

4°. La maniere, dont on doit payer le correspondant,

---

naturellement désavantageux, et que celui d'*Hambourg* et d'*Espagne* avec *Paris* donnent l'*incertain*.

Delà il suit que pour connoître la perte pr. o/o, il faut placer le terme le plus *fort* de même espèce *le* 1er ; et, pour avoir le bénéfice pour o/o, il faut placer le terme le plus *petit* de même espèce pour *le* 1er *terme* de la proportion.

que l'on chargera de l'achat, soit qu'il tire ou qu'on lui remette ;

5°. Enfin, les frais depuis l'expédition jusqu'à la vente, et même l'intérêt des fonds jusqu'à leur rentrée si besoin est.

678. *Ier Exemple.*

Un Négociant de HAMBOURG donne avis à son correspondant de PARIS,

1°. Qu'il pourroit obtenir du fer de Suede à 60 marcs le o/o ;

2°. Que les frais de l'achat et commission ne s'éleveront pas au-dessus de 4 pr. o/o ;

3°. Qu'il pourra se rembourser sur *Paris* à 30 s. pour 3 fr., ou sur *Amsterdam* à 32 sols stuiv. pr. 1 dealder ou sur *Londres*, à 35 s. pr. 1 l. st. ;

4°. Que notre Négociant de *Paris* évalue les frais de *Hambourg* à 1 *Paris*, jusqu'à la vente de 5 pr. o/o, & qu'il croit pouvoir faire remise ou faire les fonds *à Amsterdam* à 56 1/2 den. de gros b°, ou *à Londres* à 30 den. pr. 3 fr., et que 100 kilog. de *Paris* font 206 liv. de *Hambourg*.

Il s'agit de savoir à combien reviendront 10,000 kilogrammes de fer de Suede, suivant que le Négociant de *Paris* donneroit ordre de tirer sur lui *directement* ou sur *Amsterdam*, ou sur *Londres*.

1e Opération en tirant sur PARIS.

100 kilog.	:	206 ℔ d'Hambourg.
100 ℔ d'Hamb.	:	60 marcs banco.
100 marcs b°	:	104 *d°*. pour l'achat et comm.
1 marc	:	16 s.
30 s.	:	5 francs.
100 francs	:	105 fr. pr. les frais jusqu'à la vente

Combien vaudront 10000 kilogrammes de fer ?

Rép. 21595 fr. 392.

2e *Opération*

2e *Opération* en faisant *tirer* HAMBOURG sur AMSTERDAM, et Paris *remettant* à Amsterdam.

	100 kilog.	:	206tt de Hambourg.
	100tt	:	60 marcs.
	100 marcs	:	104 marcs pour les frais.
2m =	1 déalder	:	32 stuivers banco.
	1 s. banco	:	2 dén. de gros.
	56 1/2d. de gr	:	3 francs.
	100 francs	:	105 francs pour les frais.

Combien vaudront 10000 *kilogrammes de fer?*

Rép. 22933F, 95.

3e *Opération* en faisant *tirer* HAMBOURG sur LONDRES, et PARIS *remettant* à LONDRES.

100 kilog.	:	206tt de Hambourg.
100tt	:	60 marcs.
100 marcs	:	104 pour les frais.
1 m.	:	16 s.
6 s. c.	:	1 s. de gros.
35 s. de gr.	:	1 liv. sterl.
1 liv. sterl.	:	240 deniers sterlings.
32 den.	:	3 francs.
100 francs	:	105 francs.

Combien vaudront 10000 *kilogrammes de fer?*

Rép. 23137F, 92.

L'on voit que les 10000 kilogrammes de fer coutent,

dans le	1er	cas	21595F 392
»	2	»	22933. 15
»	3	»	23137. 92

& par conséquent, que ces 10,000 kilogrammes reviendront à meilleur marché au Négociant de *Paris*, en laissant le Négociant de *Hambourg* se rembourser, en tirant sur *Paris* même.

679. IIe EXEMPLE.

Un Négociant de ROUEN a mandé à son correspondant de MADRID, qu'il pourroit lui faire avoir en ce moment

10,000 *varos* de toiles à 110 fr. les 100 mètres, que les frais avec la commission s'éleveront environ à 7 pour 100, et qu'il pourra tirer le montant de sa facture à 15 fr. pr. 1 pistole.

Au reçu de cet avis, le Négociant de MADRID évaluant à 8 pour o/o, les frais depuis ROUEN, jusqu'à la vente chez lui, et sachant que 100 mètres = 118 *varos* (572) demande à combien lui reviendront 10000 *varos* de toiles en réaux de plate.

Opération.

118 varos	:	100 mètres	
100 mètres	:	100 francs.	
100 francs	:	107 pour les frais.	:: 10000 varos : x
15 francs	:	1 pistole.	
1 pistole	:	32 réaux.	
100 réaux	:	108 pour frais.	*Rép.* 22981. 42 réaux.

Pour savoir combien vaudroient 100 varos, il suffit de couper 2 chiffres du produit ci-dessus, et on aura 2298.81.

680. *III*e EXEMPLE.

Ayant donné ordre à mon correspondant, M. MANGIN, de LONDRES, de m'expédier du *Porter*, sur le pied de 80 *shillings* par *Tun*, observant de ne pas élever les frais au-delà de 10 *shillings* par *Tun*, & de se rembourser à 30 den. sterl. pr. 3 fr., sachant d'ailleurs que les frais de LONDRES à ROUEN pourront monter à 5 pr. o/o, & que 1,05 *Tun* = 10 hectolitres (529), *je demande* à combien

ledit *Porter* rendu ici, reviendra le *litre* en monnoie de France ?

Opération.			*Preuve.*		
100 litres	:	1 hectolitre.	105 fr.	:	100 francs.
10 hecto	:	1T,05 tun.	1 fr.	:	30 deniers.
1 tun	:	80 shill.	12 den.	:	1 shill.
100 sh.	:	110 s. pr. les frais.	110 s.	:	100 s.
1 sh.	:	12 deniers.	80 s.	:	1 tun.
30 den.	:	3 francs.	1T,05	:	10 hect.
100	:	105 pour frais.	1 hect.	:	100 litres.
combien		1 litre.		:	0,11c. 6424.
Rép.		0, 11c, 6424.	*Rép.*		1 litre.

La preuve se peut faire aussi par parties ainsi que les règles précédentes.

TABLE
DES MATIERES,
TROISIEME PARTIE.

501. DES *changes étrangers.*
id. Qu'entend-on par changes étrangers ?
502 Qu'est-ce qu'une lettre de change ?
503 Quelles sont les personnes qu'elle oblige ?
id. Quelle est sa forme ?
506 Combien a-t-elle de noms ?
518 Qu'est-ce que le prix du change ?
id. Qu'est-ce que le prix du change étranger ?
510 Qu'est-ce que le pair du change ?
id. Qu'entend-t-on quand on dit qu'une place donne le *certain* ou l'*incertain* ?
511 Entre deux places, quand l'incertain est-il plus avantageux ?
514 Quand on est tireur et qu'on donne le certain, quel change faut-il préférer ?
515 Si l'on donne l'incertain, quel change faut-il préférer ?
517 Quand on est preneur, si on donne le certain, quel change faut-il préférer ?
518 Si l'on donne l'incertain, quel change faut-il préférer ?

521 Du CHANGE DIRECT.

id. Qu'entend-t-on par change direct ?

522 Du change avec l'*Amérique* septentrionale, S. 1

id. Qu'entend-t-on par monnaie réelle ou effective ?
523 monnaie de compte ?
524 monnaie de change ?
525 monnaie de banque ?

526 Du change avec l'*Angleterre*. S. 2
531 » » l'*Autriche*. S. 3
535 » » Bolzano.
536 » » Bavière.

537 » » *Auguste* ou *Ausbourg*. S. 4
542 » » Francfort-sur-le-Mein,
545 » » Leipsick.
548 » » *Bremen.* } . . . . S. 5
553 » » *Hambourg.* }
557 » » *Confédération Suisse.* S. 6
561 » » *Danemarck.* . . . . . S. 7
565 » » Lubeck.
566 » » *Dantzick.* . . . . . . S. 8
569 » » l'*Espagne*, ... S. 9
574 » » la *France* . . . . . . S. 10
580 » » l'*Italie* . . . . S. 12
591 » » *Naples* . . . . S. 13
595 » » la *Pologne.* . . . . . S. 14
600 » » le *Portugal.* . . . . S. 15
605 » » la *Prusse.* . . . . . . S. 16
610 » » la *Russie.* . . . . . . S. 17
615 » » la *Sicile.* . . . . . S. 18
620 » » la *Suède.* . . . . . . S. 19
624 » » la *Turquie* . . . . . S. 20

630 Du *CHANGE INDIRECT*,

id. Qu'entend-t-on par change indirect ?

633 Comparaison d'un change *direct* avec l'*indirect*.
635 *d*°, *d*°, *indirect* avec un autre.

636 *Arbitrage simple.*

id. 1°. Donnant le certain et ayant à remettre.
637 2°. *d*°. *d*°. *d*°. à tirer.
638 3°. *d*°. l'incertain *d*°. à remettre.
639 4°. *d*°. *d*° *d*°. à tirer.

644 *Arbitrage composé.*

646 Arbitrage avec frais et commission.

662 Du *CHANGE CONTINUE.*

id. Qu'entend-t-on par change continue ?

663 Qu'est-ce qu'une traite continue ?
664 Qu'est-ce qu'une remise continue ?
665 Ordre pour des traites et remises ensemble.
666 d°. d°. d°. à des changes fixes.
667 *Ordres en Banque.*
id. Qu'entend-t-on par ordres en banque simples ?
668 d°. d°. en banque composés.
677 *Spéculation* en marchandises.

Fin de la Table.

ERRATA.

Page 34	au lieu de	*on aura 92.*	*Lisez*,	on aura.
41	»	*exemle*	»	exemple.
43	»	*ou*	»	en
43	»	$4 \times 3/5$	»	$4 + 3/5$
44	»	*le fraction.*	»	les fractions
44	»	*au*	»	aux
57	»	20	»	$\frac{20}{3}$
59	»	*est plus petit que*	»	exprime de parties de
84	»	1	»	0
115	»	*an*	»	au
117	»	45	»	54
123	»	43×43	»	$43 \times 43 \times 43$
134	»	*chaque antécéd.*	»	ch. ant. et son conséq.
135	»	la *sera*	»	la 1/2 sera
138	»	*ont*	»	on
139	»	$\frac{124}{4}$	»	$\frac{128}{4}$
139	»	*ces*	»	ces cas
141	»	$12 + 32 : 3$	»	$12 + 32 : 3 + 8$
147	»	6 *onces.*	»	5 onces
147	»	$268 \frac{10}{60}$	»	$\frac{283 \frac{10}{10}}{10}$
155	»	*net*	«	net.
163	»	68. 6. 6 1/4	»	68. 6. 6, 90
»	»	120. 7. 3 1/4	»	120. 7. 3, 76
»	»	18. 0. 1 1/2	»	18. 0. 1, 87
»	»	187. 19. 1 1/2	»	187. 19. 2. . . .
»	»	3. 3. 1 1/4	»	3. 3. 1. 35/73
»	»	2, 1/2	»	2, 1/4
170	»	108. 133	»	108, 333.
179	»	*lieues.*	»	kilomètres.
180	»	*comparison*	»	comparaison
		8. h.	»	8. h. 20.
183	»	*commes*	»	comme
185	»	75	»	75. 3/5
186	»	*irois*	»	trois
209	»	*ie*	»	ici

Page 217	au lieu de	*et arrérages* ,	*lisez*	en arrérages.
219	»	150 ×	»	= 150 × 5.
225	»	$5^x + {}^x$	»	$5x + \frac{x}{2}$
227	»	— x,	»	$-\ \frac{\ }{2}$
227	»	$\underline{30,\ 2}$	»	$\frac{30;\ 2}{2}$
228	»	5 *ans*	»	5 ans 1/2.
233	»	, 1763	»	, 1764
233	»	*sous escompte*	»	sans escompte.
235	»	5 1/0 pr. 1/0	»	5 1/2 pr. 0/0.
237	»	1, 09101	»	1, 19101.
238	»	5 pr. 0/0	»	5 1/2 pr. 0/0.
239	»	242, 10135	»	243, 10135.
259	»	$\frac{1,023}{1,05}$		$-\frac{1,025}{105}$
242	»	*proportion suiv.*	»	les proport. suivantes.
248	»	*Chee d'institution*	»	Chef d'institution.
260	»	1, 20 } etc.	»	0
261	»	—	»	=
264	»	2f 50	»	2f 10.
266	»	*sutvantes*	»	suivantes.
268	»	$\frac{26000}{262}$	»	$= \frac{20000}{262}$
271	»	13e *terme*, 35	»	13e terme, 33.
275	»	2e *question*	»	4 question.
278	»	2 *raisons*	»	2 raison.
279	»	2 · 4	»	ant- cons. 2 : 4
281	»	× 8 × 10, etc.	»	× 8 × 16, etc.
282	»	8 — 1 = 80	»	81 — 1 = 80.
283	»	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$
286	»	*gain* a été 328752	»	gain a été 326752.
293	»	$\underline{3,\ 46500}$	»	$\underline{3,\ 46500}$